Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра інформатики та програмної інженерії

Звіт

з лабораторної роботи № 1 з дисципліни
«Алгоритми та структури даних-2.
Структури даних»

«Проектування та аналіз алгоритмів внутрішнього сортування»

Варіант 5

Виконав студент ІП-15, Буяло Дмитро Олександрович
(шифр, прізвище, ім'я, по батькові)

Перевірив Соколовський Владислав Володимирович
(прізвище, ім'я, по батькові)

Київ 2022

Лабораторна робота 1
Проектування та аналіз алгоритмів внутрішнього сортування

Мета – вивчити основні методи аналізу обчислювальної складності алгоритмів внутрішнього сортування і оцінити поріг їх ефективності.

Індивідуальне завдання

Варіант 5

Завдання

На прикладі алгоритмів сортування бульбашкою та гребінцем, виконати аналіз алгоритму внутрішнього сортування на відповідність властивостям стійкості[1], природності поведінки[2], необхідності додаткової пам’яті, необхідності в знаннях про структуру даних та визначити чи базується на порівняннях.

Провести аналіз часової складності в гіршому, кращому і середньому випадках та записати часову складність в асимптотичних оцінках.

Провести ряд випробувань алгоритму на масивах різної розмірності і побудувати графіки залежності часових характеристик оцінювання від розмірності масиву, нанести на графік асимптотичну оцінку гіршого і кращого випадків для порівняння. Зробити порівняльний аналіз двох алгоритмів.

[1] Стійкість – здатність не виконувати обмін однакових елементів.

[2] Природність – здатність ефективно обробляти вже відсортовані чи частково відсортовані масиви. Повністю природний алгоритм на відсортованому масиві робить n порівнянь та жодного обміну.

Виконання

1.1 Аналіз алгоритму сортування бульбашкою на відповідність властивостям

Властивість	**Сортування бульбашкою**
Стійкість	Алгоритм є стійким
«Природність» поведінки (Adaptability)	Алгоритм є природним
Базуються на порівняннях	Алгоритм базується на порівняннях
Необхідність в додатковій пам'яті (об'єм)	Додаткової пам’яті алгоритм не потребує
Необхідність в знаннях про структури даних	Необхідні знання про базові та лінійні структури даних (масив)

1.2 Псевдокод алгоритму

```
Початок
isSorted = false; k = -1;
    Повторити
    Поки !isSorted
        isSorted = true; k++
        Повторити для і від lengthOfArr-1 до k
            Якщо arr[i-1] > arr[i]
              то
                isSorted = false
                buf = arr[i-1]
                arr[i-1] = arr[i]
                arr[i] = buf
            Все якщо
        Все повторити
    Все повторити
Кінець
```

1.3 Аналіз часової складності

Найкращий випадок: O(n)

Найгірший випадок: O(n^2)

Середній випадок: O(n^2)

1.4 Програмна реалізація алгоритму; Вихідний код

Main.java

```
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        Scanner in = new Scanner(System.in);
        int n = in.nextInt();
        int[] arr = new int[n]; // кол-во элементов в массиве
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            arr[i] = (int)(Math.random() * (double)(n + 1));//in.nextInt();arr[i] = i;//
        }
        int buf, comparison = 0, swap = 0, k = -1;
        boolean isSorted = false; // проверка на отсортированность, залог естественности
        while(!isSorted) { // идеальный пузырек личной разработки
            isSorted = true;
            k++; // самодельный счетчик
            for (int i = arr.length - 1; i > k; i--) {
                comparison++; // кол-во сравнений
                if (arr[i - 1] > arr[i]) {
                    isSorted = false; // если без использования третьей переменной:
                    buf = arr[i - 1]; // arr[j] += arr[j-1]
                    arr[i - 1] = arr[i]; // arr[j-1] = arr[j] - arr[j-1]
                    arr[i] = buf; // arr[j] -= arr[j-1]
                    swap++; // кол-во перестановок
                }
            }
        }
        System.out.println("\n\nComparisons = " + comparison + "; Swaps = " + swap);
    }
}
```

1.5 Приклад роботи програми сортування масиву на 100 елементів

```
100
Random array:
[8, 54, 18, 84, 45, 4, 7, 31, 31, 24, 73, 88, 66, 90, 75, 44, 66, 61, 3, 64, 34, 66, 35, 12, 42, 68, 54, 95,
99, 82, 48, 3, 91, 30, 49, 46, 94, 61, 48, 97, 48, 79, 77, 59, 47, 79, 97, 55, 28, 19, 59, 79, 84, 8, 68,
88, 11, 10, 3, 29, 71, 70, 66, 66, 20, 38, 58, 69, 88, 18, 30, 17, 67, 36, 8, 96, 31, 45, 55, 87, 87, 38,
11, 89, 72, 78, 43, 57, 8, 63, 37, 97, 20, 6, 78, 64, 17, 68, 59, 5]

Sorted array:
[3, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 8, 8, 10, 11, 11, 12, 17, 17, 18, 18, 19, 20, 20, 24, 28, 29, 30, 30, 31,
31, 31, 34, 35, 36, 37, 38, 38, 42, 43, 44, 45, 45, 46, 47, 48, 48, 48, 49, 54, 54, 55, 55, 57, 58, 59, 59,
59, 61, 61, 63, 64, 64, 66, 66, 66, 66, 66, 67, 68, 68, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 75, 77, 78, 78, 79, 79, 79,
82, 84, 84, 87, 87, 88, 88, 88, 89, 90, 91, 94, 95, 96, 97, 97, 97, 99]

Comparisons = 4779; Swaps = 2454
```

