2024年新结构模拟适应性特训卷（二）

高三数学

（考试时间：150分钟 试卷满分：150分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知角的终边经过点，且，则的值是（    ）

A． B． C．12 D．13

【答案】B

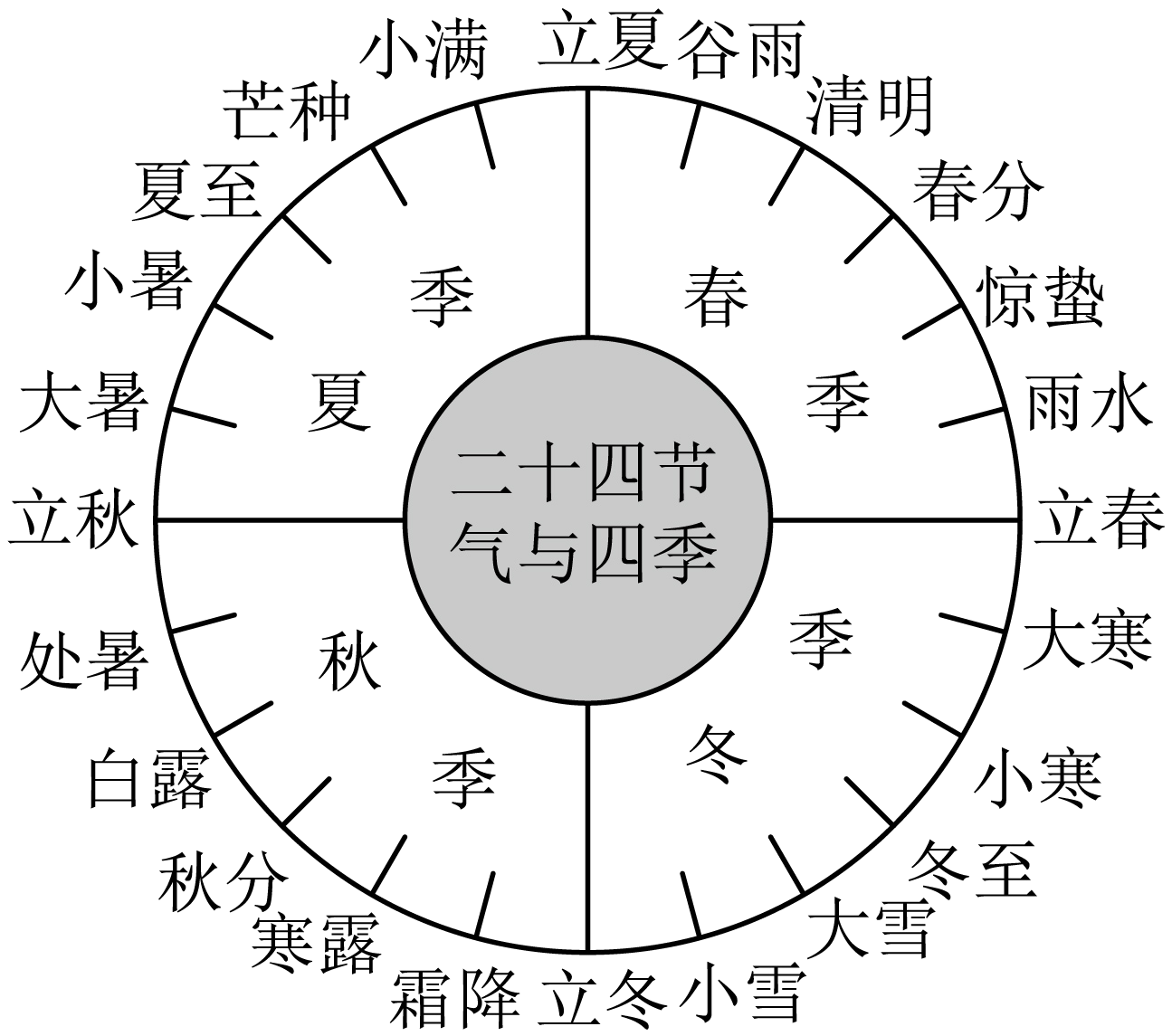
【分析】根据任意角正切函数定义计算.

【详解】根据任意角三角函数定义，

，所以.

故选：B.

2．“二十四节气”是中国古代劳动人民伟大的智慧结晶，其划分如图所示．小明打算在网上搜集一些与二十四节气有关的古诗．他准备在春季的6个节气与夏季的6个节气中共选出3个节气，则小明选取节气的不同情况的种数是（   ）



A．90 B．180 C．220 D．360

【答案】C

【分析】根据组合知识进行求解.

【详解】小明选取节气的不同情况的种数为.

故选：C

3．已知数列的前*n*项和，则的值是（    ）

A．8094 B．8095 C．8096 D．8097

【答案】A

【分析】利用前*n*项和和通项公式的关系求出通项公式，再求值即可.

【详解】易知，，

故，当时符合题意，故成立,

显然.

