Лекция 5. Пример: газовый сепаратор

5.1. Гравитационный сепаратор газа

На вход гравитационного сепаратора поступает газожидкостная смесь с давлением P_1 и массовым расходом M_1 для газовой фазы. На входе имеется клапан, который всегда открыт, т.е. его степень открытости $\gamma_1 = 1$. Внутри сепаратора смесь разделяется на газ, который поднимается кверху, и жидкость, которая под действием силы тяжести стекает вниз. Постоянный уровень жидкости поддерживается с помощью нижнего клапана. Соответственно, объем газовой фазы V тоже постоянен.

На выходе – чистый газ с давлением P_2 и массовым расходом M_2. Давлением внутри сепаратора P можно управлять с помощью верхнего клапана, его степень открытости γ_2 может изменяться от 0 (клапан закрыт) до 1 (клапан открыт). Цель управления – поддерживать постоянное давление, обеспечивающее наилучшие условия сепарации, $P = P^*$.

Таким образом, P – это регулируемая величина, P^* – уставка, γ_2 – управляющее воздействие, P_1 и P_2 – возмущения.

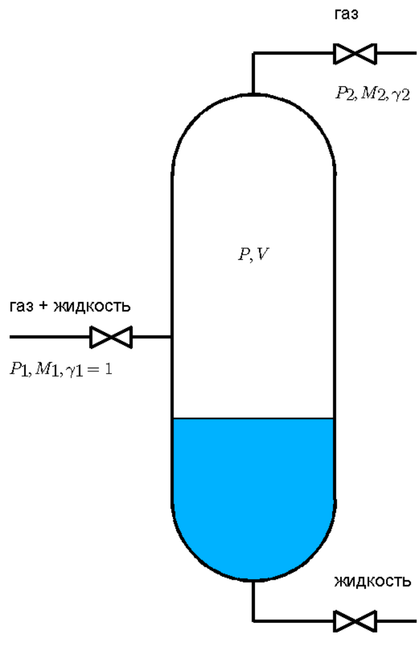

Рис. 5.1. Гравитационный сепаратор

5.2. Математическая модель сепаратора

Чтобы настроить регулятор, нужно либо иметь в своем распоряжении реальный сепаратор, либо его математическую модель. Поскольку первый способ для нас недоступен, воспользуемся вторым.

Давление в сепараторе приближенно описывается дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= \frac{1}{\tau}\left(M(\gamma_1, S_1, \xi_1, P_1, P(t)) - M(\gamma_2, S_2, \xi_2, P(t), P_2)\right), \\ P(0) &= P_0, \end{aligned} \tag{5.1}$$

где массовый расход газа на клапане вычисляется по формуле Вейсбаха,

$$M(\gamma, S, \xi, P_{in}, P_{out}) = \gamma\, S \sqrt{\frac{2}{\xi}\,\rho(P_{out})\,(P_{in} - P_{out})}.$$

В этой формуле γ – степень открытости клапана, S – площадь сечения трубы на выходе клапана, м^2, ξ – коэффициент местного гидравлического сопротивления, P_{in} – давление на входе в клапан, Па, P_{out} – давление на выходе из клапана, Па.

Плотность газа $\rho(P)$ определяется из уравнения состояния реального газа,

$$\rho(P) = \frac{P}{z\,R\,T},$$

где z – коэффициент сжимаемости газа, R – газовая постоянная, T – температура газа, К.

Коэффициент τ рассчитывается по формуле $\tau = \dfrac{V}{z\,R\,T}$.

Это уравнение не имеет аналитического решения, но его можно приблизить экспоненциальной формулой,

$$P(t) \approx (P_0 - P_s)e^{-a\,t} + P_s. \tag{5.2}$$

P_s – это стационарное значение давления в сепараторе, которое находится из уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= 0, \\ M(\gamma_1, S_1, \xi_1, P_1, P_s) &= M(\gamma_2, S_2, \xi_2, P_s, P_2). \end{aligned}$$

Если клапаны одинаковы, то это уравнение упрощается,

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 \rho(P_s)\,(P_1 - P_s) &= \gamma_2^2 \rho(P_2)\,(P_s - P_2)\,, \\ P_s \cdot (P_1 - P_s) &= \gamma_2^2\,P_2 \cdot (P_s - P_2)\,. \end{aligned} \tag{5.3}$$

В последнем равенстве мы учли, что $\gamma_1 = 1$.