1.6 Приклад роботи програми сортування масиву на 1000 елементів

```
1000
Random array:
[63, 468, 663, 476, 37, 417, 423, 39, 414, 559, 459, 271, 520, 298, 15, 250, 762, 831, 766, 312, 463, 646, 59, 852, 359, 898, 237, 833,
438, 567, 895, 741, 77, 225, 132, 308, 881, 747, 893, 935, 400, 229, 220, 346, 957, 970, 887, 737, 135, 364, 113, 284, 111, 194, 315,
706, 855, 892, 639, 246, 475, 3, 788, 295, 356, 276, 98, 654, 527, 489, 55, 305, 693, 391, 505, 459, 673, 896, 602, 516, 541, 982,
147, 588, 665, 577, 336, 139, 944, 83, 88, 366, 997, 100, 101, 955, 726, 318, 431, 908, 712, 545, 977, 280, 103, 281, 458, 746, 270,
328, 594, 128, 278, 439, 996, 188, 375, 111, 940, 208, 52, 257, 585, 172, 946, 615, 371, 622, 750, 462, 335, 595, 621, 394, 811, 405,
974, 669, 518, 405, 470, 916, 350, 288, 991, 783, 291, 936, 808, 466, 728, 290, 776, 888, 121, 240, 291, 747, 411, 51, 2, 548, 761,
442, 687, 194, 248, 8, 517, 735, 885, 337, 988, 354, 920, 806, 64, 788, 722, 769, 780, 873, 656, 566, 339, 138, 290, 518, 24, 921,
947, 905, 596, 708, 76, 715, 650, 123, 213, 809, 401, 189, 255, 36, 647, 302, 672, 762, 281, 645, 811, 171, 535, 602, 852, 755, 314,
115, 135, 330, 395, 814, 493, 38, 951, 178, 973, 790, 867, 974, 808, 772, 589, 658, 796, 731, 752, 531, 307, 931, 709, 905, 963, 873,
174, 681, 692, 101, 577, 366, 253, 657, 414, 645, 499, 58, 824, 367, 639, 988, 857, 998, 509, 229, 423, 299, 373, 777, 701, 336, 112,
449, 862, 658, 751, 804, 341, 863, 117, 611, 521, 633, 147, 642, 586, 701, 720, 116, 583, 163, 170, 652, 117, 5, 619, 232, 965, 686,
27, 298, 858, 193, 474, 744, 90, 984, 459, 302, 150, 848, 209, 532, 519, 850, 831, 363, 912, 121, 861, 957, 728, 502, 236, 475, 174,
703, 954, 162, 577, 930, 707, 79, 669, 664, 633, 702, 237, 626, 872, 563, 364, 750, 9, 97, 635, 397, 677, 846, 125, 932, 451, 215,
668, 177, 994, 82, 888, 293, 795, 595, 764, 54, 236, 707, 29, 557, 696, 95, 536, 946, 311, 345, 831, 819, 590, 502, 587, 603, 522,
333, 190, 323, 989, 968, 745, 907, 254, 857, 10, 318, 86, 408, 260, 627, 552, 960, 908, 330, 893, 251, 756, 96, 931, 929, 158, 412,
374, 145, 959, 489, 22, 803, 41, 187, 314, 524, 508, 645, 899, 21, 990, 752, 876, 141, 364, 629, 177, 452, 203, 753, 86, 978, 605,
472, 253, 311, 648, 209, 712, 112, 659, 778, 248, 730, 579, 896, 250, 481, 238, 144, 539, 967, 27, 348, 16, 610, 524, 584, 949, 525,
878, 808, 529, 733, 380, 390, 963, 668, 476, 685, 694, 911, 637, 140, 546, 103, 912, 335, 485, 17, 721, 774, 438, 829, 381, 233, 109,
759, 178, 935, 994, 386, 309, 855, 876, 53, 865, 33, 940, 54, 124, 830, 231, 453, 842, 698, 633, 700, 848, 186, 702, 444, 274, 577,
672, 318, 924, 753, 703, 781, 843, 669, 960, 505, 923, 32, 439, 222, 477, 636, 559, 360, 55, 117, 370, 300, 437, 772, 955, 592, 642,
460, 970, 998, 19, 587, 546, 806, 948, 564, 736, 471, 443, 193, 488, 251, 50, 917, 699, 192, 675, 924, 222, 513, 654, 725, 867, 135,
260, 886, 284, 918, 985, 276, 369, 891, 409, 394, 257, 641, 217, 983, 236, 840, 905, 462, 950, 787, 53, 429, 61, 763, 598, 800, 153,
934, 395, 4, 7, 509, 535, 16, 578, 900, 248, 899, 885, 611, 998, 953, 814, 738, 280, 574, 265, 971, 992, 349, 412, 208, 688, 996,
869, 997, 972, 288, 434, 236, 286, 198, 680, 820, 834, 95, 75, 107, 980, 12, 532, 470, 467, 649, 197, 405, 20, 3, 117, 136, 388,
279, 874, 941, 724, 949, 656, 899, 254, 717, 298, 190, 538, 416, 693, 550, 290, 759, 654, 979, 640, 265, 743, 394, 906, 613, 778, 419,
463, 127, 762, 150, 41, 100, 740, 373, 817, 189, 663, 334, 40, 158, 670, 917, 503, 847, 352, 751, 59, 347, 428, 580, 603, 38, 1,
982, 323, 284, 979, 360, 831, 336, 542, 988, 744, 210, 551, 757, 619, 92, 588, 205, 706, 119, 953, 345, 852, 232, 275, 781, 31, 159,
607, 630, 396, 489, 726, 795, 435, 221, 193, 185, 849, 153, 121, 635, 973, 934, 958, 342, 153, 665, 603, 872, 307, 479, 68, 921, 3,
589, 471, 286, 793, 953, 592, 761, 191, 825, 404, 908, 681, 169, 949, 61, 302, 78, 680, 207, 976, 146, 952, 773, 429, 951, 607, 824,
736, 675, 754, 551, 811, 173, 651, 442, 837, 691, 331, 37, 553, 841, 975, 707, 500, 368, 321, 444, 841, 681, 358, 307, 109, 152, 338,
726, 311, 691, 737, 605, 112, 144, 91, 819, 484, 703, 810, 430, 28, 549, 924, 723, 425, 701, 463, 937, 858, 123, 602, 404, 34, 946,
958, 636, 424, 812, 472, 805, 637, 228, 127, 987, 439, 11, 307, 431, 779, 828, 41, 182, 314, 164, 469, 295, 380, 968, 864, 0, 17,
614, 209, 209, 678, 866, 882, 849, 502, 912, 226, 682, 586, 668, 917, 388, 496, 24, 807, 923, 419, 849, 610, 361, 683, 134, 173, 716,
109, 888, 277, 505, 566, 958, 858, 151, 348, 292, 337, 673, 545, 797, 223, 484, 296, 280, 511, 552, 996, 750, 465, 613, 786, 687, 274,
595, 382, 768, 697, 944, 166, 921, 287, 58, 688, 522, 970, 628, 211, 22, 778, 263, 708, 244, 315, 442, 735, 160, 85, 467, 977, 1,
168, 808, 841, 105, 857, 966, 374, 90, 762, 702, 959, 525, 603, 319, 691, 495, 343, 468, 72, 151, 601, 812, 691, 588, 307, 779, 814,
138, 350, 537, 458, 537, 605, 256, 313, 176, 67, 744, 53, 90, 1, 497, 996, 188, 937, 297, 778, 688, 62, 514, 689, 660, 94, 410]
```

```
Sorted array:
[0, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 16, 17, 17, 19, 20, 21, 22, 22, 24, 24,
27, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 37, 38, 38, 39, 40, 41, 41, 41, 50, 51, 52, 53, 53, 53, 54, 54, 55,
55, 58, 58, 59, 59, 61, 61, 62, 63, 64, 67, 68, 72, 75, 76, 77, 78, 79, 82, 83, 85, 86, 86, 88, 90, 90, 90,
91, 92, 94, 95, 95, 96, 97, 98, 100, 100, 101, 101, 103, 103, 105, 107, 109, 109, 109, 111, 111, 112, 112, 112, 113, 115, 116,
117, 117, 117, 117, 119, 121, 121, 121, 123, 123, 124, 125, 127, 127, 128, 132, 134, 135, 135, 135, 136, 138, 138, 139, 140, 141, 144,
144, 145, 146, 147, 147, 150, 150, 151, 151, 152, 153, 153, 153, 158, 158, 159, 160, 162, 163, 164, 166, 168, 169, 170, 171, 172, 173,
173, 174, 174, 176, 177, 177, 178, 178, 182, 185, 186, 187, 188, 188, 189, 189, 190, 190, 191, 192, 193, 193, 193, 194, 194, 197, 198,
203, 205, 207, 208, 208, 209, 209, 209, 209, 210, 211, 213, 215, 217, 220, 221, 222, 222, 223, 225, 226, 228, 229, 229, 231, 232, 232,
233, 236, 236, 236, 236, 237, 237, 238, 240, 244, 246, 248, 248, 248, 250, 250, 251, 251, 253, 253, 254, 254, 255, 256, 257, 257, 260,
260, 263, 265, 265, 270, 271, 274, 274, 275, 276, 276, 277, 278, 279, 280, 280, 280, 281, 281, 284, 284, 284, 286, 286, 287, 288, 288,
290, 290, 290, 291, 291, 292, 293, 295, 295, 296, 297, 298, 298, 298, 299, 300, 302, 302, 302, 305, 307, 307, 307, 307, 307, 308, 309,
311, 311, 311, 312, 313, 314, 314, 314, 315, 315, 318, 318, 318, 319, 321, 323, 323, 328, 330, 330, 331, 333, 334, 335, 335, 336, 336,
336, 337, 337, 338, 339, 341, 342, 343, 345, 345, 346, 347, 348, 348, 349, 350, 350, 352, 354, 356, 358, 359, 360, 360, 361, 363, 364,
364, 364, 366, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 373, 373, 374, 374, 375, 380, 380, 381, 382, 386, 388, 388, 390, 391, 394, 394, 394, 395,
395, 396, 397, 400, 401, 404, 404, 405, 405, 405, 408, 409, 410, 411, 412, 412, 414, 414, 416, 417, 419, 419, 423, 423, 424, 425, 428,
429, 429, 430, 431, 431, 434, 435, 437, 438, 438, 439, 439, 439, 442, 442, 442, 443, 444, 444, 449, 451, 452, 453, 458, 458, 459, 459,
459, 460, 462, 462, 463, 463, 463, 465, 466, 467, 467, 468, 468, 469, 470, 470, 471, 471, 472, 472, 474, 475, 475, 476, 476, 477, 479,
481, 484, 484, 485, 488, 489, 489, 489, 493, 495, 496, 497, 499, 500, 502, 502, 502, 503, 505, 505, 505, 508, 509, 509, 511, 513, 514,
516, 517, 518, 518, 519, 520, 521, 522, 522, 524, 524, 525, 525, 527, 529, 531, 532, 532, 535, 535, 536, 537, 537, 538, 539, 541, 542,
545, 545, 546, 546, 548, 549, 550, 551, 551, 552, 552, 553, 557, 559, 559, 563, 564, 566, 566, 567, 574, 577, 577, 577, 577, 578, 579,
580, 583, 584, 585, 586, 586, 587, 587, 588, 588, 588, 589, 589, 590, 592, 592, 594, 595, 595, 595, 596, 598, 601, 602, 602, 602, 603,
603, 603, 603, 605, 605, 605, 607, 607, 610, 610, 611, 611, 613, 613, 614, 615, 619, 619, 621, 622, 626, 627, 628, 629, 630, 633, 633,
633, 635, 635, 636, 636, 637, 637, 639, 639, 640, 641, 642, 642, 645, 645, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 654, 654, 654, 656,
656, 657, 658, 658, 659, 660, 663, 663, 664, 665, 665, 668, 668, 668, 669, 669, 669, 670, 672, 672, 673, 673, 675, 675, 677, 678, 680,
680, 681, 681, 681, 682, 683, 685, 686, 687, 687, 688, 688, 688, 689, 691, 691, 691, 691, 692, 693, 693, 694, 696, 697, 698, 699, 700,
701, 701, 701, 702, 702, 702, 703, 703, 703, 706, 706, 707, 707, 707, 708, 708, 709, 712, 712, 715, 716, 717, 720, 721, 722, 723, 724,
725, 726, 726, 726, 728, 728, 730, 731, 733, 735, 735, 736, 736, 737, 737, 738, 740, 741, 743, 744, 744, 744, 745, 746, 747, 747, 750,
750, 750, 751, 751, 752, 752, 753, 753, 754, 755, 756, 757, 759, 759, 761, 761, 762, 762, 762, 762, 763, 764, 766, 768, 769, 772, 772,
773, 774, 776, 777, 778, 778, 778, 778, 779, 779, 780, 781, 781, 783, 786, 787, 788, 788, 790, 793, 795, 795, 796, 797, 800, 803, 804,
805, 806, 806, 807, 808, 808, 808, 808, 809, 810, 811, 811, 811, 812, 812, 814, 814, 814, 817, 819, 819, 820, 824, 824, 825, 828, 829,
830, 831, 831, 831, 831, 833, 834, 837, 840, 841, 841, 841, 842, 843, 846, 847, 848, 848, 849, 849, 849, 850, 852, 852, 852, 855, 855,
857, 857, 857, 858, 858, 858, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 867, 869, 872, 872, 873, 873, 874, 876, 876, 878, 881, 882, 885, 885,
886, 887, 888, 888, 888, 891, 892, 893, 893, 895, 896, 896, 898, 899, 899, 899, 900, 905, 905, 905, 906, 907, 908, 908, 908, 911, 912,
912, 912, 916, 917, 917, 917, 918, 920, 921, 921, 921, 923, 923, 924, 924, 924, 929, 930, 931, 931, 932, 934, 934, 935, 935, 936, 937,
937, 940, 940, 941, 944, 944, 946, 946, 946, 947, 948, 949, 949, 949, 950, 951, 951, 952, 953, 953, 953, 954, 955, 955, 957, 957, 958,
958, 958, 959, 959, 960, 960, 963, 963, 965, 966, 967, 968, 968, 970, 970, 970, 971, 972, 973, 973, 974, 974, 975, 976, 977, 977, 978,
979, 979, 980, 982, 982, 983, 984, 985, 987, 988, 988, 988, 989, 990, 991, 992, 994, 994, 996, 996, 996, 996, 997, 997, 998, 998, 998]

Comparisons = 495930; Swaps = 248902
```

