2024年新结构模拟适应性特训卷（一）

高三数学

（考试时间：150分钟 试卷满分：150分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．（2024上·河北沧州·高二校联考期末）已知数列的通项公式，则123是该数列的（    ）

A．第9项 B．第10项 C．第11项 D．第12项

【答案】C

【分析】根据通项公式可直接求出.

【详解】由，解得（舍去），

故选：C．

2．（2024上·四川凉山·高二统考期末）空间四边形中，点在上，且，为中点，则等于（    ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】作出空间四边形，即可得出的表达式.

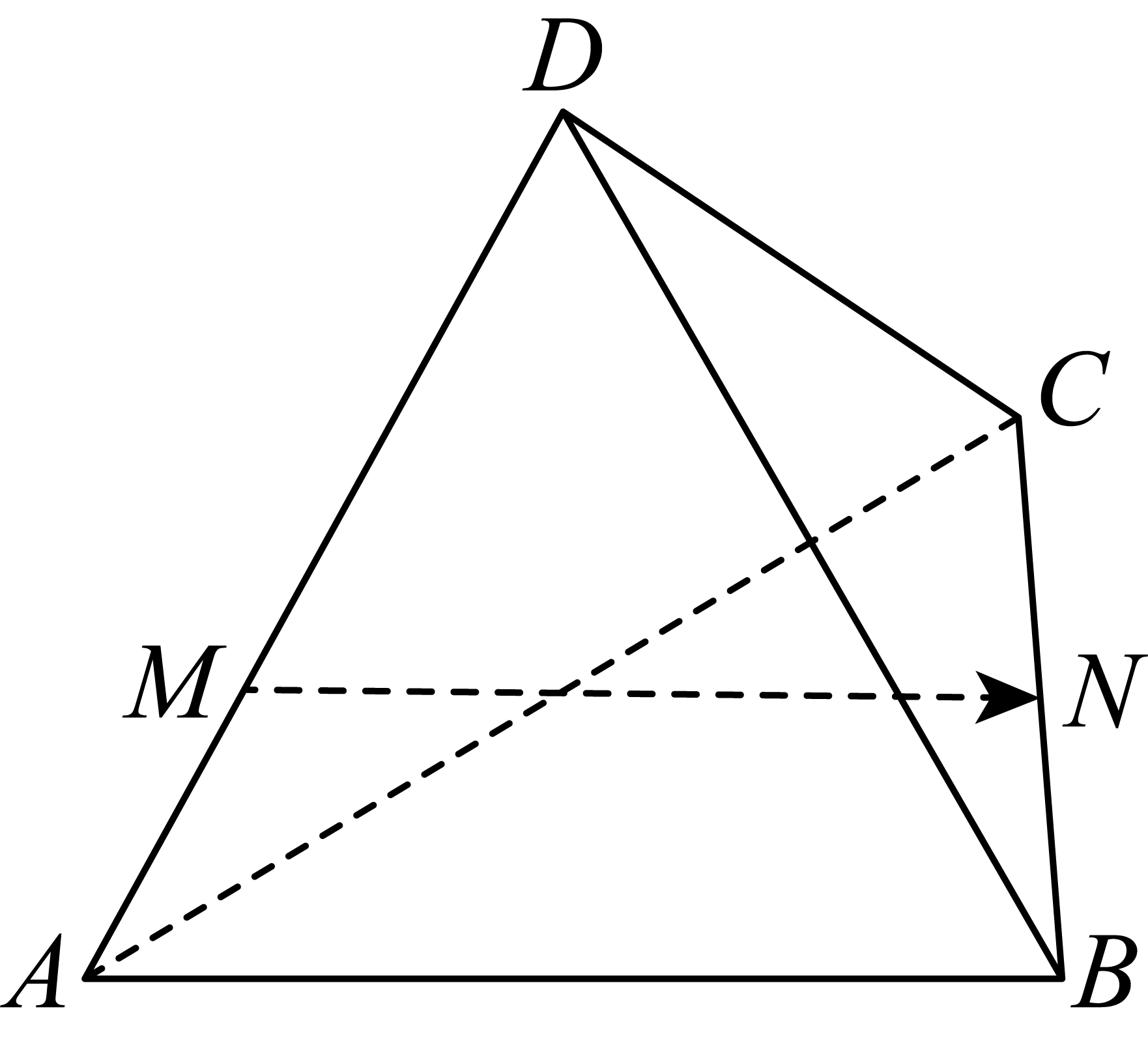
【详解】由题意，在空间四边形中，，为中点，

∴,

∴

,

故选：C.



3．（2024上·广东深圳·高二深圳市高级中学校考期末）若直线圆相切，则原点到直线距离的最大值为（    ）

A． B．2 C． D．1

【答案】B

【分析】原点在圆上，到切线的最大距离等于圆的直径.