Параметр a находится подстановкой формулы (5.2) в уравнение (5.1) при $t = 0$,

$$\begin{aligned} \left.\frac{dP(t)}{dt}\right|_{t=0} &= -a\,(P_0 - P_s) = \frac{M(\gamma_1, S_1, \xi_1, P_1, P_0) - M(\gamma_2, S_2, \xi_2, P_0, P_2)}{\tau}, \\ a &= \frac{M(\gamma_1, S_1, \xi_1, P_1, P_0) - M(\gamma_2, S_2, \xi_2, P_0, P_2)}{\tau\,(P_s - P_0)}. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Приведенные ниже графики показывают, что приближенное решение достаточно близко к численному решению дифференциального уравнения, следовательно, им можно пользоваться для моделирования сепаратора.

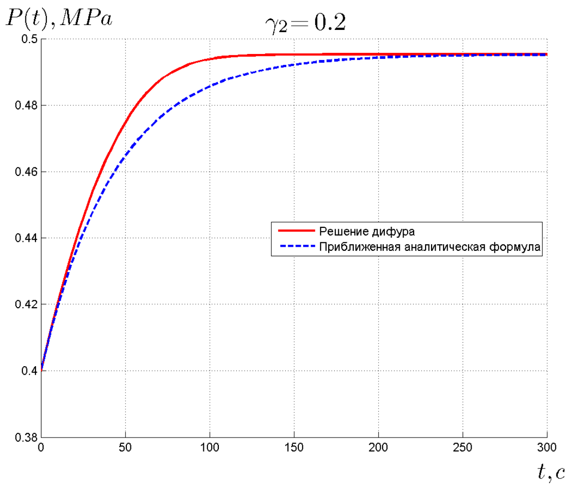

Рис. 5.2. Сравнение решения дифференциального уравнения и приближенной аналитической формулы

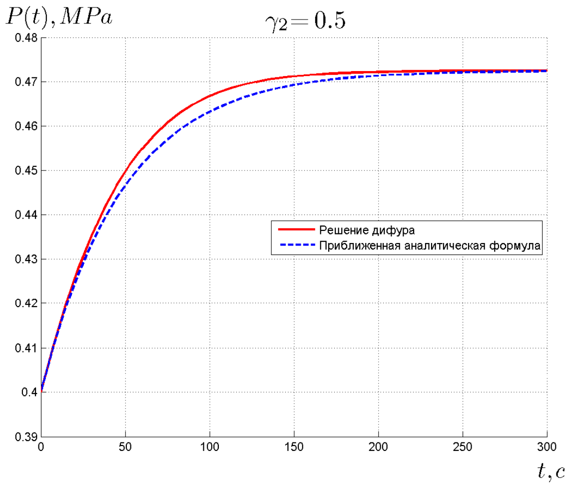

Рис. 5.3. Сравнение решения дифференциального уравнения и приближенной аналитической формулы

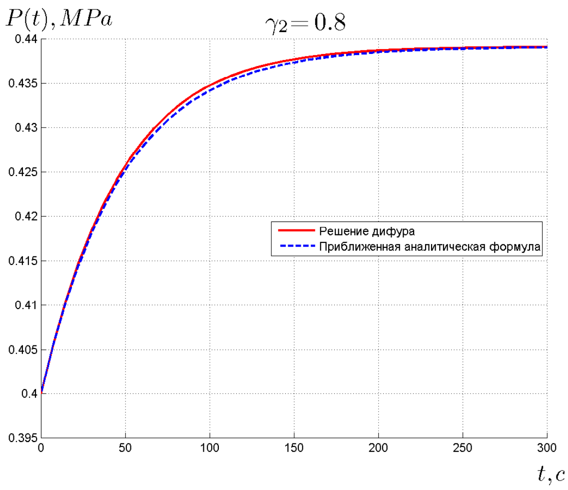

Рис. 5.4. Сравнение решения дифференциального уравнения и приближенной аналитической формулы

Покажем, как можно воспользоваться этими формулами для моделирования работы сепаратора и регулятора давления. Зададим некоторую модель возмущений (см. след. раздел) и интервал регулирования Δt.

Пусть к моменту $t = 0$ верхний клапан открыт, допустим, наполовину, $\gamma_2 = 0.5$, причем достаточно давно. Тогда давление в сепараторе $P(0) = P_0$ можно считать стационарным и найти его из уравнения 5.3. Скорее всего это давление не совпадает с уставкой, $P(0) \neq P^*$, поэтому клапан следует немного открыть (если $P(0) > P^*$) или закрыть (если $P(0) < P^*$), т.е. изменить значение γ_2. Вычислим параметр a по формуле (5.4) и новое стационарное давление P_s из уравнения 5.3 с учетом известных возмущений $P_1(0)$ и $P_2(0)$. Тогда на интервале времени $[0, \Delta t]$ давление в сепараторе описывается формулой (5.2), в частности, при $t = \Delta t$ имеем $P(\Delta t) = (P(0) - P_s)e^{-a\,\Delta t} + P_s$. Это число будет начальным давлением для следующего интервала регулирования, т.к. в момент $t = \Delta t$ мы вновь изменим степень открытости клапана γ_2 и должны будем повторить процедуру расчетов параметров a и P_s с учетом изменившихся возмущений $P_1(t)$ и $P_2(t)$. Таким образом, для произвольного момента регулирования t давление в сепараторе будет равно