1.7 Часові характеристики оцінювання

В таблиці 1.7.1 наведені характеристики оцінювання алгоритму сортування бульбашки для впорядкованої послідовності елементів у масиві.

Таблиця 1.7.1

Розмірність масиву	Число порівнянь	Число перестановок
10	9	0
100	99	0
1000	999	0
5000	4999	0
10000	9999	0
20000	19999	0
50000	49999	0

В таблиці 1.7.2 наведені характеристики оцінювання алгоритму сортування бульбашки для зворотно впорядкованої послідовності елементів у масиві.

Таблиця 1.7.2

Розмірність масиву	Число порівнянь	Число перестановок
10	45	45
100	4950	4950
1000	499500	499500
5000	12497500	12497500
10000	49995000	49995000
20000	199990000	199990000
50000	1249975000	1249975000

В таблиці 1.7.3 наведені характеристики оцінювання алгоритму сортування бульбашки для випадкової послідовності елементів у масиві.

Таблиця 1.7.3

Розмірність масиву	Число порівнянь	Число перестановок
10	45	21
100	4872	2294
1000	499122	257972
5000	12477199	6173360
10000	49982120	24789372
20000	199983559	101022631
50000	1249898364	621786381

1.8 Графіки залежності часових характеристик оцінювання від розмірності масиву

На рисунку 1.8.1 та 1.8.2 показані графіки залежності часових характеристик оцінювання від розмірності масиву для випадків, коли масиви містять упорядковану послідовність елементів (зелений графік), коли масиви містять зворотно упорядковану послідовність елементів (червоний графік), коли масиви містять випадкову послідовність елементів (синій графік), також на рисунках 1.8.3 та 1.8.4 показані асимптотичні оцінки гіршого (фіолетовий графік) і кращого (жовтий графік) випадків для порівняння.

Рисунок 1.8.3

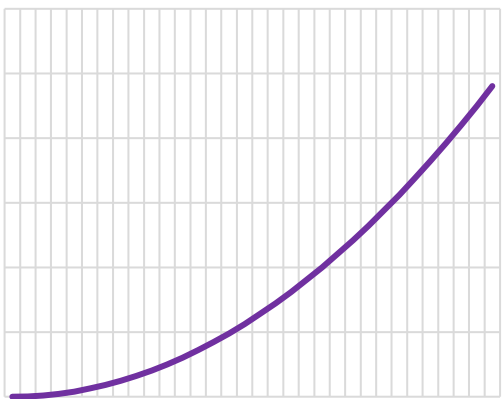


Рисунок 1.8.4

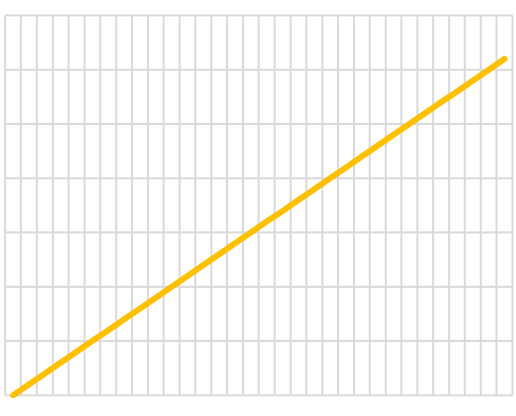


Рисунок 1.8.1

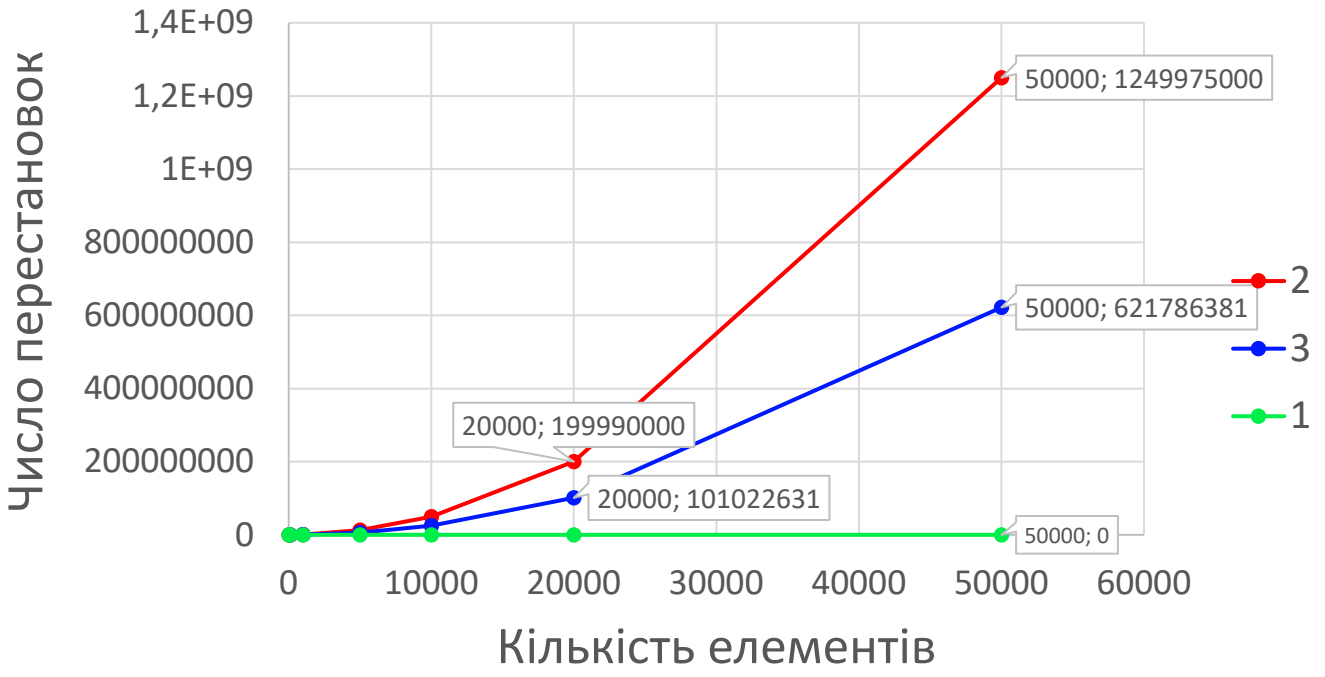
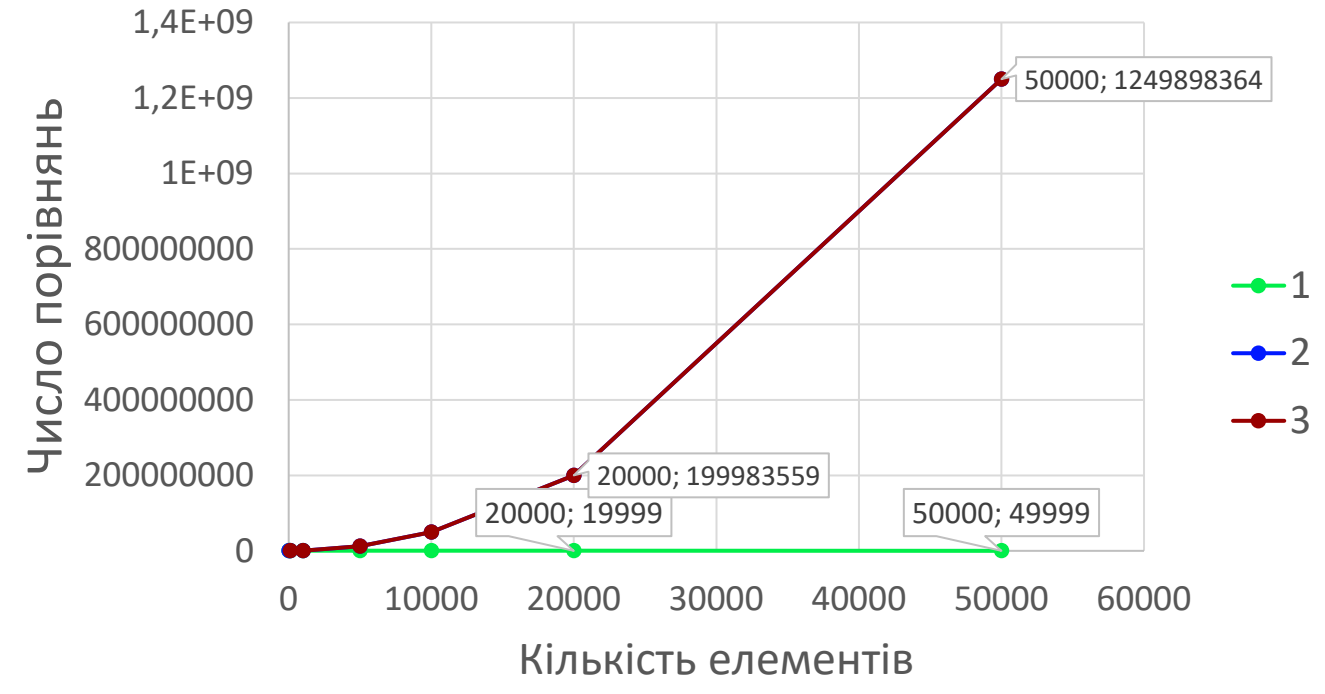