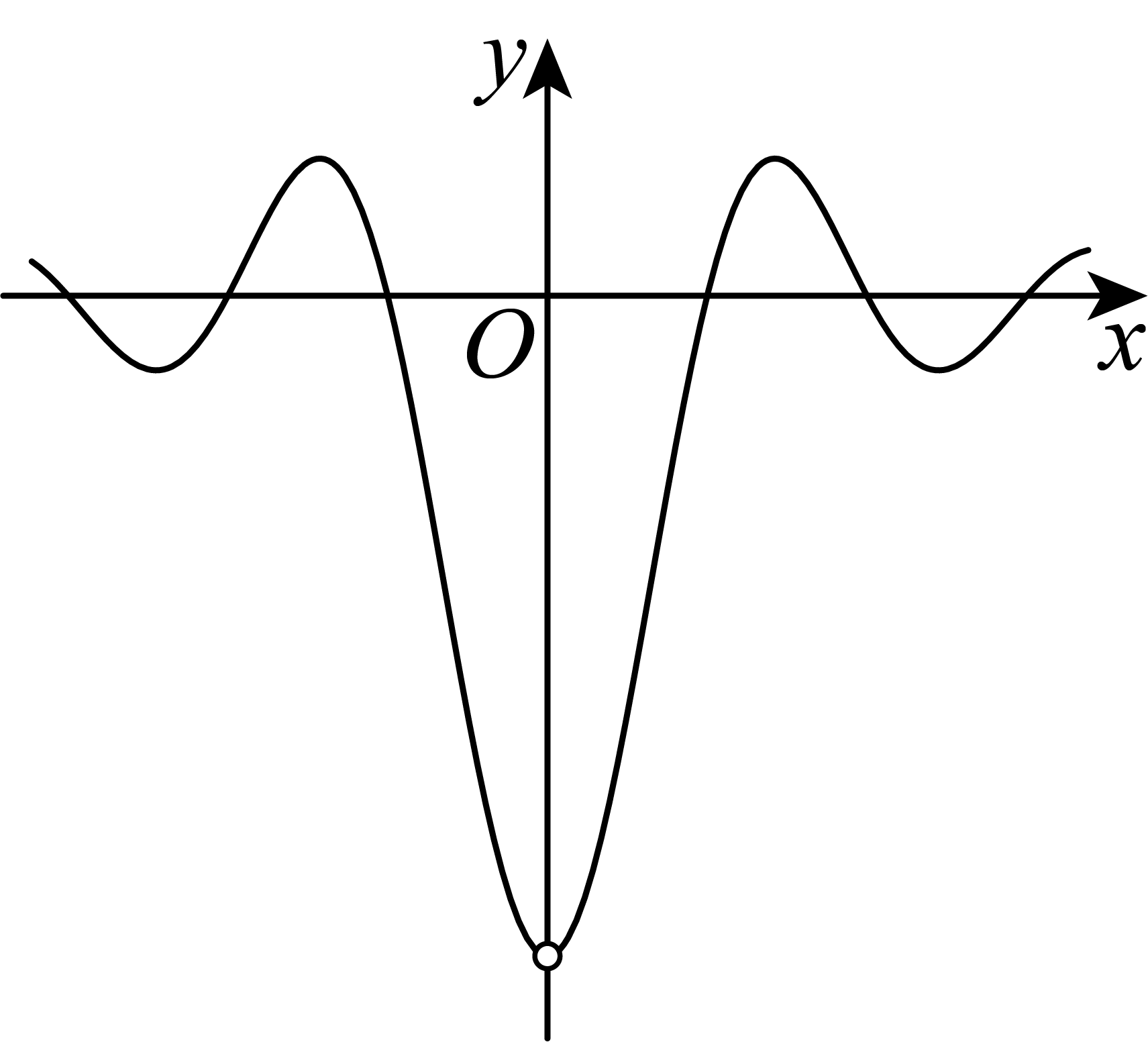
【详解】圆，即，圆心坐标，半径为1，

直线与圆相切，则圆心到直线距离等于半径1，

原点在圆上，所以原点到直线距离的最大值为.

故选：B

4．（2024上·山西太原·高三统考期末）如图是函数的部分图象，则的解析式为（    ）



A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】利用函数的奇偶性及函数值符号判定选项即可.

【详解】由图象可知函数为偶函数，且，

四个选项函数的定义域均为，

对于A项，，即为偶函数，

而，故A错误；

对于B、D项，，

，显然两项均为奇函数，故B、D错误；

对于C项，，即为偶函数，

而，故C正确.

故选：C

5．（2024上·四川成都·高三成都七中校考期末）若，则（    ）

A．6 B．16 C．36 D．90

【答案】C

【分析】将变形为，然后令展开式的通项公式中即可求得结果.

【详解】因为，展开式的通项为，

令，可得，

所以，

故选：C.

6．（2024上·江西·高三校联考期末）下表统计了2017年～2022年我国的新生儿数量（单位：万人）.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年份 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
| 年份代码*x* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 新生儿数量*y* | 1723 | 1523 | 1465 | 1200 | 1062 | 956 |

经研究发现新生儿数量与年份代码之间满足线性相关关系，且，据此预测2023年新生儿数量约为（    ）（精确到0.1）（参考数据：）

A．773.2万 B．791.1万 C．800.2万 D．821.1万

【答案】A

【分析】先求出，，，得回归直线方程，再代入可得结果.