故选：A

4．已知直线和以，为端点的线段相交，则实数*k*的取值范围为（    ）

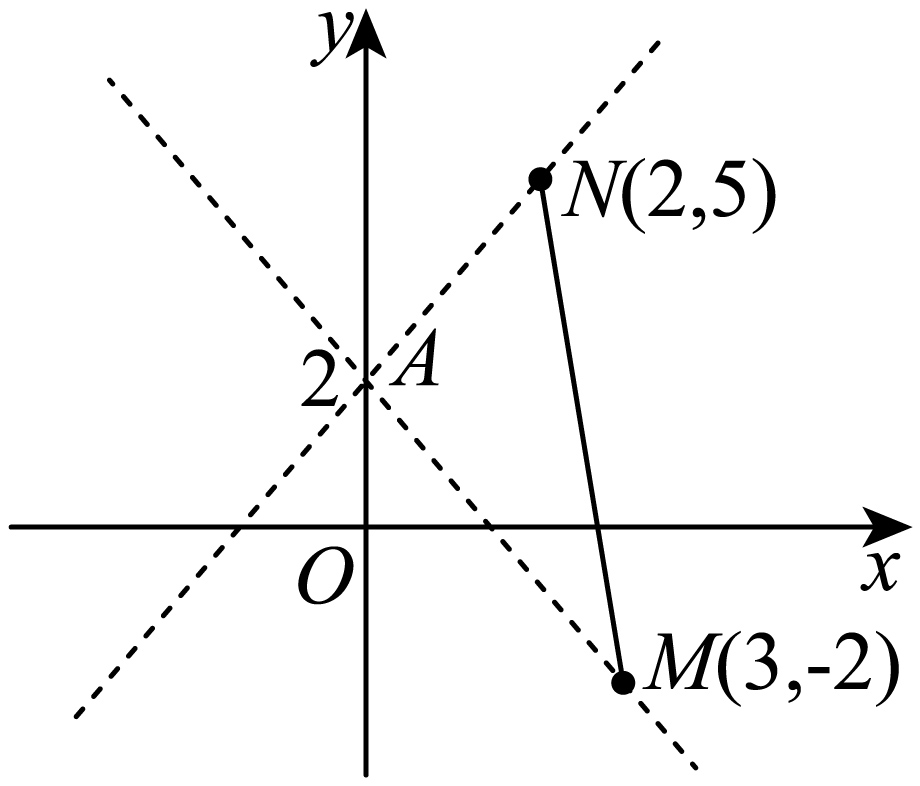
A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】根据题意可知直线恒过定点，根据斜率公式结合图象分析求解.

【详解】因为直线恒过定点，如图.



又因为，，所以直线的斜率*k*的范围为.

故选：C.

5．已知函数，若，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】求出，计算出，结合已知条件即可得解.

【详解】因为，则，

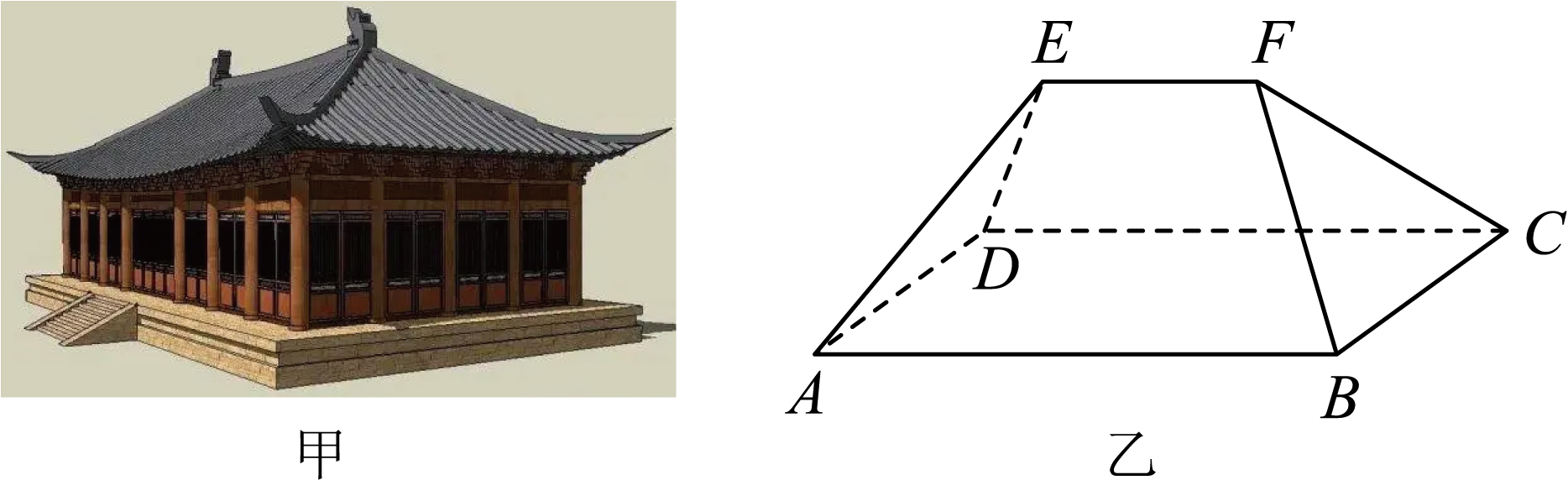
则，

所以，，

所以，，故.

