Advanced Level

2021 Revision

Combined Maths

ශ්‍රිතයක සීමාව

S.Maduranga

B.Sc (hons) University of Moratuwa – (ug)

පහත සීමා විසඳන්න.

අභ්‍යාස 01

1). $\lim_{x\to 1} 3x^3 - 2x^2 + 5x - 10$

2). $\lim_{x\to 2} x^4 + 3x^3 + 6x - 1$

3). $\lim_{x\to 1} \frac{5x^3+3}{x+1}$

4). $\lim_{x\to -2} \frac{x^2+3x-5}{x+1}$

5). $\lim_{x\to -1} \frac{5x^3+5}{x+5}$

6). $\lim_{x\to 3} \frac{x^2+3}{x-3}$

7). $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{1+\sin x}$

8). $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos x}$

අභ්‍යාස 02

1). $\lim_{x\to 1} \frac{x^3+4x^2+6x-11}{x^2+2x-3}$

2). $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+3x^2+5x+3}{x^2+3x+2}$

3). $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-2x^2+5x-10}{x^2-x-2}$

4). $\lim_{x\to 5} \frac{2x^2-7x-15}{x-5}$

5). $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x-1}$

6). $\lim_{x\to 2} \left(\frac{x^4-16}{x^2-4} + \frac{x^2-4}{x-2}\right)$

7). $\lim_{x\to \tan^{-1} 3} \frac{\tan^2 x - 2\tan x - 3}{\tan^2 x - 4\tan x + 3}$

8). $\lim_{x\to \frac{1}{3}} \frac{9x^2-1}{3x-1}$

9). $\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - x\ln x + 2\ln x - 4}{x-2}$

10). $\lim_{x\to 0} \frac{\sec x - 1}{\tan^2 x}$

11). $\lim_{x\to -3} \frac{5x^2+21x+18}{x^2+2x-3}$

12). $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$

13). $\lim_{x\to 0} \frac{cos^3\, x+\cos^2 x-4\cos x+2}{\sin x\cos x+\cos x-\sin x-1}$

14). $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-3x^2+4}{x^4-8x^2+16}$

15). $\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1}-\frac{3(x-2)}{x^3-3x^2+2}\right)$

16). $\lim_{x\to \sqrt{3}} \frac{x^2-3}{x^2+3\sqrt{3}x-12}$

17). $\lim_{x\to 2} \frac{2x^3+3x^2-8x-12}{x^3+5x^2-4x-20}$

18). $\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2}{x^3-5x^2+3x+1}$

19). $\lim_{x\to 1} \frac{x^4-x^3+x-1}{x^2+x-2}$

20). $\lim_{x\to \sqrt{5}} \frac{x^2-5}{x^2+\sqrt{5}x-10}$

අභ්‍යාස 02 - පිළිතුර

1). $\frac{17}{4}$ 2).2 3).3 4).13 5).3

6). 12 7). 2 8). 2 9). $4-\ln 2$ 10).2

11). $\frac{9}{4}$ 12). $\frac{1}{2}$ 13). 1 14). $\frac{3}{16}$ 15).1

16). $\frac{2}{5}$ 17).1 18). $\frac{5}{4}$ 19). $\frac{2}{3}$ 20). $\frac{2}{3}$

අභ්‍යාසය 03

1). $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{9+x}-3}{x}$

2). $\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x-3}-\sqrt{5-x}}$

3). $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt{2+x}-2}$

4). $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{2}-\sqrt{x-2}}$

5). $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}$

6). $\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$

7). $\lim_{x\to 3}\frac{3-x}{\sqrt{4+x}-\sqrt{1+2x}}$

8). $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}{x}$

9). $\lim_{x\to 9}\frac{x^2-81}{\sqrt{x}-3}$

10). $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

11). $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-3x}}$

12). $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x^3}-\sqrt{1+x}}$

13). $\lim_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{x+13}}{x-3}$

14). $\lim_{h\to 0}\left[\frac{1}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{x+h}}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\right]$

15). $\lim_{x\to 4}\frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$

16). $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}{x}$

17). $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

18). $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{a+x}-\sqrt{a}}{x\sqrt{a(a+x)}}$

