Wydział	Imię i nazwisko		Rok	Grupa	Zespół
WI	1. Jakub Stachecki 2. Krystian Bulanda		II	7	2
PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH	Temat: **Opracowanie danych pomiarowych**				Nr ćwiczenia 0
Data wykonania 04.10.24	Data oddania	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA

1. Cel ćwiczenia

Zaznajomienie się z typowymi metodami opracowania danych pomiarowych przy wykorzystaniu wyników pomiarów dla wahadła matematycznego (prostego).

2. Wstęp teoretyczny

Wahadło matematyczne (proste) to wyidealizowane ciało o masie punktowej, zawieszone na cienkiej, nieważkiej, nierozciągliwej nici. Ciało wytrącone z równowagi zaczyna wykonywać ruch okresowy w płaszczyźnie poziomej pod wpływem siły ciężkości. Okres wahadła opisuje wzór:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \tag{1}$$

gdzie T to okres wahadła, l to jego długość a g to przyspieszenie ziemskie. Należy zaznaczyć, że wzór ten jest poprawny dla niewielkich kątów (mniej niż 15°) wychylenia wahadła. Przekształcając wzór (1), można wyznaczyć wzór na przyspieszenie ziemskie:

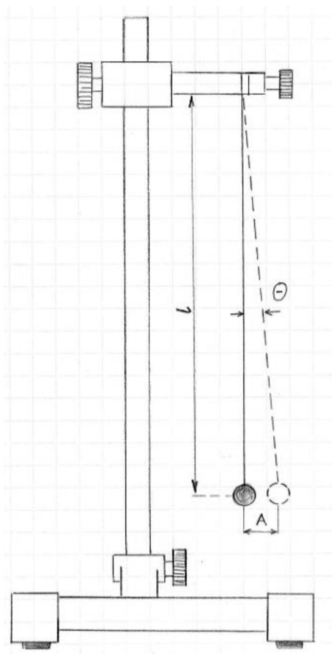
$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \tag{2}$$

Wzór (1) można przekształcić również na zależność liniową:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 l}{g}. \qquad (3)$$

3. Aparatura

1) Zestaw wahadła prostego w postaci śrubki na sznurku zawieszonej na lampie (Rysunek 1)
2) Sekundomierz (stoper w telefonie, $u_B(T) = 0{,}01s$)
3) Przymiar milimetrowy (linijka, $u_B(l) = 1mm$)



Rysunek 1.
Schemat wahadła prostego

4. Przebieg ćwiczenia

4.1 Sposób Pierwszy – pomiar przy ustalonej długości wahadła

W pierwszej części ćwiczenia zaczęliśmy od zmierzenia długości wahadła, którego długość w tej części pozostała niezmienna.

Zmierzona długość wahadła $l = 19cm$. Niepewność $u_B(l) = 1mm$.

Następnie dokonano pomiarów czasu dziesięciu okresów drgań wahadła. Jedna z osób wprawiała wahadło w ruch, gdy druga odliczała ilość okresów. Doświadczenie składało się łącznie z dziesięciu pomiarów.

Lp.(i)	Czas 10 okresów (10 T_i[s])	Czas 1 okresu(T_i[s])
1	8,51	0,851
2	8,15	0,815
3	8,13	0,813
4	8,31	0,831
5	7,93	0,793
6	7,98	0,798
7	8,11	0,811
8	8,21	0,821
9	8,35	0,835
10	8,30	0,830

Tabela 1. Pomiary okresu drgań przy ustalonej długości wahadła

Z podanych w tabeli wyżej wartości wyliczamy średnią długość okresu ($T_{śr}$)

$$T_{śr} \approx 0,8198. \tag{4}$$

4.2 Sposób Drugi – pomiar przy zmiennej długości wahadła

Podobnie jak w pierwszym sposobie rozpoczęliśmy doświadczenie od zmierzenia długości wahadła, którego długość zmienialiśmy co trzy pomiary. Łącznie wykonaliśmy dziewięć pomiarów po trzy na każdą długość. Do wyników dodajemy również dane z pierwszego sposobu jako średnią.

<table>
<tr><th>Lp.(i)</th><th>Długość wahadła (l [cm])</th><th>Czas 10 okresów (10 T_i[s])</th><th>Czas 1 okresu(T_i[s])</th><th>Średni okres dla danej długości wahadła ($T_{iśr}$) ([s])</th></tr>
<tr><td>1</td><td rowspan="3">35,3</td><td>11,38</td><td>1,138</td><td rowspan="3">1,130</td></tr>
<tr><td>1</td><td>11,29</td><td>1,129</td></tr>
<tr><td>1</td><td>11,24</td><td>1,124</td></tr>
<tr><td>2</td><td rowspan="3">43,4</td><td>12,55</td><td>1,255</td><td rowspan="3">1,253</td></tr>
<tr><td>2</td><td>12,61</td><td>1,261</td></tr>
<tr><td>2</td><td>12,44</td><td>1,244</td></tr>
<tr><td>3</td><td rowspan="3">51,1</td><td>13,77</td><td>1,377</td><td rowspan="3">1,369</td></tr>
<tr><td>3</td><td>13,68</td><td>1,368</td></tr>
<tr><td>3</td><td>13,63</td><td>1,363</td></tr>
<tr><td>4</td><td>19</td><td>8,198</td><td>0,8198</td><td>0,8198</td></tr>
</table>

Tabela 2. Pomiary okresu drgań przy zmiennej długości wahadła

5. Opracowanie danych pomiarowych

5.1 Sposób pierwszy

5.1.1 Błędy Grube

W wynikach pomiaru okresu nie odnotowano żadnych błędów grubych, różnica między największa i najmniejszą wartością T_i w uzyskanym zestawie danych wyniosła ΔT_i = $0{,}058s$.