Рисунок 1.8.2



2.1 Аналіз алгоритму сортування бульбашкою на відповідність властивостям

Властивість	**Сортування бульбашкою**
Стійкість	Алгоритм не є стійким
«Природність» поведінки (Adaptability)	Алгоритм є природним
Базуються на порівняннях	Алгоритм базується на порівняннях
Необхідність в додатковій пам'яті (об'єм)	Додаткової пам’яті алгоритм не потребує
Необхідність в знаннях про структури даних	Необхідні знання про базові та лінійні структури даних (масив)

2.2 Псевдокод алгоритму

```
Початок
step = lengthOfArr
constatnt = 1.24733095
    Повторити
    Поки step > 1
        step = step / constant
        Повторити для і від 0 до lengthOfArr - step
            Якщо arr[i] > arr[i+step]
              то
                buf = arr[i]
                arr[i] = arr[i+step]
                arr[i+step] = buf
            Все якщо
        Все повторити
    Все повторити
Кінець
```

2.3 Аналіз часової складності

Найкращий випадок: O(nlogn)

Найгірший випадок: O(n^2)

Середній випадок: O($^{n^2}/_{2^p}$)

2.4 Програмна реалізація алгоритму; Вихідний код

Main.java BubbleSort.java

```
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        Scanner in = new Scanner(System.in);
        int n = in.nextInt();
        int[] arr = new int[n]; // кол-во элементов в массиве
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            arr[i] = (int)(Math.random() * (double)(n + 1));//in.nextInt();//arr[i] = n-i;
        }
        System.out.print("Random array:"); output(n, arr);
        //bubbleSort(arr);
        int buf, comparison = 0, swap = 0, step = arr.length;
        double constant = 1.24733095;
        while (step>1) {
            step = (int) (step/constant);
            for(int i = 0; step+i<arr.length;i++) {
                comparison++;
                if(arr[i]>arr[i+step]) {
                    buf = arr[i];
                    arr[i] = arr[i+step];
                    arr[i+step] = buf;
                    swap++;
                }
            }
        }
        System.out.print("\nSorted array:"); output(n, arr);
        System.out.println("\nComparisons = " + comparison + "; Swaps = " + swap);
    }
```

2.4 Приклад роботи програми сортування масиву на 100 елементів

```
100
Random array:
[83, 29, 11, 63, 77, 64, 51, 91, 29, 3, 58, 4, 40, 43, 86, 97, 73, 14, 72, 39, 95, 90, 7, 28, 65, 70, 68, 42,
59, 24, 31, 70, 84, 31, 49, 82, 96, 99, 8, 44, 69, 45, 55, 86, 44, 35, 46, 79, 0, 4, 76, 28, 35, 100, 21,
78, 87, 11, 53, 7, 53, 0, 94, 28, 50, 37, 26, 23, 43, 26, 86, 38, 15, 18, 67, 86, 92, 54, 98, 55, 37, 24,
5, 15, 18, 98, 76, 35, 27, 81, 62, 9, 55, 83, 47, 65, 68, 48, 24, 83]

Sorted array:
[0, 0, 3, 4, 4, 5, 7, 7, 8, 9, 11, 11, 14, 15, 15, 18, 18, 21, 23, 24, 24, 24, 26, 26, 27, 28, 28, 28,
29, 29, 31, 31, 35, 35, 35, 37, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 43, 44, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 53, 54,
55, 55, 55, 58, 59, 62, 63, 64, 65, 65, 67, 68, 68, 69, 70, 70, 72, 73, 76, 76, 77, 78, 79, 81, 82, 83, 83,
83, 84, 86, 86, 86, 86, 87, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 97, 98, 98, 99, 100]

Comparisons = 1229; Swaps = 242
```