【详解】由题意得，，

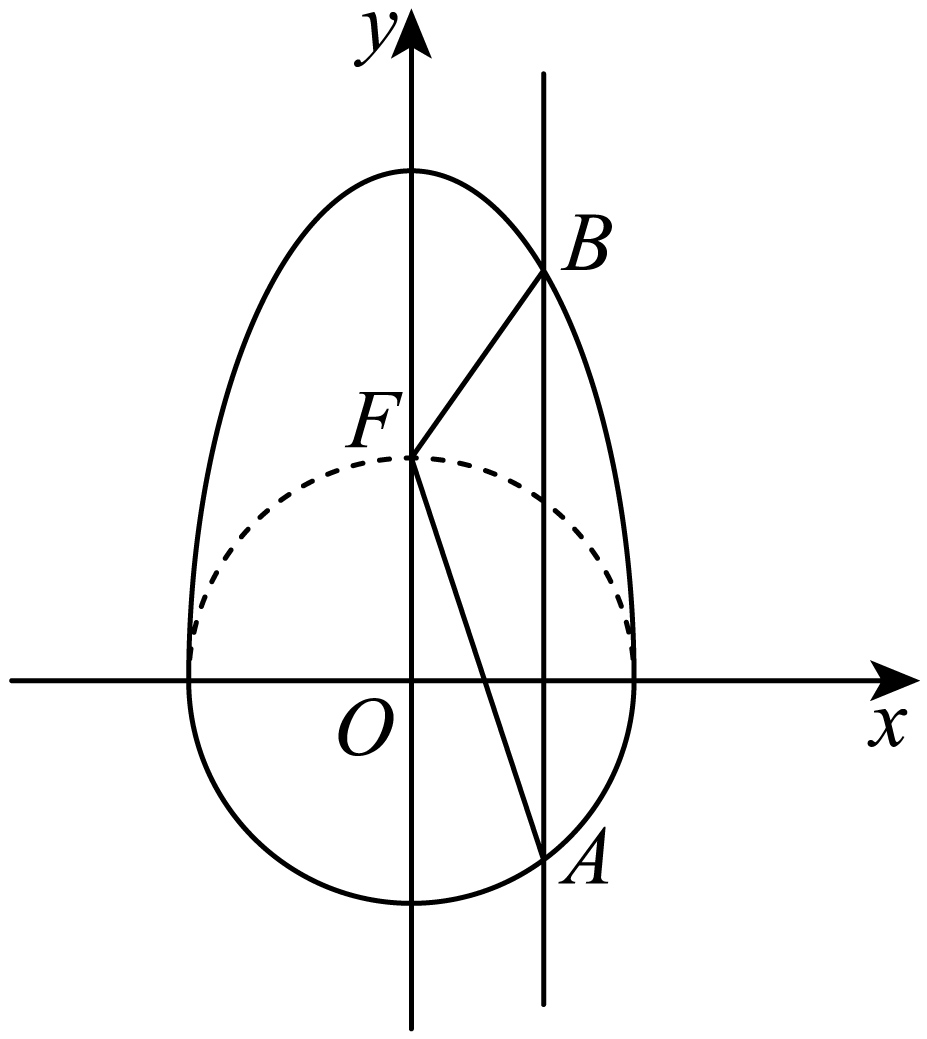
所以，

，

当时，.

故选：A.

7．（2024上·山东潍坊·高二统考期末）月光石是由两种长石混合组成的具有月光效应的长石族矿物.它的截面可近似看成由半圆和半椭圆组成，如图所示，在平面直角坐标系*xOy*中，半圆的圆心在坐标原点，半圆所在的圆过椭圆的上焦点，半椭圆的短轴与半圆的直径重合.若直线与半圆交于点*A*，与半椭圆交于点*B*，则的面积为（    ）



A． B． C． D．

【答案】D

【分析】依据题意求得椭圆和圆的方程后，解出关键点的坐标，再求面积即可.

【详解】由题意得，半圆的方程为，在半椭圆中，则，

故半椭圆方程为，将代入半椭圆，解得，

将代入半圆，解得，故，

然，

故选：D

8．（2024上·江苏扬州·高二统考期末）在中，已知*D*为边*BC*上一点，，．若的最大值为2，则常数的值为（   ）

A． B． C． D．

【答案】D

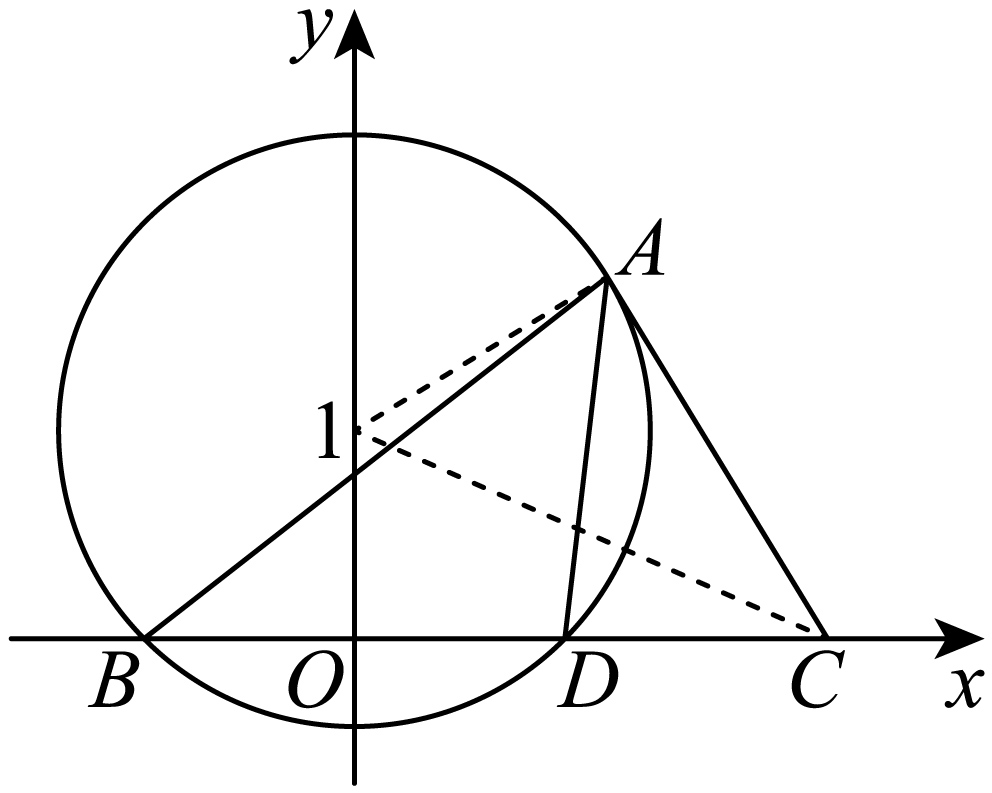
【分析】令且，求得外接圆半径为，若，结合已知得点在圆被分割的优弧上运动，进而确定的最大，只需与圆相切，综合运用两点距离、圆的性质、正弦定理、三角恒等变换列方程求参数.

【详解】令且，即，则外接圆半径为，

若，的外接圆方程为，

所以，令圆心为，

即点在圆被分割的优弧上运动，如下图，



要使的最大，只需与圆相切，由上易知，

则，而，由圆的性质有，

中，，显然，

由，则，

所以，可得（负值舍），

故，而，

所以，

整理得，则.

故选：D

【点睛】关键点点睛：令且，得到点在圆被分割的优弧上运动为关键.

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．（2024上·浙江宁波·高三镇海中学校考期末）已知复数，，则下列结论正确的有（    ）

A． B． C． D．

【答案】BC

【分析】根据复数的运算性质以及模的运算公式对应各个选项逐个判断即可求解．

【详解】设，，其中.