19). $\lim_{x\to 1}\frac{(2x-3)(\sqrt{x}-1)}{2x^2+x-3}$

20). $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1+x^2}}{2x^2}$

අභ්‍යාස 03 - පිළිතුරු

1). $\frac{1}{6}$ 2).1 3).6 4). $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 5). -8

6). 1 7). $2\sqrt{7}$ 8). $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ 9). 108 10).1

11). $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ 12).1 13). $\frac{7}{8}$ 14). $-\frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}}$ 15). $-\frac{1}{3}$

16). $\frac{2}{3}$ 17).1 18). $-\frac{1}{2a^{\frac{3}{2}}}$ 19). $\frac{-1}{10}$ 20). $\frac{-1}{2}$

අභ්‍යාස 04

1). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\sqrt{x^2+1}-3\sqrt{x^2+1}}{4\sqrt{x^4+1}-5\sqrt{x^4+1}}\right)$

2). $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x}-\sqrt{4x^2+x}\right)$

3). $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+5}-\sqrt{x}\right)$

4). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^3+4x^2+8x+9}{4x^3+8x^2-x-5}\right)$

5). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{(2x-3)(3x+5)(4x-6)}{3x^3+x-1}\right)$

6). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x^2+3x-6}{2x^2-5x+1}\right)$

7). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\sqrt{4x^2+1}-x}{\sqrt{2x^2-5x+7}}\right)$

8). $\lim_{x\to\infty}\left[\frac{(3x-1)^{30}(2x-1)^{30}}{(2x+4)^{60}}\right]$

9). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{(3x-1)(4x-2)}{(x+8)(x+1)}\right)$

10). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+\sin x}{x-\sin x}\right)$

11). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{7x^{-1}+6x^{-2}}{3x^{-1}+8x^{-2}}\right)$

12). $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{\sqrt{4x^2+1}-1}\right)$

අභ්‍යාස 04 - පිළිතුරු

1).1 2). $-\frac{1}{4}$ 3). $\frac{5}{2}$ 4). $\frac{3}{4}$ 5).8

6). $\frac{5}{2}$ 7). $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 8). $\left(\frac{3}{2}\right)^{30}$ 9). 12 10).1

11). $\frac{7}{3}$ 12). $\frac{1}{2}$

අභ්‍යාස 05

1). $\lim_{x\to-1}\frac{x^3+1}{x^5+1}$ 2). $\lim_{x\to3}\frac{x^5-243}{x^3-27}$ 3). $\lim_{x\to-2}\frac{x^5+32}{x+2}$

4). $\lim_{x\to-1}\frac{x^3+1}{x^5+1}$ 5). $\lim_{x\to a}\frac{(x+2)^{\frac{5}{3}}-(a+2)^{\frac{5}{3}}}{x-a}$ 6). $\lim_{x\to0}\frac{(1+x)^5-1}{3x-5x^2}$

7). $\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{1+x}-1}{3\sqrt{1+x}-1}$ 8). $\lim_{x\to1}\frac{x^m-1}{x^n-1}$ 9). $\lim_{x\to27}\frac{(x^{\frac{1}{3}}+3)(x^{\frac{1}{3}}-3)}{x-27}$

10). $\lim_{x\to1}\frac{(1-x^{-\frac{1}{3}})}{(1-x^{-\frac{2}{3}})}$ 11). $\lim_{x\to-1}\left(\frac{1+\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[5]{x}}\right)$ 12). $\lim_{x\to0}\left(\frac{(1-x)^n-1}{x}\right)$

13). $\lim_{x\to a}\left(\frac{x^{-3}-a^{-3}}{x^{-5}-a^{-5}}\right)$ 14). $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}$ 15). $\lim_{x\to 2}\frac{x^{10}-1024}{x^5-32}$

16). $\lim_{x\to a}\frac{x\sqrt{x}-a\sqrt{a}}{x-a}$ 17). $\lim_{x\to 6}\frac{x-6}{x^3-216}$

18). $\lim_{x\to 3}\frac{x^n-3^n}{x-3}=405$ නම් n සොයන්න.

19). $\lim_{x\to a}\frac{x^3-a^3}{x^2-a^2}=3$ නම් a සොයන්න.

20). $\lim_{x\to 2}\frac{x^n-2^n}{x-2}=80$ නම් n සොයන්නී.