故选：C.

6．中国古建筑闻名于世，源远流长．如图甲所示的五脊殿是中国传统建筑中的一种屋顶形式，该屋顶的结构示意图如图乙所示，在结构示意图中，已知四边形为矩形，,,与都是边长为2的等边三角形，若点，，，，都在球的球面上，则球的表面积为（   ）

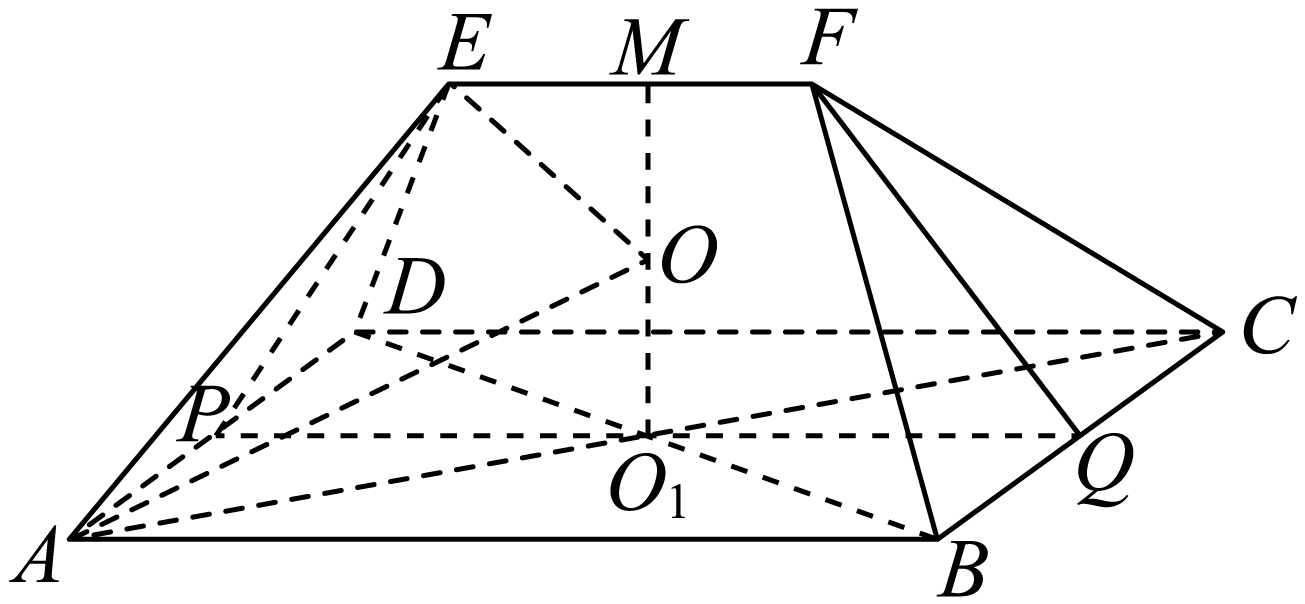


A． B． C． D．

【答案】A

【分析】如图，根据球的性质可得平面，根据中位线的性质和勾股定理可得且，分类讨论当在线段上和在线段的延长线上时，由球的性质可得球半径的平方为，再用球的表面积公式计算即可.

【详解】如图，连接，，



设，因为四边形为矩形，所以为矩形外接圆的圆心．

连接，则平面，

分别取，，的中点，，，

根据几何体的对称性可知，直线交于点．

连接*PQ*，则，且为的中点，

因为，所以，连接，，

在与，易知，所以梯形为等腰梯形，

所以，且．

设，球的半径为，连接，，

当在线段上时，由球的性质可知，易得，

则，此时无解．

当在线段的延长线上时，由球的性质可知，，

解得，所以，

所以球的表面积.

故选：A．

7．已知随机事件，满足，，，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】根据已知结合条件概率公式，即可得出，进而推得.即可根据条件概率公式，得出答案.

【详解】由已知可得，.

因为，

所以，.