对于选项A: ，所以与不一定相等，故选项A错误；

对于选项B: 因为，

所以，

因为，

所以,故选项B正确；

对于选项C: 因为,

所有

因为，

所以,故选项C正确；

对于选项D:因为，所以

，而与不一定相等,故选项D错误；

故选：BC.

10．（2024上·福建莆田·高一莆田第四中学校考期末）已知实数*x*，*y*满足，则一定有（    ）

A． B． C．D．

【答案】ABD

【分析】利用三角代换，结合三角函数恒等变换和性质，即可求解.

【详解】由，

令，

，故A正确；

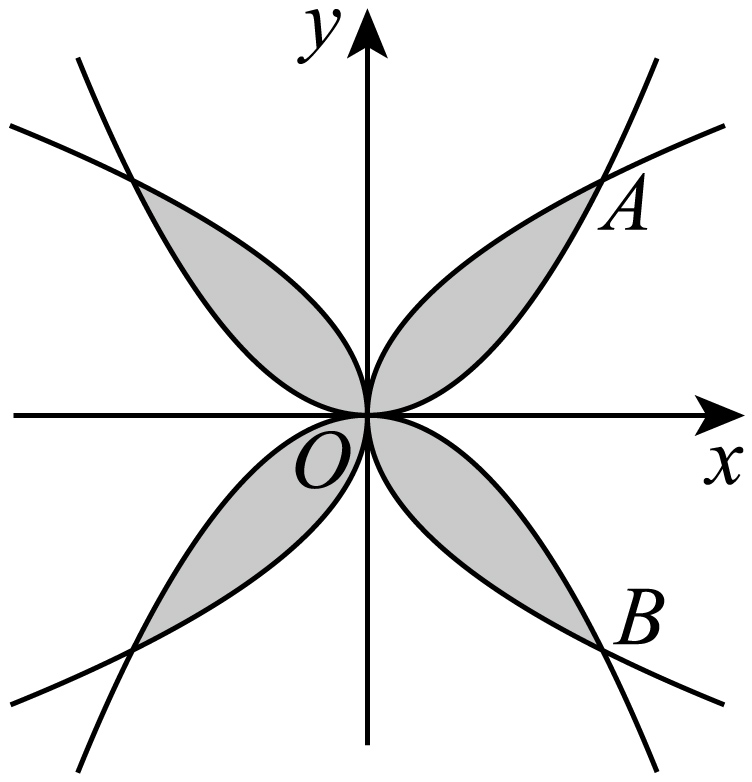
，故B正确；

，故C错误；

，故D正确.

故选：ABD

11．（2024上·山东烟台·高三统考期末）我国著名数学家华罗庚先生说：“就数学本身而言，是壮丽多彩､千姿百态､引人入胜的……认为数学枯燥乏味的人，只是看到了数学的严谨性，而没有体会出数学的内在美.”图形美是数学美的重要方面.如图，由抛物线分别逆时针旋转可围成“四角花瓣”图案（阴影区域），则（    ）



A．开口向下的抛物线的方程为

B．若，则

C．设，则时，直线截第一象限花瓣的弦长最大

D．无论为何值，过点且与第二象限花瓣相切的两条直线的夹角为定值

【答案】ABD

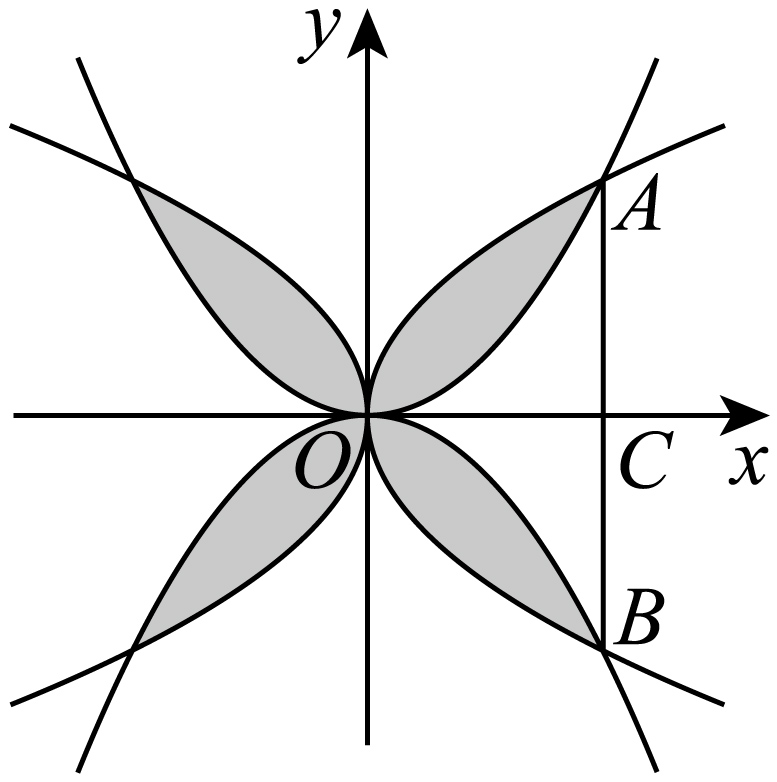
【分析】根据图象的对称性判断A；由及抛物线方程得到点的坐标，由对称性得到点坐标，代入即可求，判断B；由题意得到直线截第一象限花瓣弦长的函数，借助导数即可判断C；利用导数的几何意义求出过点的切线，借助图象的对称性判断D.