2.5 Приклад роботи програми сортування масиву на 1000 елементів

```
1000
Random array:
[9, 772, 495, 180, 684, 853, 81, 138, 466, 108, 640, 413, 192, 111, 13, 821, 308, 483, 706, 365, 971, 537, 76, 329, 38, 316, 413, 900,
690, 812, 592, 87, 347, 506, 194, 929, 347, 709, 528, 694, 343, 538, 759, 113, 709, 843, 456, 419, 332, 771, 210, 352, 68, 193, 619,
139, 737, 682, 872, 875, 49, 303, 362, 611, 14, 40, 226, 9, 410, 258, 504, 305, 667, 290, 641, 941, 89, 839, 390, 228, 680, 633,
781, 15, 951, 471, 705, 428, 14, 562, 870, 431, 964, 854, 285, 118, 963, 866, 213, 351, 783, 393, 516, 624, 504, 338, 640, 786, 948,
824, 48, 581, 975, 716, 773, 782, 183, 637, 912, 78, 675, 573, 294, 762, 520, 209, 282, 702, 247, 210, 606, 56, 206, 753, 455, 645,
923, 762, 553, 964, 629, 459, 795, 348, 996, 35, 120, 892, 732, 480, 714, 353, 105, 854, 255, 407, 637, 614, 949, 311, 193, 869, 236,
246, 449, 833, 680, 333, 216, 135, 237, 621, 469, 15, 275, 130, 970, 932, 8, 371, 282, 543, 692, 640, 625, 579, 827, 784, 446, 601,
830, 58, 816, 274, 127, 155, 756, 346, 359, 499, 381, 176, 479, 393, 305, 302, 816, 696, 112, 268, 808, 249, 810, 614, 997, 453, 89,
730, 36, 973, 926, 43, 946, 786, 476, 836, 545, 477, 540, 837, 54, 927, 846, 632, 113, 312, 231, 832, 72, 665, 414, 892, 257, 31,
401, 454, 59, 689, 744, 105, 116, 746, 789, 451, 563, 879, 804, 513, 305, 957, 331, 532, 557, 746, 446, 422, 389, 962, 607, 248, 931,
454, 682, 331, 891, 415, 329, 788, 555, 120, 323, 594, 990, 851, 611, 521, 221, 331, 859, 645, 331, 238, 973, 461, 977, 62, 656, 31,
591, 887, 321, 999, 653, 460, 834, 757, 720, 264, 370, 538, 613, 153, 407, 687, 17, 544, 218, 930, 8, 53, 547, 31, 456, 958, 66,
813, 79, 832, 60, 151, 905, 250, 297, 254, 282, 501, 430, 180, 164, 823, 376, 310, 279, 823, 20, 246, 990, 372, 318, 387, 82, 443,
286, 262, 481, 88, 670, 543, 871, 984, 88, 568, 534, 740, 248, 87, 286, 505, 473, 912, 232, 191, 96, 127, 230, 49, 490, 521, 368,
202, 387, 932, 448, 192, 919, 291, 479, 536, 243, 238, 435, 802, 987, 310, 73, 724, 695, 888, 462, 445, 438, 260, 952, 42, 249, 417,
733, 135, 539, 416, 784, 508, 801, 477, 980, 354, 878, 272, 353, 981, 844, 225, 24, 546, 47, 35, 124, 663, 215, 43, 81, 532, 571,
492, 49, 589, 843, 244, 854, 518, 650, 2, 774, 899, 219, 613, 698, 655, 606, 635, 638, 976, 573, 930, 391, 332, 89, 674, 160, 762,
959, 857, 292, 651, 422, 31, 886, 810, 746, 801, 928, 772, 657, 292, 779, 903, 220, 649, 290, 60, 212, 413, 560, 291, 272, 491, 376,
253, 181, 320, 649, 880, 404, 721, 767, 49, 643, 918, 629, 914, 512, 136, 265, 855, 606, 248, 386, 999, 184, 917, 889, 586, 396, 825,
341, 505, 472, 617, 749, 760, 619, 373, 419, 686, 366, 542, 604, 276, 19, 505, 691, 61, 445, 145, 113, 614, 854, 54, 821, 900, 427,
315, 93, 361, 604, 101, 753, 854, 585, 698, 291, 284, 156, 932, 278, 70, 257, 412, 474, 370, 766, 423, 406, 336, 927, 803, 873, 536,
421, 631, 689, 84, 584, 109, 248, 943, 453, 569, 926, 323, 351, 165, 133, 116, 484, 430, 882, 797, 594, 529, 21, 299, 64, 773, 963,
963, 984, 651, 552, 746, 596, 403, 974, 580, 243, 977, 962, 881, 388, 972, 399, 992, 540, 104, 344, 528, 950, 536, 849, 411, 758, 375,
515, 647, 855, 589, 582, 776, 111, 530, 488, 259, 785, 314, 273, 992, 831, 306, 883, 529, 603, 56, 434, 631, 891, 110, 767, 155, 544,
286, 133, 400, 2, 136, 743, 552, 873, 538, 951, 941, 342, 571, 302, 484, 615, 94, 302, 788, 742, 749, 730, 108, 201, 399, 564, 545,
310, 402, 103, 614, 121, 483, 641, 598, 712, 373, 167, 898, 945, 876, 900, 926, 571, 422, 112, 969, 290, 777, 625, 833, 729, 9, 557,
23, 613, 485, 401, 668, 323, 184, 255, 387, 882, 333, 97, 843, 913, 950, 319, 750, 521, 648, 338, 716, 123, 742, 999, 406, 189, 466,
656, 164, 531, 900, 286, 422, 259, 36, 694, 906, 762, 251, 908, 941, 98, 341, 165, 884, 29, 199, 453, 43, 474, 148, 430, 289, 577,
930, 711, 884, 721, 350, 900, 33, 759, 634, 477, 13, 471, 595, 631, 736, 717, 855, 367, 108, 90, 449, 814, 539, 893, 352, 439, 525,
131, 621, 27, 331, 835, 113, 636, 385, 425, 974, 445, 179, 31, 376, 351, 126, 646, 345, 397, 47, 733, 807, 650, 711, 456, 429, 939,
103, 2, 208, 921, 937, 567, 215, 348, 208, 444, 384, 1, 539, 326, 748, 709, 365, 354, 40, 69, 25, 672, 199, 979, 236, 254, 848,
817, 434, 549, 524, 224, 5, 33, 56, 707, 456, 146, 186, 913, 184, 169, 281, 347, 622, 538, 720, 427, 160, 760, 336, 254, 477, 586,
122, 221, 554, 321, 250, 559, 958, 202, 341, 270, 713, 593, 851, 427, 388, 310, 355, 718, 895, 814, 528, 229, 808, 109, 592, 900, 972,
185, 66, 765, 557, 494, 714, 133, 698, 515, 684, 41, 328, 711, 994, 951, 891, 233, 633, 425, 99, 618, 807, 671, 61, 287, 15, 187,
671, 135, 985, 483, 325, 612, 680, 721, 719, 732, 36, 441, 657, 157, 324, 980, 584, 53, 488, 39, 812, 708, 203, 917, 207, 36, 849,
271, 465, 934, 43, 954, 935, 101, 954, 334, 401, 441, 60, 778, 105, 282, 693, 397, 809, 756, 211, 987, 635, 377, 371, 74, 8, 479,
45, 378, 21, 482, 212, 537, 164, 96, 796, 915, 476, 495, 758, 404, 813, 138, 583, 651, 112, 441, 156, 835, 261, 696, 862, 153, 384]
```

```
Sorted array:
[1, 2, 2, 2, 5, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 13, 13, 14, 14, 15, 15, 15, 17, 19, 20, 21, 21, 23, 24, 25, 27, 29,
31, 31, 31, 31, 31, 33, 33, 35, 35, 36, 36, 36, 36, 38, 39, 40, 40, 41, 42, 43, 43, 43, 43, 45, 47, 47, 48,
49, 49, 49, 49, 53, 53, 54, 54, 56, 56, 56, 58, 59, 60, 60, 60, 61, 61, 62, 64, 66, 66, 68, 69, 70, 72, 73,
74, 76, 78, 79, 81, 81, 82, 84, 87, 87, 88, 88, 89, 89, 89, 90, 93, 94, 96, 96, 97, 98, 99, 101, 101, 103, 103,
104, 105, 105, 105, 108, 108, 108, 109, 109, 110, 111, 111, 112, 112, 112, 113, 113, 113, 113, 116, 116, 118, 120, 120, 121, 122, 123,
124, 126, 127, 127, 130, 131, 133, 133, 133, 135, 135, 135, 136, 136, 138, 138, 139, 145, 146, 148, 151, 153, 153, 155, 155, 156, 156,
157, 160, 160, 164, 164, 164, 165, 165, 167, 169, 176, 179, 180, 180, 181, 183, 184, 184, 184, 185, 186, 187, 189, 191, 192, 192, 193,
193, 194, 199, 199, 201, 202, 202, 203, 206, 207, 208, 208, 209, 210, 210, 211, 212, 212, 213, 215, 215, 216, 218, 219, 220, 221, 221,
224, 225, 226, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 236, 236, 237, 238, 238, 243, 243, 244, 246, 246, 247, 248, 248, 248, 248, 249, 249, 250,
250, 251, 253, 254, 254, 254, 255, 255, 257, 257, 258, 259, 259, 260, 261, 262, 264, 265, 268, 270, 271, 272, 272, 273, 274, 275, 276,
278, 279, 281, 282, 282, 282, 282, 284, 285, 286, 286, 286, 286, 287, 289, 290, 290, 290, 291, 291, 291, 292, 292, 294, 297, 299, 302,
302, 302, 303, 305, 305, 305, 306, 308, 310, 310, 310, 310, 311, 312, 314, 315, 316, 318, 319, 320, 321, 321, 323, 323, 323, 324, 325,
326, 328, 329, 329, 331, 331, 331, 331, 331, 332, 332, 333, 333, 334, 336, 336, 338, 338, 341, 341, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347,
347, 347, 348, 348, 350, 351, 351, 351, 352, 352, 353, 353, 354, 354, 355, 359, 361, 362, 365, 365, 366, 367, 368, 370, 370, 371, 371,
372, 373, 373, 375, 376, 376, 376, 377, 378, 381, 384, 384, 386, 385, 387, 387, 387, 388, 388, 389, 390, 391, 393, 393, 396, 397, 397,
399, 399, 400, 401, 401, 401, 402, 403, 404, 404, 406, 406, 407, 407, 410, 411, 412, 413, 413, 413, 414, 415, 416, 417, 419, 419, 421,
422, 422, 422, 422, 423, 425, 425, 427, 427, 427, 428, 429, 430, 430, 430, 431, 434, 434, 435, 438, 439, 441, 441, 441, 443, 444, 445,
445, 445, 446, 446, 448, 449, 449, 451, 453, 453, 453, 454, 454, 455, 456, 456, 456, 456, 459, 460, 461, 462, 465, 466, 466, 469, 471,
471, 472, 473, 474, 474, 476, 476, 477, 477, 477, 477, 479, 479, 479, 480, 481, 482, 483, 483, 483, 484, 484, 485, 488, 488, 490, 491,
492, 494, 495, 495, 499, 501, 504, 504, 505, 505, 505, 506, 508, 512, 513, 515, 515, 516, 518, 520, 521, 521, 521, 524, 525, 528, 528,
528, 529, 529, 530, 531, 532, 532, 534, 536, 536, 536, 537, 537, 538, 538, 538, 538, 539, 539, 539, 540, 540, 542, 543, 543, 544, 544,
545, 545, 546, 547, 549, 552, 552, 553, 554, 555, 557, 557, 557, 559, 560, 562, 563, 564, 567, 568, 569, 571, 571, 571, 573, 573, 577,
579, 580, 581, 582, 583, 584, 584, 585, 586, 586, 589, 589, 591, 592, 592, 593, 594, 594, 595, 596, 598, 601, 603, 604, 604, 606, 606,
606, 607, 611, 611, 612, 613, 613, 613, 614, 614, 614, 614, 615, 617, 618, 619, 619, 621, 621, 622, 624, 625, 625, 629, 629, 631, 631,
631, 632, 633, 633, 634, 635, 635, 636, 637, 637, 638, 640, 640, 640, 641, 641, 643, 645, 645, 646, 647, 648, 649, 649, 650, 650, 651,
651, 651, 653, 655, 656, 656, 657, 657, 663, 665, 667, 668, 670, 671, 671, 672, 674, 675, 680, 680, 680, 682, 682, 684, 684, 686, 687,
689, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 694, 695, 696, 696, 698, 698, 698, 702, 705, 706, 707, 708, 709, 709, 709, 711, 711, 711, 712, 713,
714, 714, 716, 716, 717, 718, 719, 720, 720, 721, 721, 721, 724, 729, 730, 730, 732, 732, 733, 733, 736, 737, 740, 742, 742, 743, 744,
746, 746, 746, 746, 748, 749, 749, 750, 753, 753, 756, 756, 757, 758, 758, 759, 759, 760, 760, 762, 762, 762, 762, 765, 766, 767, 767,
771, 772, 772, 773, 773, 774, 776, 777, 778, 779, 781, 782, 783, 784, 784, 785, 786, 786, 788, 788, 789, 795, 796, 797, 801, 801, 802,
803, 804, 807, 807, 808, 808, 809, 810, 810, 812, 812, 813, 813, 814, 814, 816, 816, 817, 821, 821, 823, 823, 824, 825, 827, 830, 831,
832, 832, 833, 833, 834, 835, 835, 836, 837, 839, 843, 843, 843, 844, 846, 848, 849, 849, 851, 851, 853, 854, 854, 854, 854, 854, 855,
855, 855, 857, 859, 862, 866, 869, 870, 871, 872, 873, 873, 875, 876, 878, 879, 880, 881, 882, 882, 883, 884, 884, 886, 887, 888, 889,
891, 891, 891, 892, 892, 893, 895, 898, 899, 900, 900, 900, 900, 900, 900, 903, 905, 906, 908, 912, 912, 913, 913, 914, 915, 917, 917,
918, 919, 921, 923, 926, 926, 926, 927, 927, 928, 929, 930, 930, 930, 931, 932, 932, 932, 934, 935, 937, 939, 941, 941, 941, 943, 945,
946, 948, 949, 950, 950, 951, 951, 951, 952, 954, 954, 957, 958, 958, 959, 962, 962, 963, 963, 963, 964, 964, 969, 970, 971, 972, 972,
973, 973, 974, 974, 975, 976, 977, 977, 979, 980, 980, 981, 984, 984, 985, 987, 987, 990, 990, 992, 992, 994, 996, 997, 999, 999, 999]

Comparisons = 22022; Swaps = 4002
```