又,

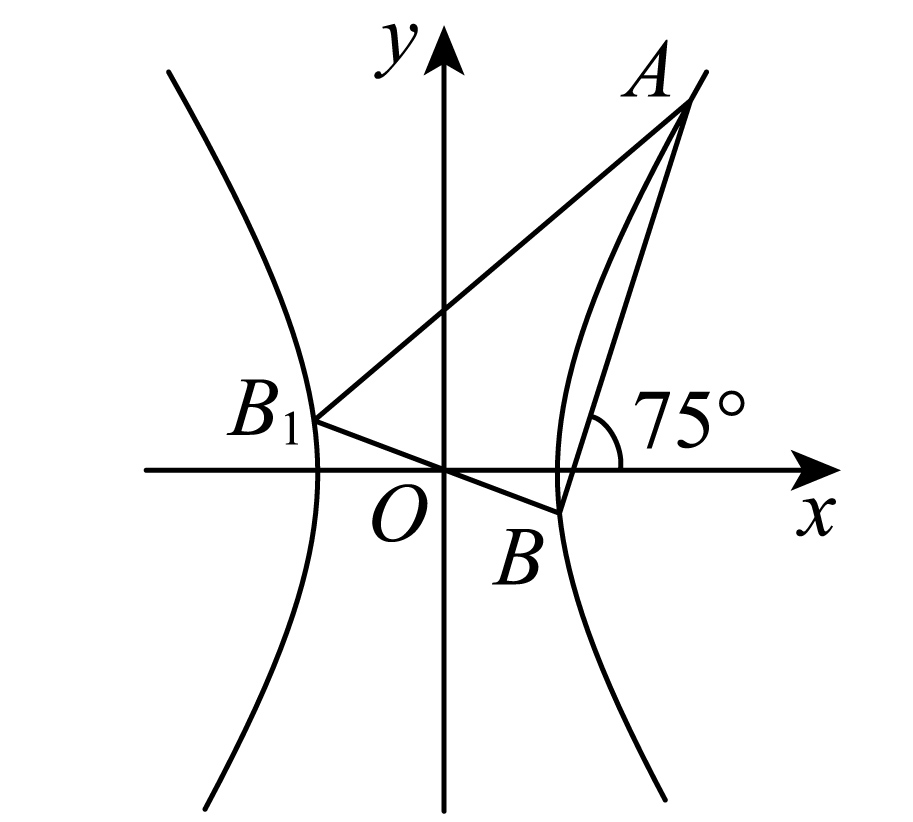
所以，.

又，

所以，.

故选：A.

8．如图，已知双曲线的一条弦所在直线的倾斜角为，点关于原点的对称点为，若，双曲线的离心率为，则（    ）



A．3 B． C． D．4

【答案】C

【分析】由题意结合两角和的正切公式求出，设，利用点差法可推出，再根据，即可求得答案.

【详解】由题可知，弦所在直线的倾斜角为，，

则直线的倾斜角为，

.

设，则，

则，，两式相减可得，

即，

即，则，

故，

故选：C.

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．已知复数，满足，，则（    ）

A． B．

C． D．

【答案】ABD

【分析】根据复数的四则运算求解即可.

【详解】，，

，，

所以，，

故选:ABD

10．在中，，，，则可能为（    ）

A． B． C． D．

【答案】CD

【分析】由正弦定理可得答案.

【详解】由正弦定理，

得，

又因为，所以，

因为，所以或.

故选：CD.

11．已知椭圆*C*：的左、右焦点分别为，，*P*是*C*上一点，则（    ）

A． B．的最大值为8

C．的取值范围是 D．的取值范围是

【答案】CD

【分析】利用椭圆的定义，结合基本不等式判断AB；设出点的坐标，利用向量的坐标运算，结合椭圆的范围计算判断CD.

【详解】由椭圆定义得，，，A错误；

，当时取等号，B错误；

，设，则，，，

，由，得，C正确；

，，D正确.

故选：CD

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．已知集合，若，则实数的取值范围是 .

