

Zusammenfassung

Math Essentials

Michael Wieland
Hochschule für Technik Rapperswil

6. September 2016

Mitmachen

Falls Du an diesem Dokument mitarbeiten willst, kannst Du das Dokument auf GitHub unter <https://github.com/michiwieland/hsr-zusammenfassungen> forken.

Lizenz

"THE BEER-WARE LICENSE" (Revision 42): <michi.wieland@hotmail.com> wrote this file. As long as you retain this notice you can do whatever you want with this stuff. If we meet some day, and you think this stuff is worth it, you can buy me a beer in return. Michael Wieland

Inhaltsverzeichnis

1. Klammerregeln	3
1.1. Addition und Subtraktion	3
2. Bruchrechnen	4
2.1. Terminologie	4
2.2. Vorzeichen	4
2.3. Addition und Subtraktion	4
2.4. Multiplikation	4
2.5. Erweitern und Kürzen	4
2.6. Doppelbrüche	4
2.7. Bruch als Potenz	5
3. Wurzeln	6
3.1. Grundgesetze	6
3.2. Addition und Subtraktion	6
3.3. Multiplikation und Division	6
3.3.1. Verschachtelungen	6
3.3.2. Wurzel als Potenz	6
4. Potenzen	7
4.1. Grundgesetze	7
4.2. Multiplikation und Division	7
4.3. Mehrere Potenzen	7
4.4. Negative Potenzen	7
5. Logarithmen	8
5.1. Grundgesetze	8
5.2. Addition und Subtraktion	8
5.3. Multiplikation und Division	8
5.4. Potenzen	8
6. Binomische Formeln	9
6.1. Pascalsche Dreieck	9
7. Sinus, Kosinus und Tangens	10
7.1. Fundamentalbeziehungen	10
A. Listings	11
B. Abbildungsverzeichnis	12
C. Tabellenverzeichnis	13

1. Klammerregeln

1.1. Addition und Subtraktion

Steht ein Pluszeichen vor einer Klammer, so kann diese einfach weggelassen werden.

$$a + (b - c) = a + b - c$$

Steht hingegen ein Minuszeichen vor der Klammer müssen alle Vorzeichen in der Klammer umgedreht werden.

$$a - (b - c) = a - b + c$$

2. Bruchrechnen

2.1. Terminologie

Zähler Der Zähler ist oberhalb des Bruchstriches und wird auch Divident genannt

Nenner Der Nenner ist unterhalb des Bruchstriches und wird auch Divisor genannt

Teilen durch 0 Das Teilen durch 0 ist verboten

echte Brüche Der Zähler ist kleiner als der Nenner $\frac{4}{13}$

unechte Brüche Der Zähler ist grösser als der Nenner $\frac{19}{11}$

Stammbruch Stammbrüche haben als Zähler eine 1. $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{12}$

Kehrwert Beim Kehrwert wird der Zähler und der Nenner miteinander vertauscht.

2.2. Vorzeichen

Das Vorzeichen kann im Zähler, im Nenner oder vor dem Bruch geschrieben werden

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

2.3. Addition und Subtraktion

Additionen und Subtraktionen sind nur dann möglich, wenn der Nenner der beteiligten Brüche gleich sind. Dazu müssen die Brüche meist gleichnamig gemacht werden. (kgV bilden)

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

2.4. Multiplikation

Bei der Multiplikation wird der Zähler und der Nenner multipliziert.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

2.5. Erweitern und Kürzen

Beim Erweitern und Kürzen wird der Bruch um einen Wert c ergänzt oder gekürzt. Beim Erweitern ändert sich der Wert des Bruches nicht, da man den Wert direkt wieder kürzen könnte. Manchmal ist es aber hilfreich einen Bruch so zu erweitern, dass weiter umgeformt werden kann.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

2.6. Doppelbrüche

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$
$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{a \cdot c}$$

2.7. Bruch als Potenz

$$\frac{1}{a} = a^{-1}$$

3. Wurzeln

3.1. Grundgesetze

$$\sqrt[n]{1} = 1$$

$$\sqrt[n]{0} = 0$$

3.2. Addition und Subtraktion

Wurzeln über einer Addition oder Subtraktion dürfen nicht einzeln betrachtet werden

$$\sqrt{a \pm b} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$$

3.3. Multiplikation und Division

Brüche

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

3.3.1. Verschachtelungen

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

3.3.2. Wurzel als Potenz

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a}^{-1} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$$

4. Potenzen

4.1. Grundgesetze

$$a^1 = a$$

$$1^n = 1$$

$$a^0 = 1 \mid a \neq 0$$

$$0^0 = \textit{undefiniert}$$

4.2. Multiplikation und Division

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

4.3. Mehrere Potenzen

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

4.4. Negative Potenzen

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

5. Logarithmen

5.1. Grundgesetze

$$\log_a(a^b) = b$$

$$\log_a(1) = 0$$

$$\log_a(a) = 1$$

5.2. Addition und Subtraktion

Bei der Addition und Subtraktion können die Logarithmen nicht vereinfacht werden.

$$\log_a(b + c) = \log_a(b + c)$$

$$\log_a(b - c) = \log_a(b - c)$$

5.3. Multiplikation und Division

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

5.4. Potenzen

$$a^{\log_a(b)} = b$$

$$\log_a(b^c) = c \cdot \log_a(b)$$

6. Binomische Formeln

Plus-Form

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Minus-Form

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

Plus-Minus-Form

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a^2 + ba - ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

6.1. Pascalsche Dreieck

Das pascalsche Dreieck ist eine geometrische Darstellung der Binomialkoeffizienten. Mit ihm lassen sich binomische Formen vom Grad N bestimmen.

$N = 0$							1						
$N = 1$						1		1					
$N = 2$					1		2		1				
$N = 3$				1		3		3		1			
$N = 4$				1		4		6		4	1		
$N = 5$			1		5		10		10		5	1	
$N = 6$		1		6		15		20		15		6	1

Tabelle 1: Pascalsche Dreieck

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

7. Sinus, Kosinus und Tangens

7.1. Fundamentalbeziehungen

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

$$1 = \cos^2(x) + \sin^2(x)$$

A. Listings

B. Abbildungsverzeichnis

C. Tabellenverzeichnis

1. Pascalsche Dreieck	9
---------------------------------	---