5.1.2 Niepewność pomiaru okresu (typu A)

Korzystając z wartości (4), liczymy niepewność standardową z wzoru:

$$u_A(T_{śr}) = \sqrt{\frac{\Sigma(T_i - T_{śr})^2}{N(N-1)}} = 0{,}056s. \tag{5}$$

Następnie liczymy niepewność względną średniego okresu:

$$\frac{u_A(T_{śr})}{T_{śr}} = 0{,}0069. \tag{6}$$

5.1.3 Niepewność pomiaru długości wahadła (typu B)

Najmniejsza działka użytego przyrządu to

$$\Delta l = 1mm\ . \tag{7}$$

Ze względu na niepewność dotyczącą środka ciężkości ciężarka oraz miejsca zawieszenia nici ustaliliśmy niepewność maksymalną

$$u(l) = 2mm\ . \tag{8}$$

Nie mamy żadnych dodatkowych informacji o przyrządzie, więc przyjmujemy niepewność standardową

$$u_B(l) = 2mm\,. \tag{9}$$

Obliczamy więc niepewność względną

$$\frac{u_B(l)}{l} \approx 0{,}011. \tag{10}$$

5.1.4 Wartość przyspieszenia ziemskiego

Korzystając ze wzoru (2), liczymy przyspieszenie ziemskie

$$g = 11{,}161\frac{m}{s^2}. \tag{11}$$

5.1.5 Niepewność przyspieszenia ziemskiego

Niepewność liczymy z prawa przenoszenia niepewności względnej

$$\frac{u(g)}{g} = \sqrt{\left(\frac{u_B(l)}{l}\right)^2 + \left(2\cdot\frac{u_A(T_{śr})}{T_{śr}}\right)^2} \approx 0{,}018, \tag{12}$$

czyli

$$u(g) = g\cdot\sqrt{\left(\frac{u_B(l)}{l}\right)^2 + \left(2\cdot\frac{u_A(T_{śr})}{T_{śr}}\right)^2} \approx 0{,}201\frac{m}{s^2} \tag{13}$$

5.1.6 Niepewność rozszerzona

Przyjmując współczynnik rozszerzenia $k = 3$, niepewność rozszerzona wynosi

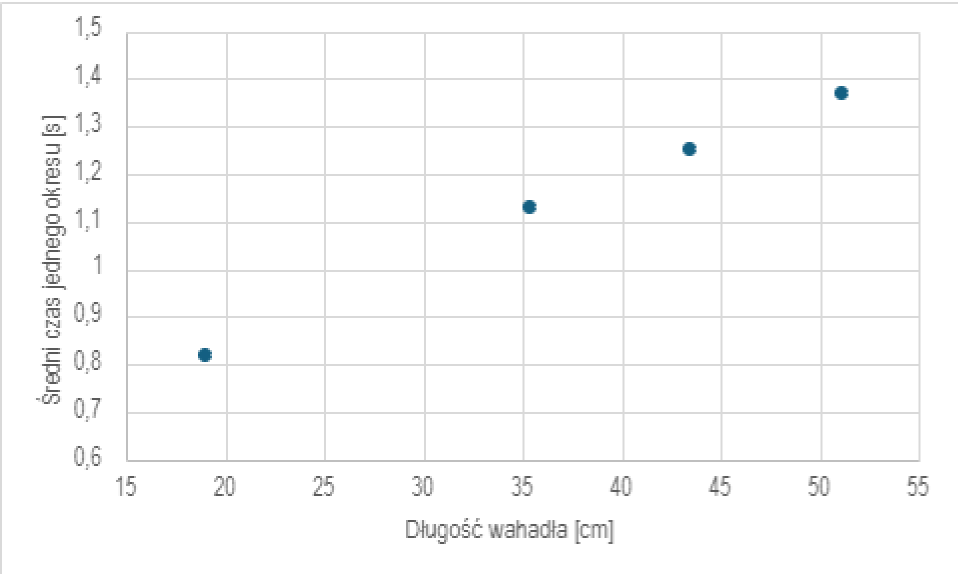
$$U(g) = k\cdot u(g) = 0{,}603\frac{m}{s^2}. \tag{14}$$

5.2 Sposób drugi

5.2.1 Błędy Grube

W wynikach pomiaru okresu nie odnotowano żadnych błędów grubych, różnice między największymi i najmniejszymi wartościami T_i w uzyskanym zestawie danych wyniosły kolejno $\Delta T_1 = 0{,}014s$, $\Delta T_2 = 0{,}017s$, $\Delta T_3 = 0{,}014s$.