【答案】

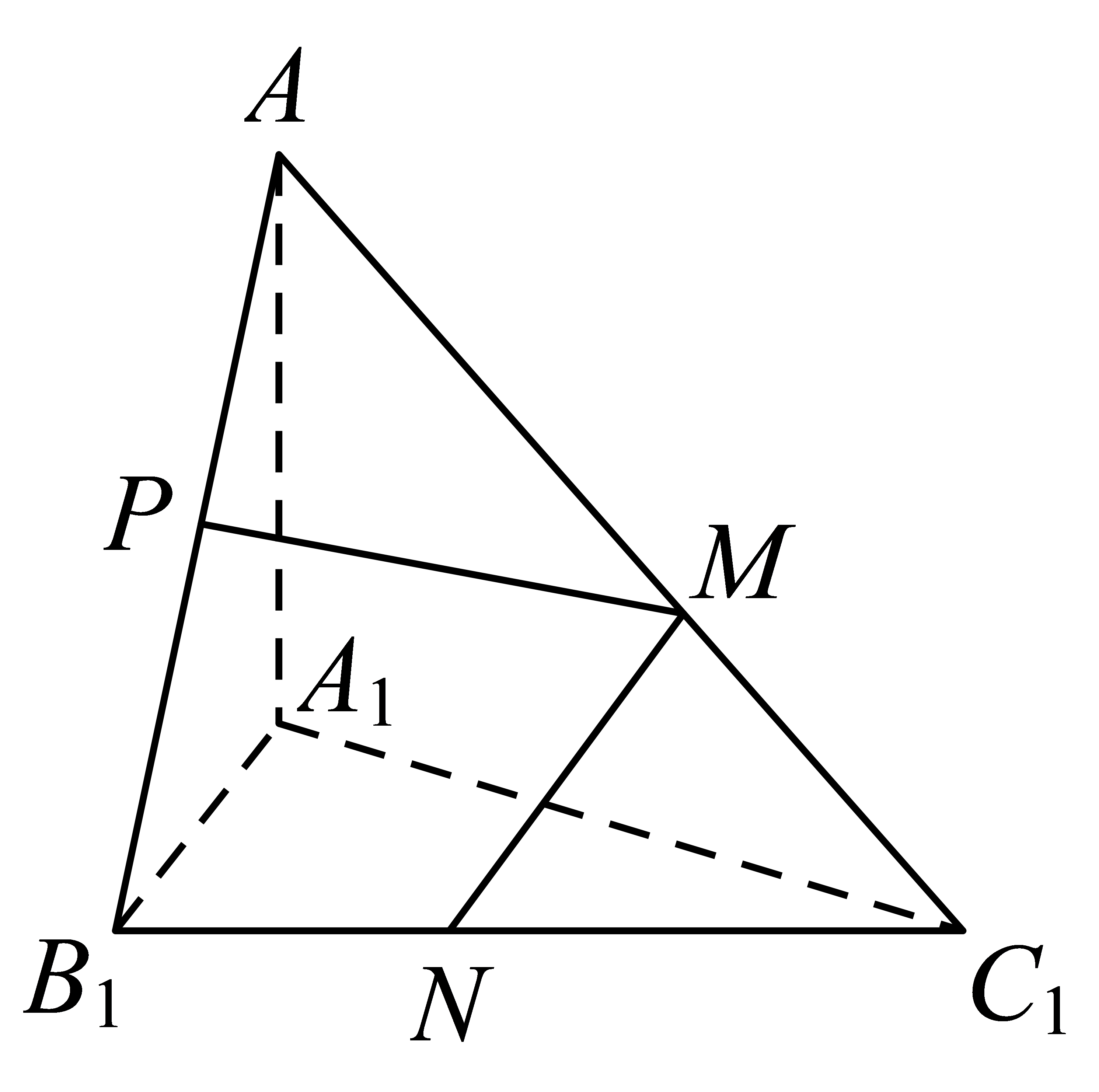
【分析】由命题的真假得出，从而易得其范围．

【详解】，，

因为，所以，所以的范围是，

故答案为：．

13．如图，在三棱锥中，平面，，，为线段的中点，分别为线段和线段上任意一点，则的最小值为 ．



【答案】

【分析】根据题意，证得平面，得到，根据，得到，进而得到，进而得到为的中点，且为的中点，即可求解.