$$P(t) = (P(t - \Delta t) - P_s(t))\, e^{-a(t)\,\Delta t} + P_s(t).$$

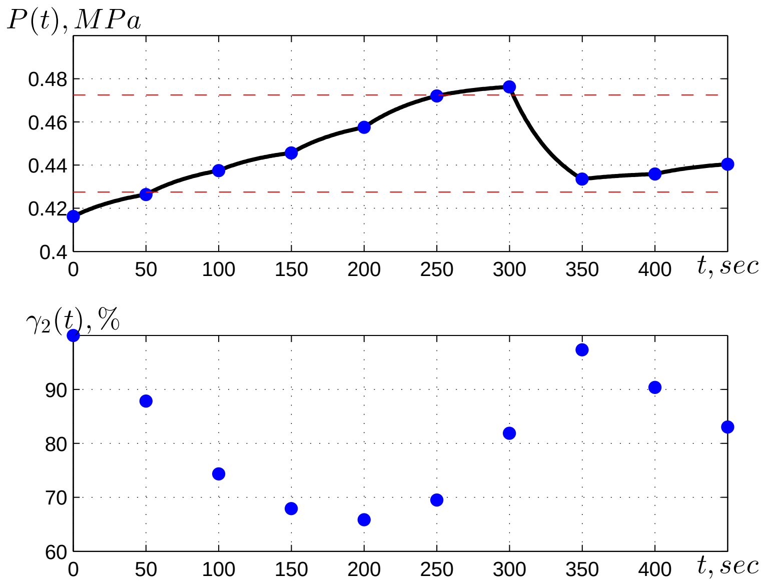

Рис. 5.5. Изменение давления в сепараторе при регулировании

5.3. Моделирование возмущений

Колебания возмущений P_1 и P_2 можно моделировать, как и в примере со смесителем, с помощью периодических законов. Однако статистический анализ показывает, что реальные колебания давлений имеют случайную природу. В частности, в некоторых случаях эти колебания хорошо описываются авторегрессионными моделями.

Пусть измерения давления P производятся через равные промежутки времени Δt. Тогда авторегрессионная модель p-го порядка задается формулой

$$P(t) \quad = \quad a_0 + a_1\, P(t-\Delta t) + a_2\, P(t-2\Delta t) + \cdots + a_p\, P(t-p\Delta t) + \varepsilon(t),$$

где a_i – коэффициенты, $\varepsilon(t)$ – так называемый "белый шум", т.е. независимые нормально распределенные случайные величины с нулевым средним значением (математическое ожидание $\mathbf{M}\varepsilon(t) = 0$) и постоянным средним разбросом (дисперсия $\mathbf{D}\varepsilon(t) = \sigma^2 = \mathrm{const}$).

Более подробно авторегрессионные модели случайных процессов исследуются в курсах *Теория прогнозирования* и *Эконометрика*.

5.4. Нечеткий регулятор давления

Мы можем построить регуляторы двух типов: по возмущению и по отклонению. В первом случае необходимо выразить управляющий параметр γ_2 через возмущения P_1 и P_2. Даже для приближенной формулы это будет непростой задачей. Кроме того, в реальности можно поставить манометр на выходе сепаратора и измерить давление P_2, а давление газовой фазы в газожидкостной смеси P_1 практически невозможно измерить, хотя и существуют манометры для двухфазных потоков.

Поэтому более удачным вариантом будет управление по отклонению. Тогда на входе регулятора будет сигнал рассогласования $\varepsilon = P - P^*$ или лучше нормированный сигнал рассогласования

$$E = \frac{P - P^*}{P^*}.$$

Но лингвистическая переменная должна отвечать интуитивным представлениям специалиста-практика, поэтому оставим название переменной “давление” с термами “высокое”, “оптимальное” и “низкое”, а не “нормированный сигнал рассогласования”.

Также нужно учесть ограниченный диапазон изменения управляющего параметра – γ_2 не должна стать меньше 0 и больше 1. Эту логику лучше учесть нечетким образом внутри регулятора, а не корректировать эти значения отдельно. Поэтому введем еще одну входную переменную – “клапан” с термами “открыт”, “в-рабочем-положении” и “закрыт”.

На выходе регулятора будет изменение степени открытости клапана $\Delta\gamma_2$. Ему соответствует лингвистическая переменная “клапан” с термами “открыть”, “не-трогать” и “закрыть”.

При необходимости можно ввести дополнительные термы, соответствующими промежуточным значениям переменной.