

## Задание 1 (таблицы истинности)

**1.1.** Построить таблицы истинности для следующих схем:

- 1)  $(X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow Y \wedge X)$ ;
- 2)  $X \wedge (Y \rightarrow X) \rightarrow \bar{X}$ ;

**1.2.** Доказать, что следующие выражения являются тавтологиями:

- 1)  $(X \rightarrow Y) \vee (Y \rightarrow X)$ ;
- 2)  $((X \rightarrow Y) \rightarrow X) \rightarrow X$ ;
- 3)  $(X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow \bar{Y})$ ;
- 4)  $(\bar{X} \rightarrow \bar{Y}) \rightarrow ((\bar{X} \rightarrow Y) \rightarrow X)$ ;
- 5)  $\bar{X} \rightarrow (X \rightarrow Y)$ ;

**1.3.** Доказать равносильность высказываний:

- 1)  $X \rightarrow Y$  и  $\bar{Y} \rightarrow \bar{X}$  ;
- 2)  $(\bar{X} \rightarrow Y) \rightarrow Y$  и  $X \rightarrow Y$ ;
- 3)  $(X \rightarrow \bar{Y}) \rightarrow \bar{X}$  и  $X \rightarrow Y$ ;
- 4)  $\bar{X} \vee Y \wedge Z \vee X \wedge Y$  и  $X \rightarrow Y$ ;
- 5)  $X \equiv Y$  и  $X \wedge Y \vee \bar{X} \wedge \bar{Y}$  ;

## Задание 2 (упрощение системы высказываний)

**2.1.** Администрация морского порта издала следующие распоряжения:

- 1) Если капитан корабля получает специальное указание, то он должен покинуть порт на своём корабле.
- 2) Если капитан не получает специального указания, то он не должен покидать порта или он впредь лишается возможности захода в этот порт.
- 3) Капитан или лишается впредь возможности захода в этот порт или не получает специального указания.

Упростить эту систему распоряжений.

**2.2.** Командир осаждённой крепости послал следующие три сообщения:

- 1) Если нам удастся получить продовольствие, то нам не будет угрожать смерть от голода.
- 2) Если нам не удастся получить продовольствие, то или нам будет угрожать смерть от голода, или мы попытаемся прорвать кольцо окружения.
- 3) Если нам будет угрожать смерть от голода, то мы попытаемся прорвать кольцо окружения.

Упростить эту систему сообщений.

**2.3.** На факультативе по математической логике учитель сообщил учащимся, собирающимся в турпоход, следующие сведения о готовящемся походе:

- 1) Будут приобретены новые палатки, новые рюкзаки, и класс пойдёт в поход.
  - 2) Палатки и рюкзаки приобретаться не будут, и класс в поход не пойдёт.
  - 3) Будут приобретаться новые палатки, рюкзаки приобретаться не будут, класс в поход пойдёт.
  - 4) Неверно, что либо будут приобретены новые палатки, либо не будут приобретены новые рюкзаки, либо класс пойдёт в поход.
- Зная, что, по крайней мере, одно из четырёх сообщений верно, упростить информацию.

### **Задание 3 (кванторы)**

*Действие нескольких следующих задач происходит на Архипелаге, населённом людьми ровно двух типов: рыцарями и лжецами. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Каждый житель Архипелага – рыцарь или лжец. Ни один житель не является рыцарем и лжецом одновременно. Задачи организованы в виде рассказа путешественника о пребывании на Архипелаге.*

**3.1.** Первого из жителей, встретившихся мне, звали *A*. Я спросил у него, много ли лжецов на острове. Он ответил: «Хотя бы один лжец на острове есть».

Кем был *A* – рыцарем или лжецом? Есть ли на острове хотя бы один рыцарь? Хотя бы один лжец? Может быть, все жители острова являются рыцарями? Или все – лжецами?

**3.2.** Другой житель острова, *B*, был более категоричен. Он сказал: «Мы все – лжецы».

Кем был *B* – рыцарем или лжецом? Ответить также на остальные вопросы, поставленные в задаче 1.