【详解】因为平面，面，所以，

又因为，，

因为，平面，所以平面，

又因为平面，所以，

在中，可得，

在中，，

故，

则，

又因为，

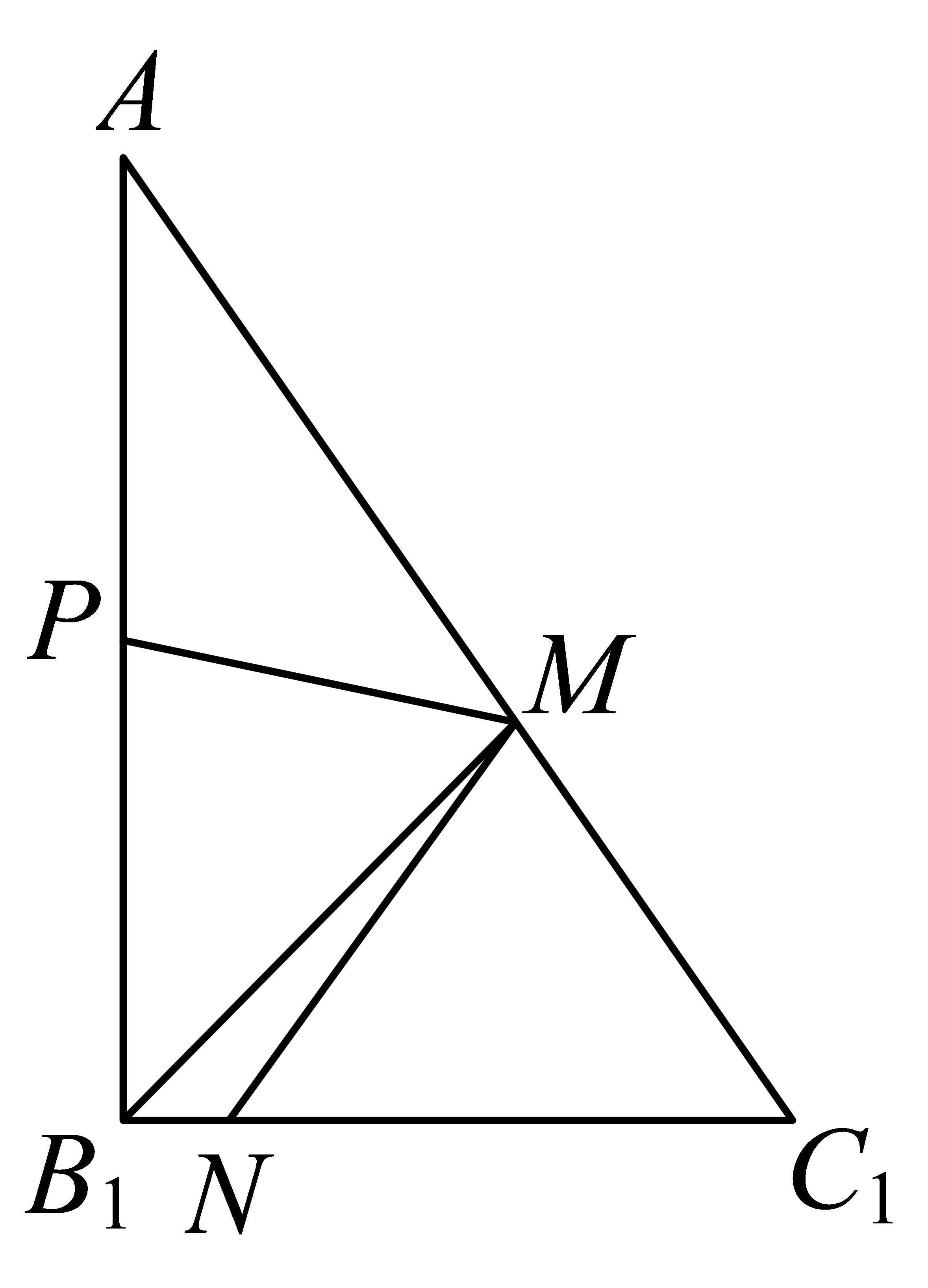
所以，

即，当且仅当时，等号成立，

当时，为的中点，此时当时，为的中点，

综上所述，的最小值是.

故答案为：



14．已知若存在，使得成立，则的最大值为 .

【答案】/

【分析】根据两函数的同构特征，不难发现，考查利用函数的单调性推得，从而将转化为，最后通过的最大值求得的最大值.

【详解】因则，

由知时，，即函数在上单调递增.

由可得：且,故得：，

则，不妨设，则，

故当时，，递增，当时，，递减，

即，故的最大值为.

故答案为：.

**四、解答题：本题共5小题，其中第15题13分，第16,17题15分，第18,19题17分，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．设等差数列的前项和为，，．

(1)求的通项公式；

(2)设数列的前项和为，求．

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）设出的公差为，利用等差数列通项公式和前项和公式求解即可；

（2）由（1）判断出前六项为正，后四项为负，进而利用前项和公式求解即可.

【详解】（1）设等差数列的公差为，

，，，

解得，，

故.

（2）由（1）知，，

，，，



．

16．某运动队为评估短跑运动员在接力赛中的作用，对运动员进行数据分析．运动员甲在接力赛中跑第一棒、第二棒、第三棒、第四棒四个位置，统计以往多场比赛，其出场率与出场时比赛获胜率如下表所示．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 比赛位置 | 第一棒 | 第二棒 | 第三棒 | 第四棒 |
| 出场率 | 0.3 | 0.2 | 0.2 | 0.3 |
| 比赛胜率 | 0.6 | 0.8 | 0.7 | 0.7 |

(1)当甲出场比赛时，求该运动队获胜的概率．

(2)当甲出场比赛时，在该运动队获胜的条件下，求甲跑第一棒的概率．

(3)如果你是教练员，将如何安排运动员甲比赛时的位置？并说明理由．

【答案】(1)0.69

(2)

(3)应多安排甲跑第四棒，理由见解析

【分析】（1）根据全概率公式即得出答案.

（2）根据条件概率的计算公式即可求解.

（3）分别求出四个位置上的获胜概率，即可做出判断.

