Лекция 1. Введение

1.1. Что такое нечеткая логика?

Нечеткая логика – раздел современной математики, позволяющий формализовать и перевести на компьютерный язык интуитивные знания и умения специалистов-практиков. Эти знания и умения они приобрели в результате долгого опыта работы, об этом не написано в книгах, нет теории, объясняющей, почему если "давление высокое" и "температура низкая", а также "оборудование старое", то нужно "немного убавить обороты".

Нечеткая логика позволяет формализовать, что значит для данной ситуации "высокое", "старое" и "немного". А затем эксперт-практик может на языке, близком к человеческому, задать правила, которыми он обычно руководствуется в своей деятельности.

Правила могут быть нестрогими, нечеткими, противоречащими друг другу - как в жизни. Классическая логика не позволяет этого, а нечеткая - вполне, потому что условие правила может быть не только "истинным" или "ложным", но и "истинным наполовину" или "на треть".

В результате получится система автоматизированного управления каким-либо устройством, система регулирования режима работы агрегата, система диагностики, экспертная система для поддержки принятия решений и т.д.

Понятия нечеткой логики (нечеткие множества и высказывания) появились в середине 1960-х годов в публикациях американского математика Лотфи А. Заде. К 1990-м годам нечеткая логика из математической игрушки превратилась в необычайно популярный прикладной метод. Нечеткое управление применяется в фото- и видеокамерах (Sony, Canon, Minolta), стиральных машинах (Siemens, Samsung, Candy), автомобильных навигаторах (Opel, Porsche), автоматических коробках передач в автомобилях (Porsche, Renault, Peugeot, Hyundai, Skoda), аппаратах измерения кровяного давления (Omron) и т.д.

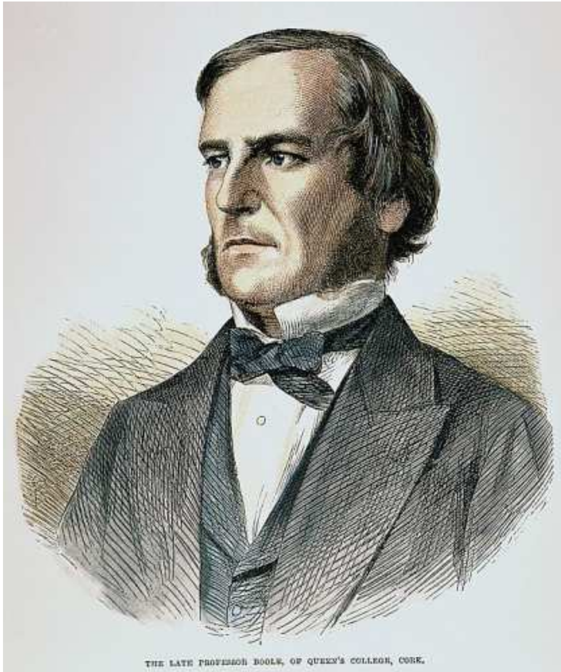
Нечеткие контроллеры и регуляторы, выпускаемые германской фирмой Schneider Modicon, японской фирмой Yamatake-Honeywell и др. используются на промышленных (в том числе и нефтяных) предприятиях – везде, где трудно описать производственные процессы для применения традиционных регуляторов.

Нечеткая логика применяется при анализе новых рынков, биржевой игре, оценке политических рейтингов, выборе оптимальной ценовой стратегии и т.п.

Российская нефтегазовая отрасль, к сожалению, отстает. Применение нечеткой логики ограничивается диссертациями и научными статьями, о массовом промышленном использовании пока речь не идет. Новое поколение инженеров-нефтяников должно исправить эту ситуацию и вывести российскую нефтегазовую промышленность на современный уровень.

В нашем курсе мы изучим основы нечеткой логики, рассмотрим несколько примеров ее применения в нефтегазовой отрасли и реализуем их на практических занятиях в пакете MATLAB с использованием Fuzzy Logic Toolbox.

1.2. Элементы математической логики



THE LATE PROFESSOR BOOLE, OF QUEEN'S COLLEGE, CORK.

Логика – это наука о правильных рассуждениях, ее создателем считается древнегреческий ученый Аристотель (384 - 322 гг. до н.э.). Со временем формальная часть этой науки выделилась в отдельную ветвь – математическую логику. Ее основной объект изучения – утверждения, которые могут быть истинными или ложными. Их принято обозначать заглавными латинскими буквами, A, B, C и т.д. Английский математик Джордж Буль (1815 - 1864 гг.) ввел логические переменные (они теперь называются булевыми), которые равны 0, если утверждение ложно, и 1, если утверждение истинно. Например,

$$
\begin{aligned}
A &= \{2.4 > 0\}; \\
x_A &= \begin{cases} 1, & A \text{ истинно} \\ 0, & A \text{ ложно} \end{cases} = 1.
\end{aligned}
$$

Чаще всего утверждения можно записать в форме принадлежности переменной некоторому множеству, например $A =$ "x – целое число"$= \{x \in \mathbb{Z}\}$ или $B =$ "Мистер X – гражданин Великобритании" $= \{X \in G\}$, где G – множество граждан Великобритании.