<u>අභ්‍යාස 05 - පිළිතුරු</u>

1). $\frac{3}{5}$ 2).15 3).80 4). $\frac{3}{5}$ 5). $\frac{5}{3}(a+2)^{\frac{2}{3}}$

6). $\frac{5}{3}$ 7). $\frac{3}{2}$ 8). $\frac{m}{n}$ 9). $\frac{2}{9}$ 10). $\frac{1}{2}$

11). $\frac{5}{3}$ 12). $-n$ 13). $\frac{3a^2}{5}$ 14).3 15).64

16). $\frac{3}{2}\sqrt{a}$ 17). $\frac{1}{108}$

අභ්‍යාසය 06

1). $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}$

2). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{x}$

3). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin\frac{x}{2}}{x}$

4). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{x}$

5). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 5x-\sin 3x}{6x}$

6). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 5x+\tan 7x}{6x}$

7). $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

8). $\lim_{x\to \infty} x \sin\frac{1}{x}$

9). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$

10). $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x-x}{\sin x}$

11). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x-\sin x\cos x}{x^3}$

12). $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin x}{\cot^2 x}$

13). $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 5x}{3x^2}$

14). $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{2x-\pi}{\cos x}$

15). $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{\sin 5x}$

අභ්‍යාස 06 - පිළිතුරු

1).1 2).3 3).$\frac{1}{2}$ 4).1 5).$\frac{1}{3}$

6).2 7).$\frac{1}{2}$ 8).1 9).$\frac{3}{2}$ 10).0

11).$\frac{1}{2}$ 12).$\frac{1}{2}$ 13).$\frac{25}{6}$ 14).-2 15).$\frac{1}{20}$

අභ්‍යාස 07

1). $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x+3\cos x}{\left(\frac{\pi}{2}-x\right)^3}$

2). $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}-\cos x-\sin x}{\left(\frac{\pi}{4}-x\right)^2}$

3). $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2}-x\right)\tan x$

4). $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cot\theta}{\frac{\pi}{2}-\theta}$

5). $\lim_{x\to 1}(1-x)\tan(\frac{\pi x}{2})$

6). $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}\sin x-\cos x}{\left(\frac{\pi}{6}-x\right)^2}$

7). $\lim_{x\to\pi} \frac{1+\cos x}{(\pi-x)}$

8). $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sec x$

9). $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sec x - \tan x)$

10). $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1-\sin x}{(\pi-2x)^2}\right)$

11). $\lim_{x\to\pi}\left(\frac{1+\cos x}{(\pi-x)^2}\right)$

12). $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\sin x-\cos x}{x-\frac{\pi}{4}}\right)$

13). $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\frac{\pi}{2}-x}{\sin 2x}\right)$

14). $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1-x^2}{\sin \pi x}\right)$

15). $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1-\tan x}{x-\frac{\pi}{4}}\right)$

අභ්‍යාස 07 - පිළිතුරු

1).4 2). $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 3).1 4).1 5). $\frac{2}{\pi}$

6).2 7).0 8).1 9).0 10). $\frac{1}{8}$

11). $\frac{1}{2}$ 12). $\sqrt{2}$ 13). $\frac{1}{2}$ 14). $\frac{2}{\pi}$ 15). -2

අභ්‍යාසය 08

1). $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}.\tan^{-1}\left[\frac{2x}{1-x^2}\right]$

2). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^{-1} 3x}{\sin 5x}$

3). $\lim_{x\to 1} \frac{1-\sqrt{x}}{(\cos^{-1} x)^2}$

4). $\lim_{x\to \frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x-\cos(\sin^{-1} x)}{1-\tan(\sin^{-1} x)}$

5). $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sin^{-1} x}$

6). $\lim_{x\to 0} \frac{x[1-\sqrt{1-x^2}]}{(\sin^{-1} x)^3}$

7). $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^{-1} x-2x}{\sin^{-1} x-2\sin\left(\frac{1}{2}\sin^{-1} x\right)\left[3-4\sin^2\left(\frac{1}{2}\sin^{-1} x\right)\right]}$

අභ්‍යාසය 08 - පිළිතුරු

1).2 2). $\frac{3}{5}$ 3). $\frac{1}{4}$ 4). $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 5).1

6). $\frac{1}{2}$ 7). $\frac{1}{2}$

අභ්‍යාසය 09

පහත සීමා අගයන්න.