【详解】（1）记“甲跑第一棒”为事件，“甲跑第二棒”为事件，“甲跑第三棒”为事件，“甲跑第四棒”为事件，“运动队获胜”为事件*B*，

则，

所以当甲出场比赛时，该运动队获胜的概率为0.69．

（2），

所以当甲出场比赛时，在该运动队获胜的条件下，甲跑第一棒的概率为．

（3），

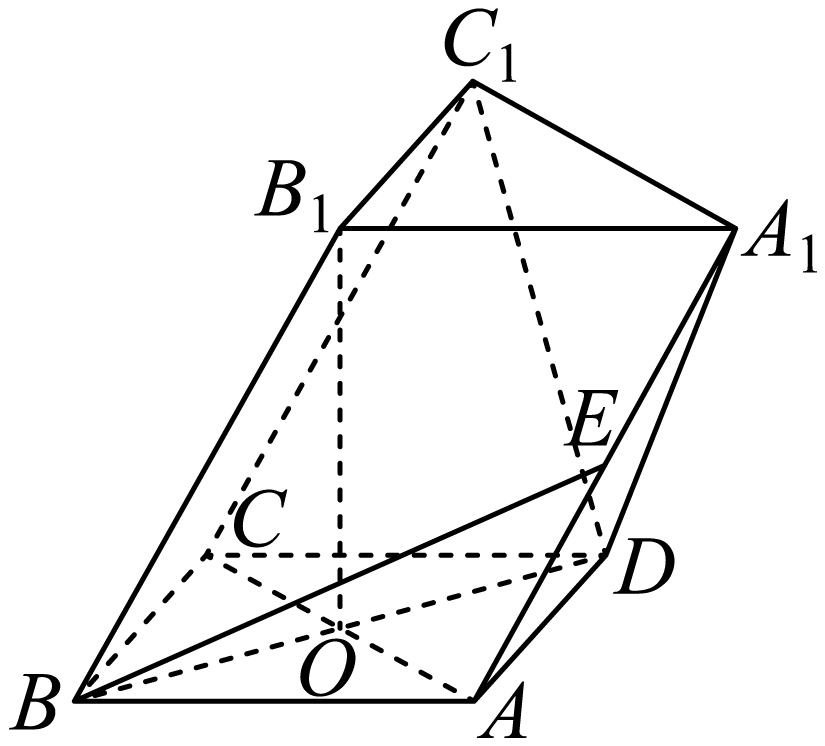
，

，

所以．

所以应多安排甲跑第四棒，以增加运动队获胜的概率．

17．如图，在三棱柱中，是正三角形，四边形是菱形，与交于点，平面，.



(1)若点为中点，求异面直线与所成角的余弦值；

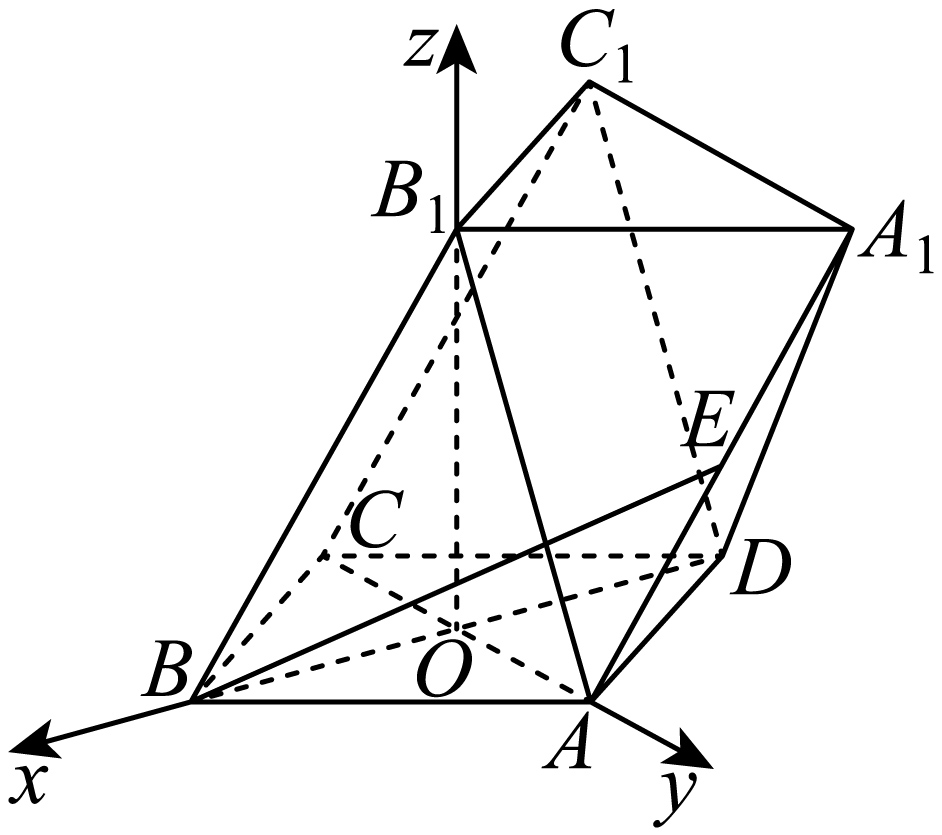
(2)求平面与平面的夹角的余弦值.

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）根据题设易于建系，分别求出相关点的坐标，得到，的坐标，利用空间向量的夹角公式计算即得；

（2）同上建系，求出相关点坐标，分别求得两个平面的法向量坐标，最后利用空间向量的夹角公式计算即得.

【详解】（1）

因为四边形是菱形，所以，

因为平面，所以，，两两垂直，

如图，以点为原点，，，所在直线分别为，，轴建立空间直角坐标系.

则，，，，.

，，在三棱柱中，因，

易得,故，

因为点为中点，所以，所以，

因，

所以异面直线与所成角的余弦值为.

（2），，，，

设是平面的一个法向量，则，

取，得，

设是平面的一个法向量，则，

取，得，

设平面与平面的夹角为，

则，

故平面与平面的夹角的余弦值为.