2.7 Часові характеристики оцінювання

В таблиці 2.7.1 наведені характеристики оцінювання алгоритму сортування бульбашки для впорядкованої послідовності елементів у масиві.

Таблиця 2.7.1

Розмірність масиву	Число порівнянь	Число перестановок
10	36	0
100	1229	0
1000	22022	0
5000	144862	0
10000	329644	0
20000	719241	0
50000	1997958	0

В таблиці 2.7.2 наведені характеристики оцінювання алгоритму сортування бульбашки для зворотно впорядкованої послідовності елементів у масиві.

Таблиця 2.7.2

Розмірність масиву	Число порівнянь	Число перестановок
10	36	9
100	1229	110
1000	22022	1512
5000	144862	9016
10000	329644	19132
20000	719241	40852
50000	1997958	109958

В таблиці 2.7.3 наведені характеристики оцінювання алгоритму сортування бульбашки для випадкової послідовності елементів у масиві.

Таблиця 2.7.3

Розмірність масиву	Число порівнянь	Число перестановок
10	36	4
100	1229	211
1000	22022	4030
5000	144862	25591
10000	329644	57112
20000	719241	124466
50000	1997958	353199

2.8 Графіки залежності часових характеристик оцінювання від розмірності масиву

На рисунку 2.8.1 та 2.8.2 показані графіки залежності часових характеристик оцінювання від розмірності масиву для випадків, коли масиви містять упорядковану послідовність елементів (зелений графік), коли масиви містять зворотно упорядковану послідовність елементів (червоний графік), коли масиви містять випадкову послідовність елементів (синій графік), також на рисунках 2.8.3 та 2.8.4 показані асимптотичні оцінки гіршого (фіолетовий графік) і кращого (жовтий графік) випадків для порівняння.

Рисунок 2.8.3

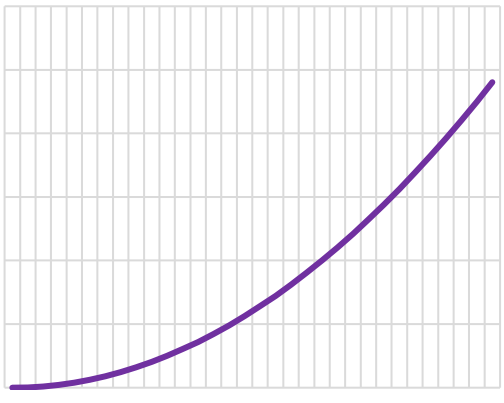


Рисунок 2.8.4

Рисунок 2.8.1

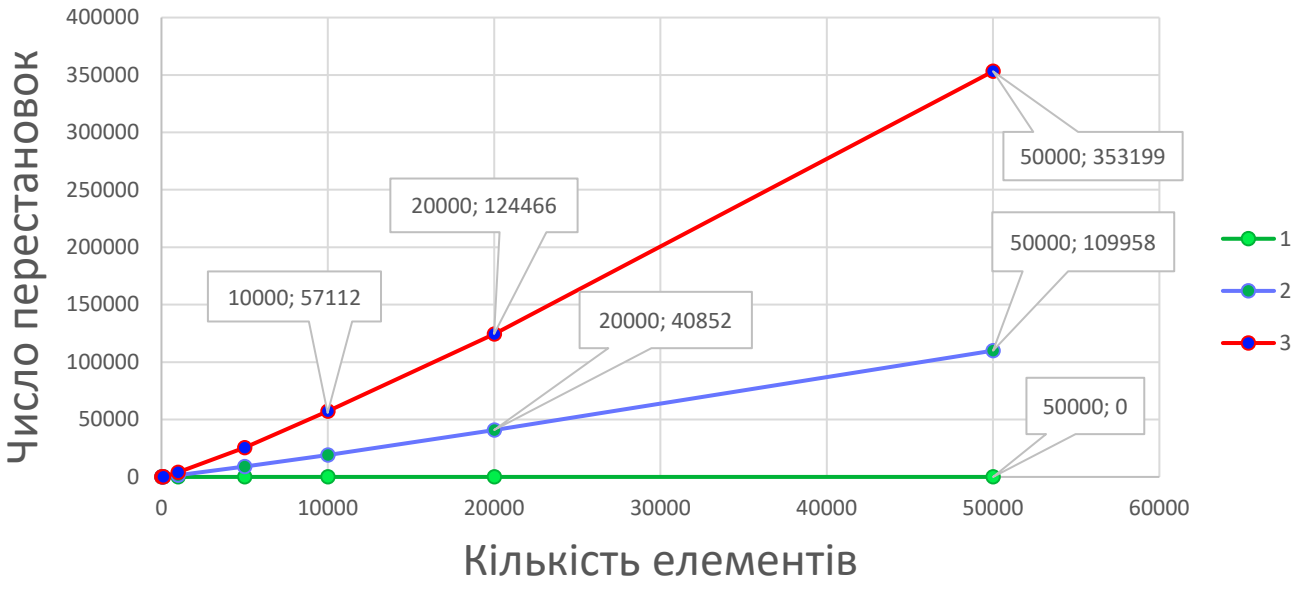
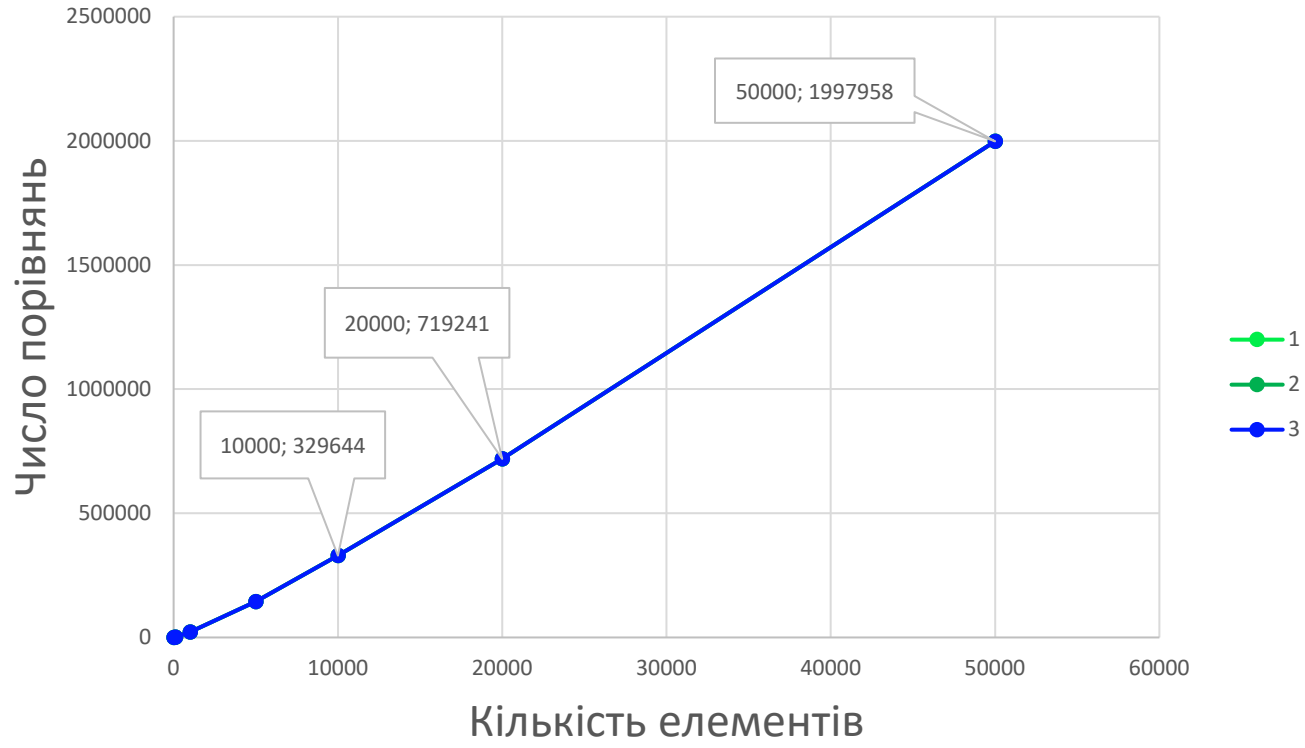