1). $\lim_{x\to 0} \frac{e^{ax}-1}{x}$

2). $\lim_{x\to 0} \frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}$

3). $\lim_{x\to 0} \frac{e^{ax}-e^{bx}}{\sin 2x}$

4). $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x}-1}{\tan x}$

5). $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\ln x}$

අභ්‍යාසය 10

පහත සීමා අගයන්න.

1). $\lim_{x\to 0} \frac{a^{x}-1}{x}$

2). $\lim_{x\to 0} \frac{a^{x}-b^{x}}{x}$

3). $\lim_{x\to 0} \frac{5^{x}-1}{\sqrt{4+x}-x}$

4). $\lim_{x\to 0} \frac{(3^{x}-1)x}{1-\cos x}$

5). $\lim_{x\to 1} \frac{x2^{x}-x}{1-\cos x}$

මිශ්‍ර අභ්‍යාස

1). $\lim_{x\to 1}\left[\frac{x^{\frac{1}{3}}-(2-x)^{\frac{1}{3}}}{2(x-1)}\right]=\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

2). $\lim_{x\to 1}\left[\frac{\sqrt{2+\cos x-1}}{(\pi-x)^2}\right]=\frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

3). $\lim_{x\to \alpha}\left[\frac{1-\cos(ax^2+bx+c)}{(x-\beta)^2}\right]=\frac{\alpha^2(\alpha-\beta)^2}{4}$ බව පෙන්වන්න (මෙහි α,β යනු $ax^2+bx+c=0$ හි මූල වේ).

4). $\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sin x(1-\cos x)}{x^3}\right]=\frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

5). $\lim_{x\to 0}\left[\frac{(x+1)^5-1}{\sqrt[3]{(x+1)}-1}\right]=15$ බව පෙන්වන්න.

6). $\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sin x-x}{x^3}\right]=-\frac{1}{6}$ බව පෙන්වන්න.

7). $\lim_{x\to 1}\left[\frac{x^2+x\ln x-\ln x-1}{x^2-1}\right]=1$ බව පෙන්වන්න.

8). $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)=\frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

9). $\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2-1})}{2x+1} = \frac{1}{2}$ ඔව පෙන්වන්න.

10). $\lim_{x\to\infty} \frac{n^x}{n^x+1} = 1$ ඔව පෙන්වන්න.

පසුගිය විභාග ගැටළු

❖ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+3\sin x}-\sqrt{4-3\sin x}}{2x} = \frac{3}{4}$ ඔව පෙන්වන්න.

(2011 A/L – A කොටස)

❖ $\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x}{2\sin^2 3x - x^2\cos x} = \frac{1}{17}$ ඔව පෙන්වන්න.

(2012 A/L – A කොටස)

❖ $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2}$ ඔව පෙන්වන්න.

(2013 A/L – A කොටස)

❖ $\lim_{x\to 0} \frac{\tan^2 2x}{x(1-\sqrt{1+x})} = -8$ ඔව පෙන්වන්න.

(2014 A/L – A කොටස)

❖ $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\lim_{y \to a} \frac{y^n - a^n}{y - a} = na^{n-1}$ ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\lim_{x \to 0} \frac{\left(x+\sqrt{2}\right)^4 - 4}{\sin 4x} = 2\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

(2015 A/L – A කොටස)

❖ $\alpha > 0$ යැයි ගනිමු.

$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos \alpha x}{\sqrt{4+x^2} - \sqrt{4-x^2}} = 16$ වන පරිදි α හි අගය සොයන්න.

(2016 A/L – A කොටස)

❖ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු.

$\lim_{x \to \alpha} \frac{x^3 - \alpha^3}{\tan x - \tan \alpha} = 3\alpha^2 \cos^2 \alpha$ බව පෙන්වන්න.

(2017 A/L – A කොටස)

❖ $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{x^2(x+1)} = \frac{\pi^2}{32}$ බව පෙන්වන්න.

(2018 A/L – A කොටස)

*****----------End of Book----------*****