【详解】对于A，因为抛物线的焦点为，

若抛物线逆时针旋转，则开口向下，焦点为，

故开口向下的抛物线方程为：，故A正确；

对于B，由题意可知，关于轴对称，



因为，设，所以，，

因为点在抛物线上，所以，

所以，即，所以，

由在抛物线上，所以，解得，故B正确；

对于C，当，由得，所以，

由题意直线截第一象限花瓣弦长为，，

所以，令，则，

当时，，函数单调递增，

当时，，函数单调递减，

所以当时，函数取到最大值，故C错误；

对于D，由得，

过第二象限的两抛物线分别为：①，②，

对于①，，则，设切点坐标为，

所以过点的切线方程为：，

将点代入得，解得，

因为，故，

所以切线的斜率为，故无论为何值，切线斜率均为，其与直线的夹角为定值，

由题意可知，与关于直线对称，

故过点的两切线也关于直线对称，故的切线与直线的夹角为定值，

即无论为何值，过点且与第二象限花瓣相切的两条直线的夹角为定值，故D正确.

故选：ABD

【点睛】关键点点睛：本题的关键是借助抛物线图象的对称性，利用导数的几何意义和导数求单调性及最值解决问题.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．（2024上·广东深圳·高一统考期末）已知集合，，则 ．

【答案】/

【分析】由交集的定义和运算直接得出结果.

【详解】集合，

所以.

故答案为：

13．（2024·广东肇庆·校考模拟预测）采取随机模拟的方法估计某型号防空导弹击中目标的概率，先由计算器算出0到9之间取整数值的随机数，指定1，2，3，4表示击中目标，5，6，7，8，9，0表示未击中目标，以三个随机数为一组，代表三次发射的结果，经随机数模拟产生了20组随机数：

107  956  181  935  271  832  612  458  329  683

331  257  393  027  556  498  730  113  537  989

根据以上数据，估计该型号防空导弹三次发射至少有一次击中目标的概率为 .

【答案】/

【分析】根据题意，得到这20组随机数中一次为没有击中目标的次数，结合对立事件的概率计算公式，即可求解.

【详解】根据题意，这20组随机数中一次也没有击中目标的有，共有3组，

所以，这20组随机数中至少有一次击中目标的概率为.

故答案为：.

14．（2024·全国·模拟预测）在三棱锥中，侧面底面是等腰直角三角形，且斜边，，则三棱锥的外接球的表面积为 ．

【答案】

【分析】方法一：设球心为，如图①，取线段的中点，过点作直线平面，则易知球心在直线上，连接，设外接球的半径是，则，再根据侧面底面，过点作于，连接，易得，过点作（或的延长线）于，得到四边形是矩形求解；方法二：将平面作为底面，设的外心为点，过点作直线平面，取的中点，在平面内过点作的垂直平分线，交直线于点，得到点为所求外接球的球心求解.