Рисунок 2.8.2

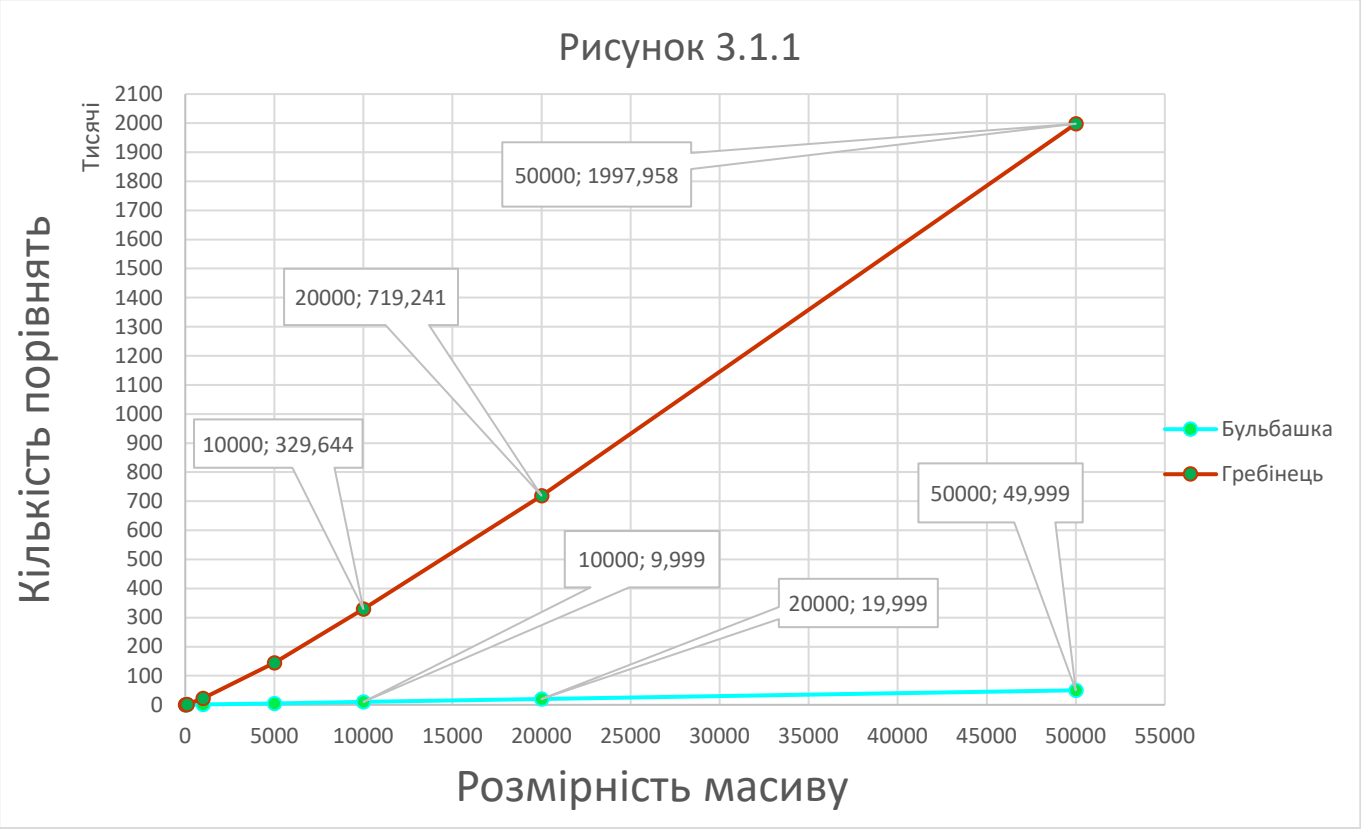


3.1 Зробимо порівняльний аналіз алгоритмів сортування

Спираючись на властивості алгоритмів, можна сказати, що сортування бульбашкою є стійким, на відміну від сортування гребінцем, що також пришвидшує роботу алгоритму.

Порівняємо графіки залежності часових характеристик оцінювання від розмірності масиву.

Так як обидва алгоритми є природними, то порівнювати графіки залежності числа перестановок від розмірності масиву для вже впорядкованих масивів немає сенсу, але кількість порівнянь в них різна, що показано на рисунку 3.1.1.



Можемо побачити, що на вже відсортованому масиві бульбашка працює набагато швидше та ефективніше.

На рисунках 3.1.2 та 3.1.3 розглянемо графіки кількості порівнянь та перестановок до кількості елементів у масиві відповідно.