**3.3.** Житель острова *C* сказал мне: «Я – лжец, но есть и рыцари».

Кем был *C* – рыцарем или лжецом? Каковы ответы на остальные вопросы, поставленные в задаче 1?

**3.4.** В этой задаче – два персонажа, *A* и *B* (не обязательно те же, что в предыдущих задачах). *A* говорит: «Все жители острова – рыцари». На что *B* отвечает: «Ты лжёшь!».

Кто *A* – рыцарь или лжец? Кто *B*? К каким выводам относительно наличия рыцарей и лжецов среди жителей острова приводят данные задачи?

**3.5.** Снова – два персонажа. *A* говорит: «*B* – лжец!». *B* отвечает (то ли с гордостью, то ли намекая на *A*): «Есть лжецы на нашем острове!».

Вопросы – те же, что и в задаче 4.

**3.6.** И в этой задаче – двое действующих лиц. *A* говорит: «Все, кроме меня, – лжецы!». *B* поддакивает: «Это точно!».

Вопросы – те же.

**3.7.** Однажды, во время прогулки по острову, мне встретилась большая группа жителей острова, дружно скандировавших: «Среди нас лжецов нет!». Сопровождавший меня житель острова *A* сказал мне: «Если среди них нет лжецов, то я – лжец».

Кем был *A* – рыцарем или лжецом? Были ли в группе лжецы? Рыцари?

**3.8.** Однажды мне довелось незаметно для присутствующих наблюдать за ходом собрания (все участники которого были жителями острова). Первым выступил *A*: «Среди нас есть хотя бы один рыцарь», – сказал он. Затем к микрофону подошёл возмущённый *B*, который сказал: «Вы все лжецы!».

Кем был *A* – рыцарем или лжецом? Кем был *B*? К каким выводам относительно остальных участников собрания приводят сообщённые мной сведения?

**3.9.** На острове разразился экономический кризис. Как водится, стали искать виновных. Депутат островной Думы (его звали *A*) сделал по этому поводу два заявления: 1) «Все рыцари виновны»; 2) «Я не виновен».

Кем был *A* – рыцарем или лжецом? Был ли он виновен? Все ли рыцари были виновны? Были ли виновные среди лжецов? Можно ли установить по этим данным, были ли виновные среди рыцарей и все ли лжецы были виновны?

**3.10.** Мнение депутата *B* по поводу кризиса было иным: 1) «Ни один рыцарь не виновен»; 2) «Я виновен».

Кто *B* – рыцарь или лжец? Виновен ли он? Как обстоит дело с виновностью рыцарей и лжецов (виновны все; виновны некоторые; установить невозможно)?

**3.11.** Депутат *C* был весьма оригинален. Выступая перед лжецами, он сказал: «Все рыцари виновны». Выступая перед рыцарями, он заявил: «Все виновные – лжецы».

Кто *C* – рыцарь или лжец? Как обстоит дело с виновностью рыцарей? Лжецов?

**3.12.** Не менее оригинален был и депутат *D*, который заявил: 1) «Все виновные – рыцари»; 2) «Все лжецы виновны».

К каким выводам Вы можете прийти на основании этих данных?

**3.13.** Разумеется, не обошлось без обсуждения виновности Президента острова. Депутат *E* по этому поводу заявил: 1) «Президент не виновен»; 2) «Все жители острова виновны».

Кем был  $E$  – рыцарем или лжецом? Виновен ли Президент? Все ли жители острова виновны?

**3.14.** А вот что заявил депутат  $F$ : 1) «Президент виновен»; 2) «Хотя бы один житель острова не виновен».

Кем был  $F$  – рыцарем или лжецом? Виновен ли Президент? Как обстоят дела с виновностью остальных жителей острова?

**3.15.** Президент обратился к Правительству острова. В своём обращении он, в частности, сказал: 1) «Я виновен»; 2) «Если среди вас хотя бы один не виновен, то и я не виновен».

Кто Президент – рыцарь или лжец? Виновен ли он в кризисе? Как обстоят дела с виновностью членов Правительства?