【详解】解：方法一：设球心为，如图①，取线段的中点，

过点作直线平面，则易知球心在直线上．

连接，设外接球的半径是，则．

因为侧面底面，过点作于，

连接，则由面面垂直的性质定理知，平面，所以．

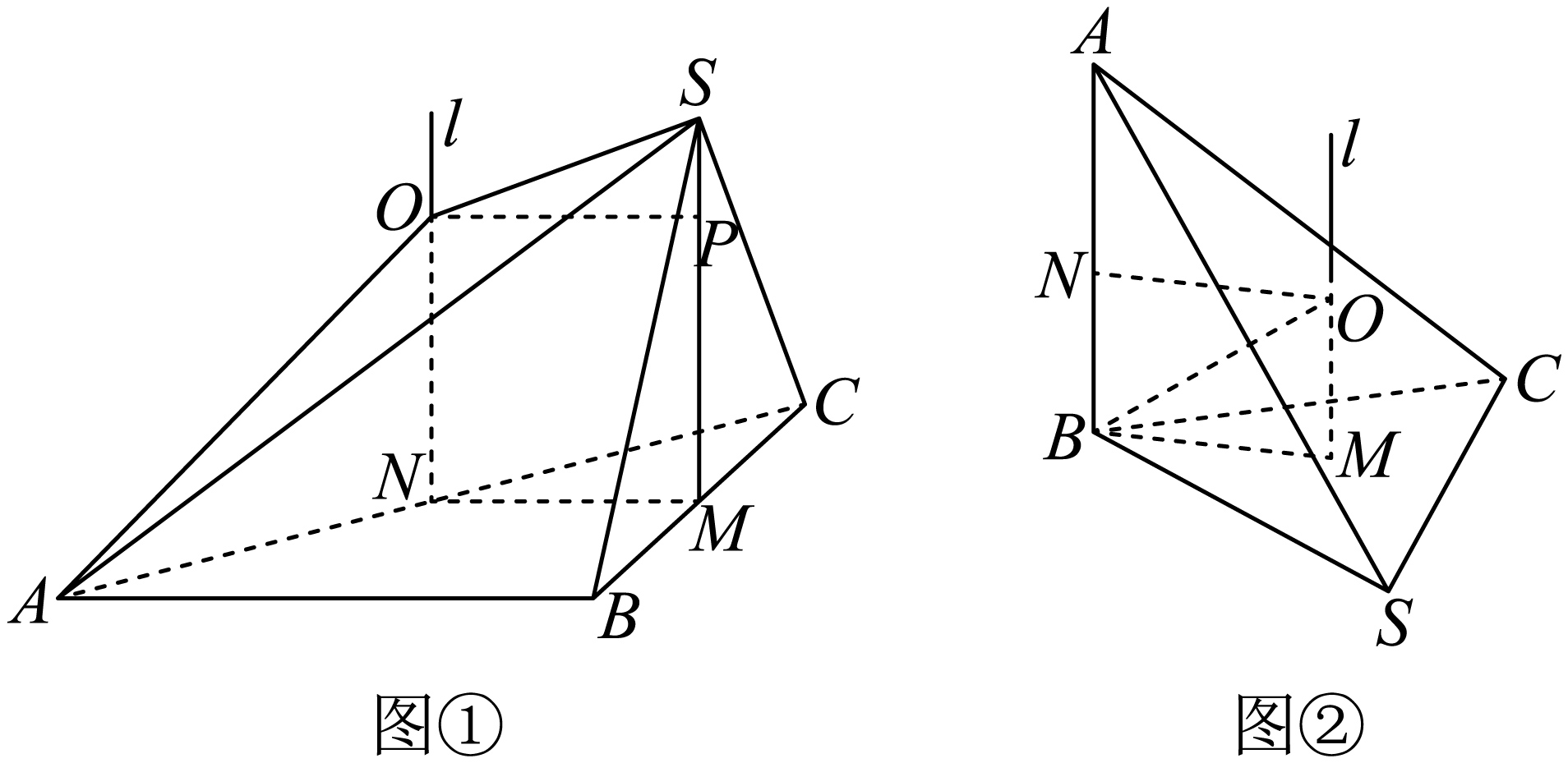
过点作（或的延长线）于，则四边形是矩形．

又由题意易知，是的中点，，而，

则，所以，

在Rt中，由，所以，

化简得，解得，所以．



方法二：如图②，调换视图角度，将平面作为底面，由题意知，平面．

设的外心为点，过点作直线平面，则．

取的中点，在平面内过点作的垂直平分线，交直线于点，

则点为所求外接球的球心，在中，利用正弦定理，得．

在等腰三角形中，，得，

所以，所以，

所以所求外接球的半径，所以．

故答案为：

**四、解答题：本题共5小题，其中第15题13分，第16,17题15分，第18,19题17分，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．（满分13分）（2024·广东广州·仲元中学校考一模）在内，角，，所对的边分别为，，，且．

(1)求角的值；

(2)若的面积为，，求的周长．

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）由正弦定理和三角恒等变换得到，求出角；

（2）由余弦定理和面积公式得到方程，求出，进而求出周长.

【详解】（1）由，得

由正弦定理，得．

．

．

又，

．

又，

．

又，

．

（2）由（1）知，

①

又，故，

，②

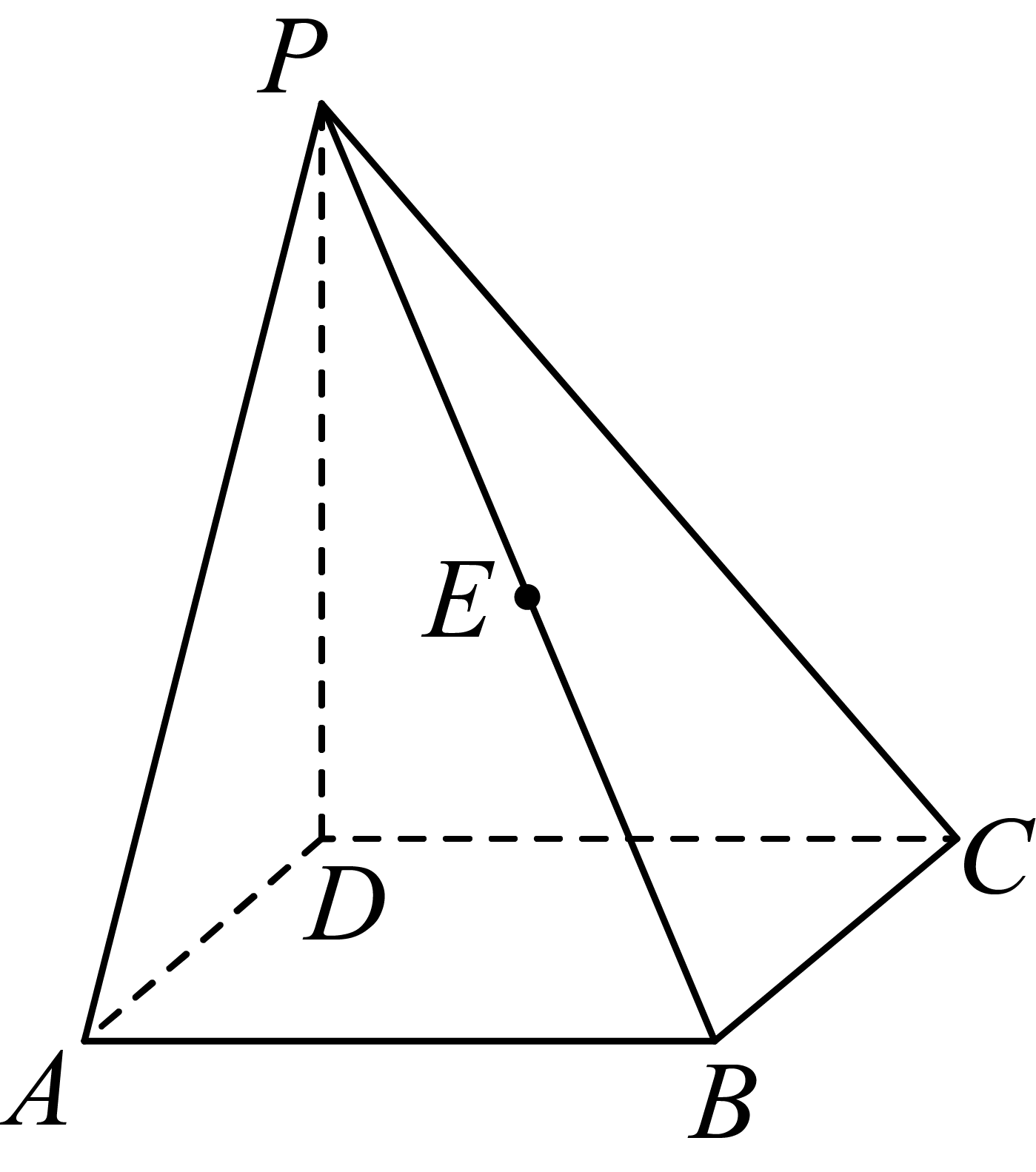
又，

由①②，得，故，

∴，

故，周长为.

16．（满分15分）（2024·广东肇庆·校考模拟预测）在四棱锥中，底面是边长为2的正方形，平面，，是棱上一点.