Рисунок 3.1.2

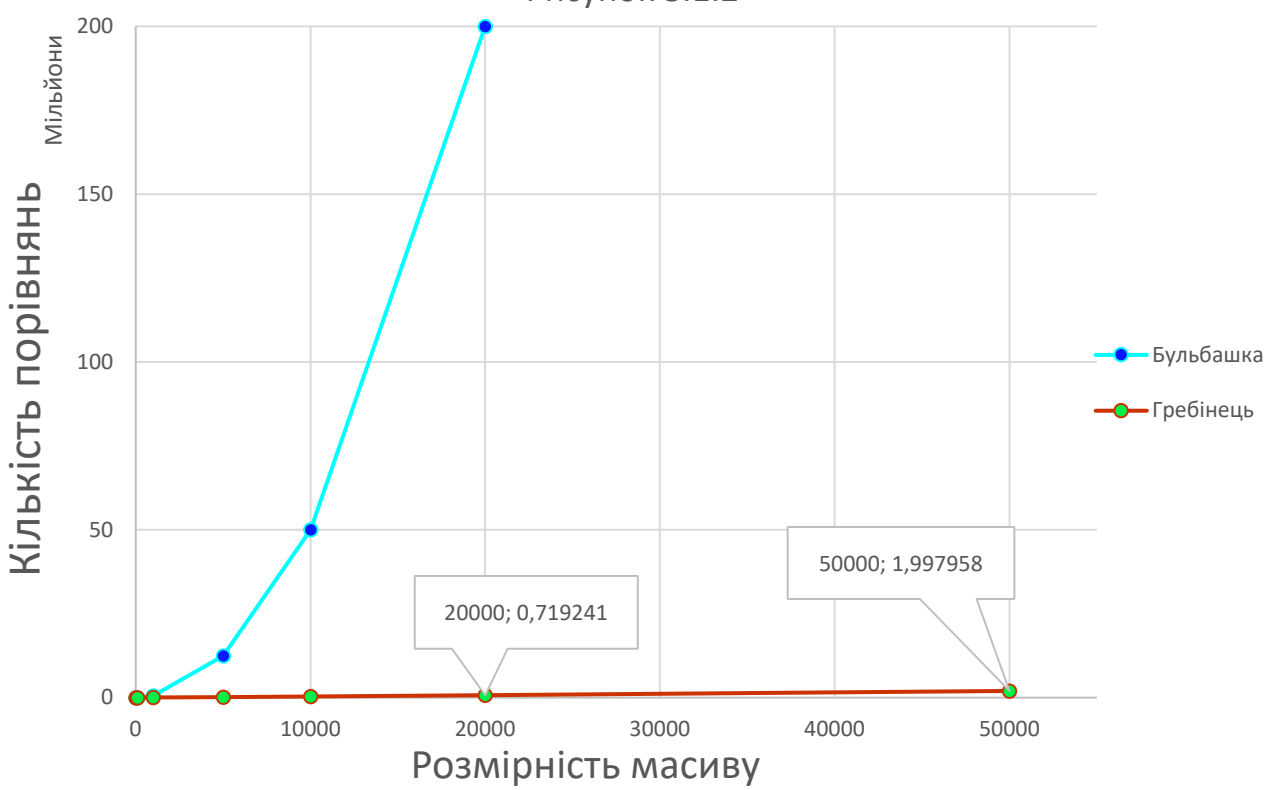
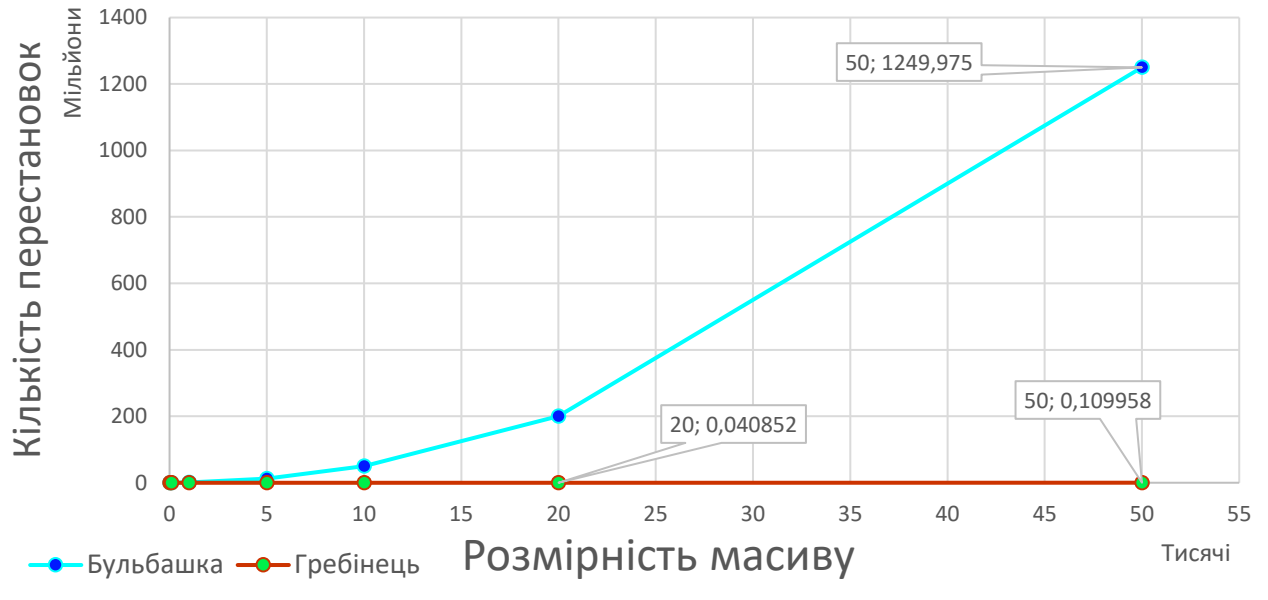


Рисунок 3.1.3



З графіків видно, що для зворотно впорядкованої послідовності елементів у масиві, сортування гребінцем набагато ефективніше та швидкіше за сортування бульбашкою.

Тепер порівняємо алгоритми на випадковій послідовності елементів на рисунках 3.1.4 та 3.1.5.

Рисунок 3.1.4

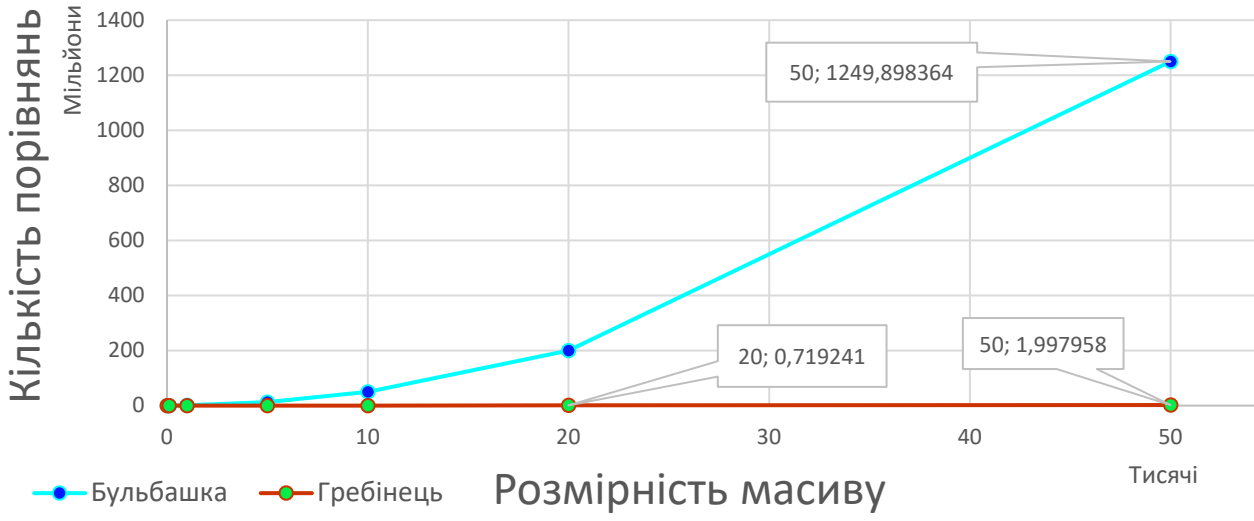
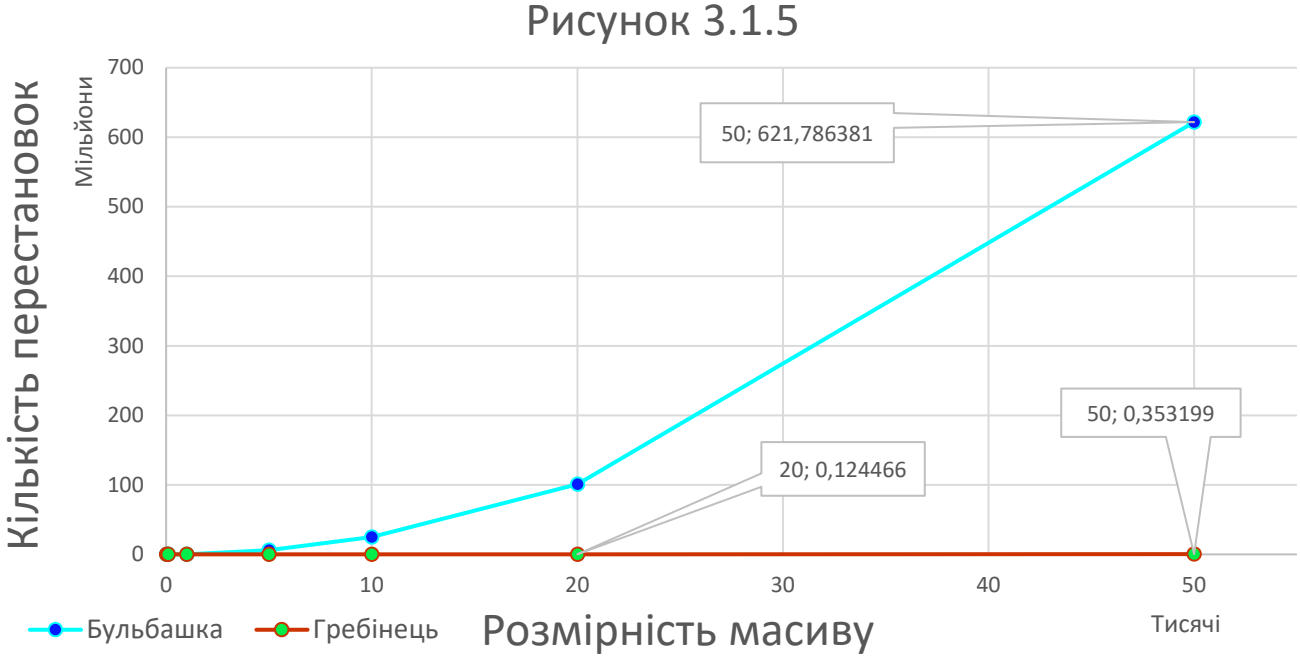


Рисунок 3.1.5



ВИСНОВОК

При виконанні даної лабораторної роботи вивчили основні методи аналізу обчислювальної складності алгоритмів внутрішнього сортування і оцінили поріг їх ефективності.

Розглянули алгоритми сортування бульбашкою та гребінцем. Дослідили їх властивості, провели аналіз часової складності, провели ряд випробувань на різних наборах вхідних даних. За допомогою графіків порівняли часові характеристики оцінювання.

Отже, можемо прийти до висновку, що сортування бульбашкою є ефективним, якщо масив повністю або частково відсортований, для всіх інших випадків сортування гребінцем набагато краще, бо робить значно менше порівнянь та перестановок.