5.2.2 Wykres zależności okresu od długości wahadła T(l)

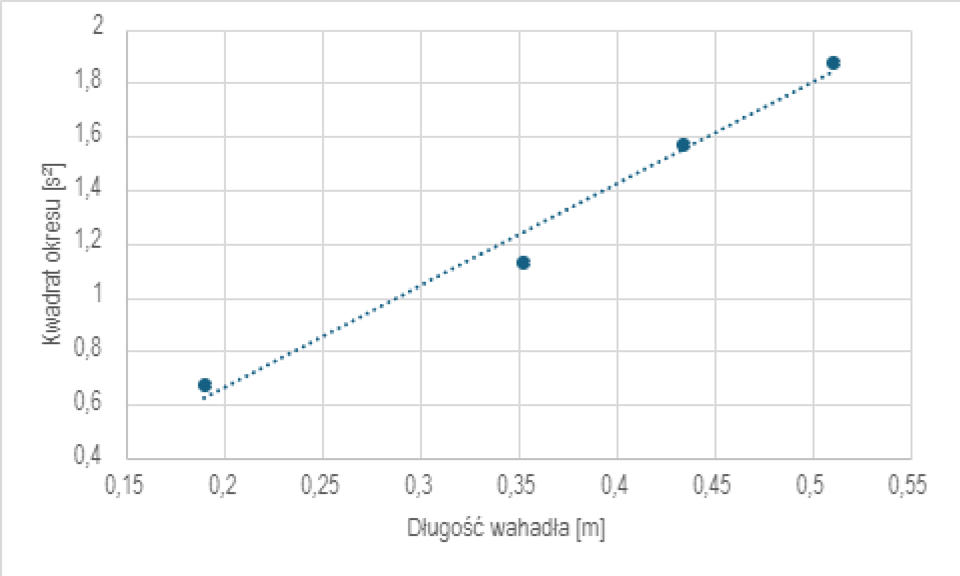


Rysunek 2. Wykres zależności okresu od długości wahadła $T(l)$.

5.2.3 Wykres zlinearyzowany T^2 w funkcji l.

Do utworzenia wykresu posługujemy się wzorem (3), z którego wyznaczymy równanie prostej regresji $y = Ax$, gdzie $y = T^2$, $A = \frac{4\pi^2}{g}$, $x = l$. Za pomocą funkcji REGLINP w programie Microsoft Excel oraz danych z Tabeli 2 wyliczamy A oraz jego niepewność $u(A)$.

$$A = 3{,}783\frac{s^2}{m},\ u(A) = 0{,}387\frac{s^2}{m}.$$



Rysunek 3. Wykres T^2 w zależności od l.

5.2.4 Wartość przyspieszenia ziemskiego

Ponieważ $A = \frac{4\pi^2}{g}$, liczymy przyspieszenie ziemskie:

$$g = \frac{4\pi^2}{A} = 10{,}436\frac{m}{s^2}. \tag{15}$$

5.2.5 Niepewność przyspieszenia ziemskiego

Z prawa przenoszenia niepewności liczymy niepewność pomiarową

$$u(g) = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{-A^2}\right)^2 \left(u(A)\right)^2} = \frac{4\pi^2 u(A)}{A^2} \approx 1{,}068\frac{m}{s^2}. \tag{16}$$

5.2.6 Niepewność rozszerzona

Przyjmując współczynnik rozszerzenia $k = 3$, niepewność rozszerzona wynosi

$$U(g) = 3{,}204\frac{m}{s^2} \tag{17}$$

6 Wnioski

Wynikami eksperymentu są kolejno: dla sposobu pierwszego przyspieszenie grawitacyjne wynosi $g = 11{,}161\,\frac{m}{s^2}$, przy niepewności rozszerzonej $U(g) = 0{,}603\,\frac{m}{s^2}$, natomiast dla sposobu drugiego przyspieszenie grawitacyjne wynosi $g = 10{,}436\,\frac{m}{s^2}$ przy niepewności $U(g) = 3{,}204\,\frac{m}{s^2}$. Wartość uzyskana z pierwszego sposobu nie jest zgodna z tabelaryczną wartością przyspieszenia ziemskiego $g = 9{,}811\,\frac{m}{s^2}$. Wartość przyspieszenia z drugiego pomiaru jest bliższa tabelarycznej, jednak uzyskana niepewność pomiarowa jest proporcjonalnie zbyt duża co do przyspieszenia. Powyższe błędy wynikają prawdopodobnie ze złego zmierzenia długości wahadła[1] (nie stwierdziliśmy dokładnie w którym miejscu sznurek jest przymocowany do lampy) oraz pośpiechu podczas przeprowadzania doświadczenia.

[1] W pierwszym sposobie dla długości wahadła o ok. 2 cm mniejszej, wyniki są zgodne z przewidywanymi.