(1)若为的中点，求直线与平面所成角的正弦值；

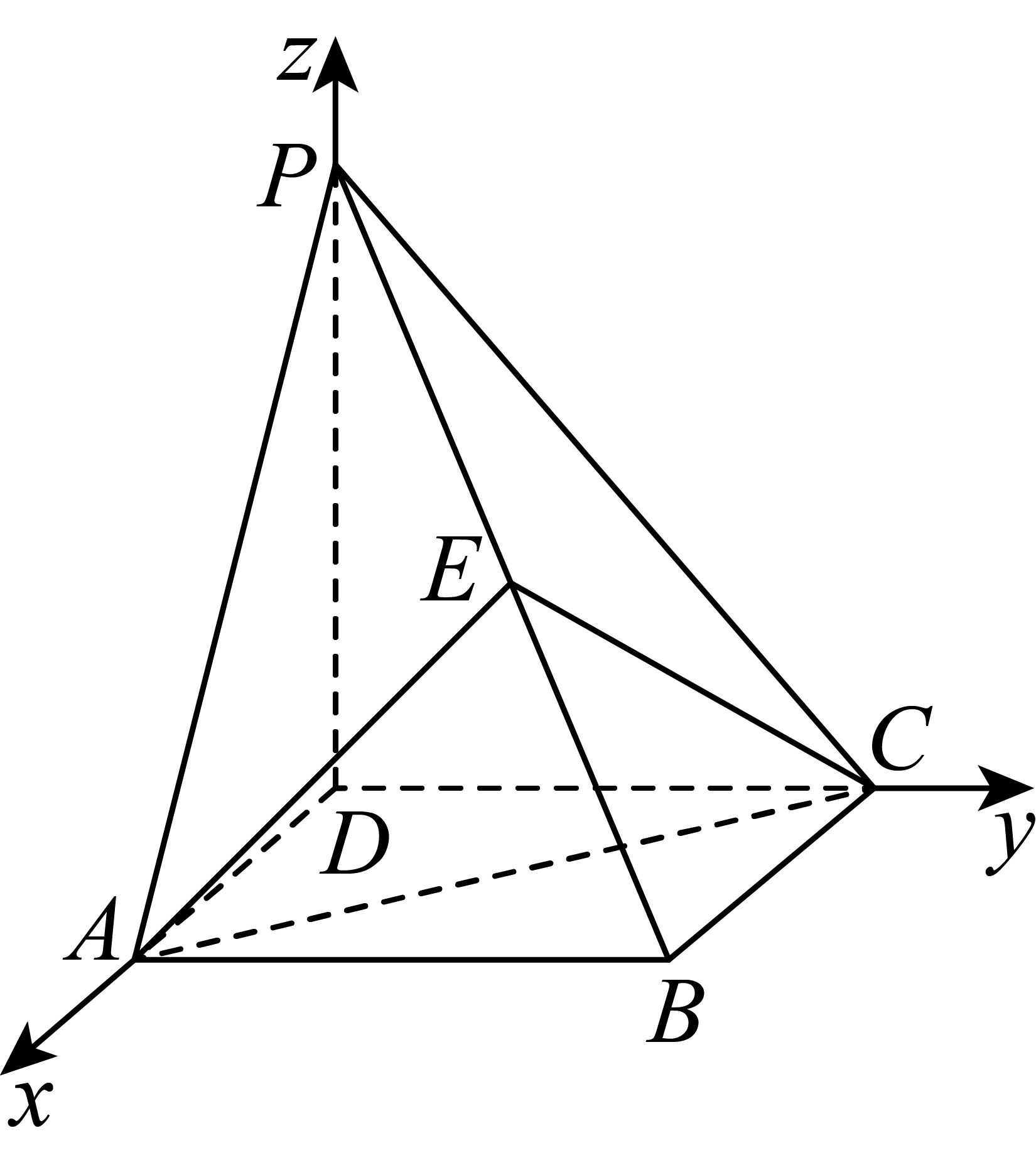
(2)若平面与平面的夹角的余弦值为，求点的位置.

【答案】(1)

(2)点为的中点

【分析】（1）由题设条件建系，表示出相关点，分别计算坐标和平面的法向量坐标，利用线面所成角的空间向量计算公式即得；

（2）在原有坐标系中，设出参数表示出点的坐标，分别计算平面与平面的法向量，利用面面所成角的空间向量计算公式列出方程解之即得.