18．已知椭圆的离心率为，点在椭圆上，过点的两条直线，分别与椭圆交于另一点*A*，*B*，且直线，，的斜率满足．

(1)求椭圆的方程；

(2)证明直线过定点；

(3)椭圆*C*的焦点分别为，，求凸四边形面积的取值范围．

【答案】(1)

(2)证明见解析

(3)

【分析】（1）根据条件列出方程组，解出即可；

（2）设直线，联立直线和椭圆方程，消元后，利用，建立方程，解出后验证即可；

（3）设直线，联立直线和椭圆方程，消元后，利用韦达定理得到条件，利用进行计算，换元法求值域即可.

【详解】（1）由题设得，解得，

所以的方程为；

（2）由题意可设，设，，

由，整理得，

．

由韦达定理得，，

由得，

即，

整理得，

因为，得，解得或，

时，直线过定点，不合题意，舍去；

时，满足，

所以直线过定点．

（3））由（2）得直线，所以，

由，

整理得，，

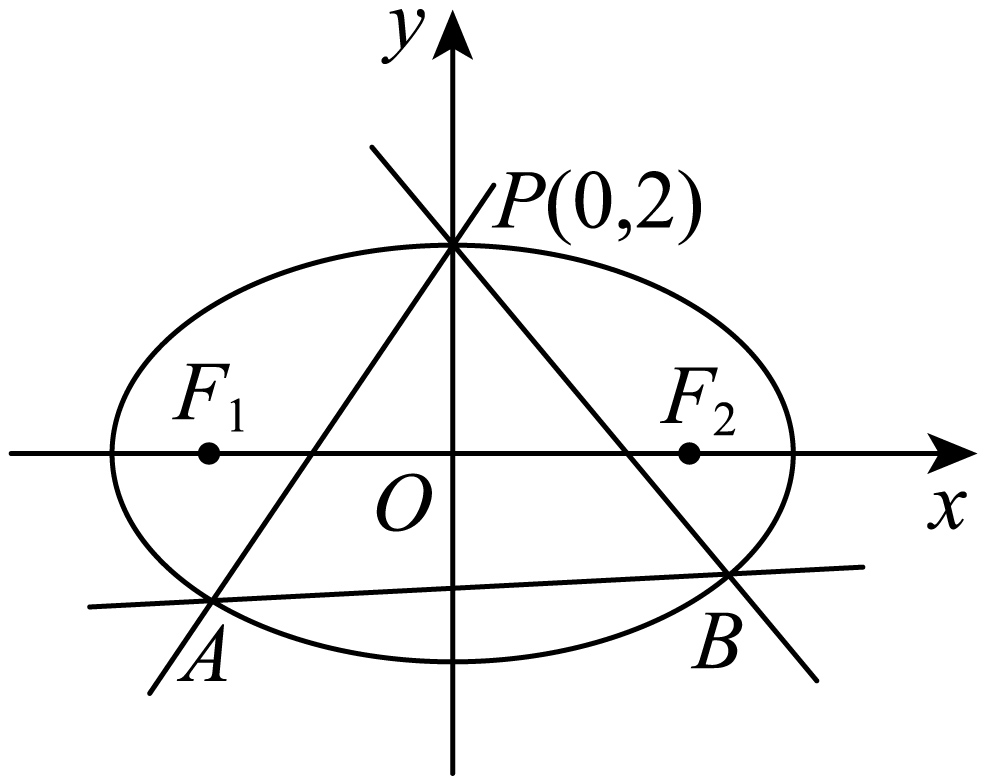
由题意得，

因为，所以，所以，

令，，

所以，在上单调递减，

所以的范围是．



19．若函数在上有定义，且对于任意不同的，都有，则称为上的“类函数”.

(1)若，判断是否为上的“3类函数”；

(2)若为上的“2类函数”，求实数的取值范围；

(3)若为上的“2类函数”，且，证明：，，.

【答案】(1)是上的“3类函数”，理由见详解.

(2)

(3)证明过程见详解.

【分析】（1）由新定义可知，利用作差及不等式的性质证明即可；

（2）由已知条件转化为对于任意，都有，，只需且，利用导函数研究函数的单调性和最值即可.

（3）分和两种情况进行证明，，用放缩法进行证明即可.

【详解】（1）对于任意不同的，

有，，所以，

，

所以是上的“3类函数”.

（2）因为，

由题意知，对于任意不同的，都有，

不妨设，则，

故且，

故为上的增函数，为上的减函数，

故任意，都有，

由可转化为，令，只需

，令，在单调递减，

所以，，故在单调递减，

，

由可转化为，令，只需

，令，在单调递减，

且，，所以使，即，

即，

当时，，，故在单调递增，

当时，，，故在单调递减，

，

故.

（3）因为为上的“2类函数”，所以，

不妨设，

当时，；

当时，因为，



，

综上所述，，，.

【点睛】不等式恒成立问题常见方法：①分离参数恒成立或恒成立；②数形结合（的图象在上方即可）；③讨论最值或恒成立；④讨论参数，排除不合题意的参数范围，筛选出符合题意的参数范围.