【详解】（1）

如图，分别以为轴的正方向建立空间直角坐标系.则

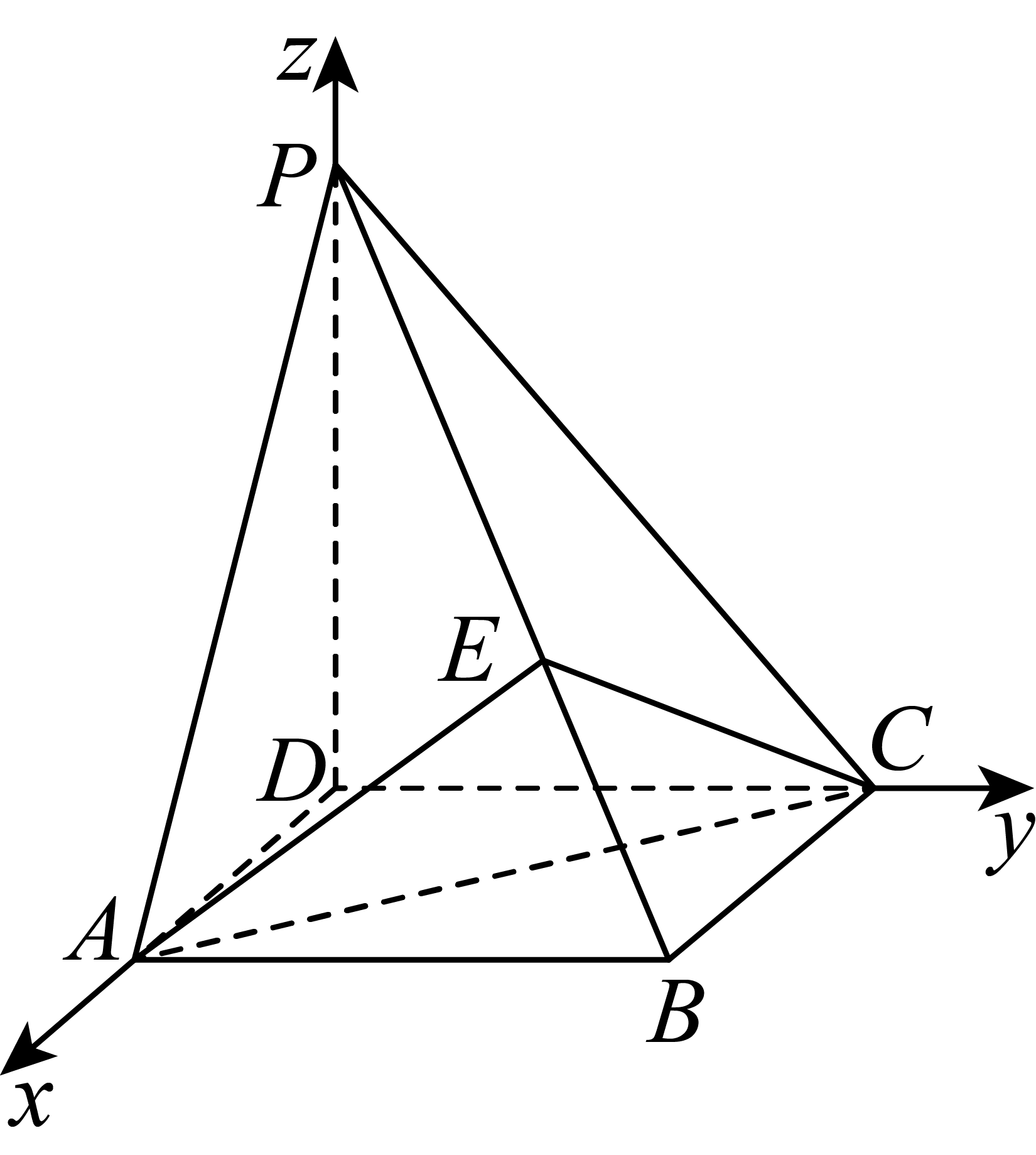
于是，,设平面的法向量为，

则

故可取.设直线与平面所成角为，

则

即直线与平面所成角的正弦值是.

（2）

如图，设，，则，因，故，解得：，

则,设平面的法向量为，

则故可取.

又,设平面的法向量为，

则故可取.

设平面与平面的夹角为，则，

解得：或，因，故，即当点为的中点时，平面与平面的夹角的余弦值为.

17．（满分15分）（2024·湖南邵阳·统考一模）已知递增的等差数列满足：成等比数列.

(1)求数列的通项公式；

(2)记为数列的前项和，，求数列的前项和.

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）根据题中条件列出方程组，解出即可;

（2）错位相减后得到结果，再用错位相减法进行计算，即可求解.

【详解】（1）设，

由题意得，即，解得或（舍去）

.

（2）由（1）可得，

则，①

可得：，②

①-②可得：，

设.③

，④

③-④可得：

，

则，

，

.

18．（满分17分）（2024·全国·模拟预测）已知函数，.

(1)若的极大值为1，求实数*a*的值；

(2)若，求证：.

【答案】(1)

(2)证明见解析

【分析】（1）分类讨论，利用导数判断函数的单调区间，根据极大值建立方程求解即可；

（2）把问题转化为证明，构造函数，利用导数研究函数最值即可证明.

【详解】（1）的定义域为，.

当时，，在上单调递增，函数无极值；

当时，令，得，令，得，

所以在上单调递增，在上单调递减，

故当时，取得极大值，极大值为，解得.

经验证符合题意，故实数*a*的值为.

（2）当时，，故要证，即证.

令，则，.

令，，则，

所以在上单调递增，

又因为，，

所以，使得，即，

当时，，当时，，

所以在上单调递减，在上单调递增，

所以.

又因为，即，

所以，

所以，即，故得证.

19．（满分17分）（2024·陕西铜川·统考一模）概率论中有很多经典的不等式，其中最著名的两个当属由两位俄国数学家马尔科夫和切比雪夫分别提出的马尔科夫（Markov）不等式和切比雪夫（Chebyshev）不等式．马尔科夫不等式的形式如下：

设为一个非负随机变量，其数学期望为，则对任意，均有，

马尔科夫不等式给出了随机变量取值不小于某正数的概率上界，阐释了随机变量尾部取值概率与其数学期望间的关系．当为非负离散型随机变量时，马尔科夫不等式的证明如下：

设的分布列为其中，则对任意，，其中符号表示对所有满足的指标所对应的求和．

切比雪夫不等式的形式如下：

设随机变量的期望为，方差为，则对任意，均有

(1)根据以上参考资料，证明切比雪夫不等式对离散型随机变量成立．

(2)某药企研制出一种新药，宣称对治疗某种疾病的有效率为．现随机选择了100名患者，经过使用该药治疗后，治愈的人数为60人，请结合切比雪夫不等式通过计算说明药厂的宣传内容是否真实可信．

【答案】(1)证明见解析

(2)不可信

【分析】（1）利用马尔科夫不等式的证明示例证明即可；

（2）由题意可知治愈的人数为服从二项分布，由二项分布计算均值与方差，再结合切比雪夫不等式说明即可.

【详解】（1）法一：对非负离散型随机变量及正数使用马尔科夫不等式，

有．

法二：设的分布列为



其中，记，则对任意，

.（2）设在100名患者中治愈的人数为．假设药企关于此新药有效率的宣传内容是客观真实的，

那么在此假设下，．

由切比雪夫不等式，有．

即在假设下，100名患者中治愈人数不超过60人的概率不超过0.04，此概率很小，

据此我们有理由推断药厂的宣传内容不可信．