Для утверждений определяются логические операции (таблица 1.1).

Таблица 1.1. Логические операции математической логики

Операция (рус.)	Операция (англ.)	Матем. обозначение	Обозначение MATLAB
И	AND	$\wedge$	`&&`
ИЛИ	OR	$\vee$	`||`
НЕ	NOT	$\neg$	`~`

Логические операции с утверждениями можно свести к арифметическим операциям с соответствующими булевыми переменными,

$$
\begin{aligned}
C &= A \wedge B & \Leftrightarrow \quad & x_C = \min(x_A, x_B) = x_A x_B; \\
C &= A \vee B & \Leftrightarrow \quad & x_C = \max(x_A, x_B) = x_A + x_B - x_A x_B; \\
C &= \neg A & \Leftrightarrow \quad & x_C = 1 - x_A.
\end{aligned}
$$

Формулы с операциями min и max называются *минимаксными*, а с операциями умножения, сложения и вычитания – *алгебраическими* или *вероятностными*, поскольку именно так вычисляются вероятности пересечения и объединения событий.

Если утверждения записаны в форме принадлежности переменных каким-либо множествам, то операции с утверждениями можно преобразовать в операции с множествами (пересечение, объединение и дополнение), которые будут рассмотрены ниже.

Основное практическое применение математической логики – работа оператора `if ... then ...` (ЕСЛИ ..., ТО ...), который имеется во всех языках программирования. При этом часто (но не всегда) утверждения и соответствующие им булевы переменные отождествляются.

Работа оператора `if <условие> then <действие>` очевидна – если `<условие>` истинно (т.е. соответствующая булева переменная равна 1), то `<действие>` выполняется, а если `<условие>` ложно (т.е. соответствующая булева переменная равна 0), то – нет. Действием может быть какое-либо вычисление, изменение изображения на экране, запись на диск, управление оборудованием, подключенным к компьютеру и т.д.

Когда нужно разграничить какие-либо понятия, то определяют пороговое значение какой-либо переменной.

Пример 1.1. Магистральные газопроводы разделяются на категории в зависимости от рабочего давления:

– первая категория – от 2.5 до 10 МПа;
– вторая категория – до 2.5 МПа.

Распределительные газопроводы в зависимости от рабочего давления подразделяются на газопроводы

– низкого давления – до 0.005 МПа;
– среднего давления – от 0.005 до 0.3 МПа;
– высокого давления второй категории – от 0.3 до 0.6 МПа;
– высокого давления первой категории – от 0.6 до 1.2 МПа (для СУГ до 1.6 МПа);
– высокого давления категории 1а – свыше 1.2 МПа.

Пример 1.2. В технической документации указана относительная погрешность расходомера в зависимости от расхода газа Q,

- для малых расходов ($Q \le 1000$ м^3/ч) – 1%;
- для больших расходов ($Q > 1000$ м^3/ч) – 0.3%.

Переход от одной математической модели к другой также можно определять с помощью пороговых значений.

Пример 1.3. Коэффициент гидравлического сопротивления λ при течении жидкости или газа в трубе рассчитывается в зависимости от числа Рейнольдса Re и относительной шероховатости поверхности трубы ε следующим образом (рис. 1.1):

- при $Re \le 2300$: $\lambda = \dfrac{64}{Re}$ – формула Стокса;
- при $2300 < Re \le 10000$: $\lambda = \dfrac{64}{Re}(1-\gamma) + \dfrac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}}\gamma$, где $\gamma = 1 - e^{-0.002\,(Re-2320)}$;
- при $Re > 10000$: $\lambda = 0.11\left(\varepsilon + \dfrac{68}{Re}\right)^{0.25}$ – формула Альтшуля.

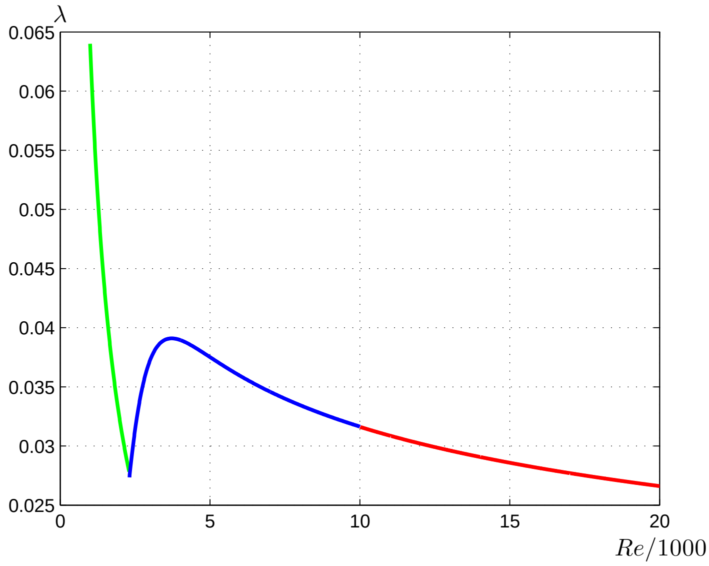


Рис. 1.1. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса

1.3. Нечеткие утверждения и нечеткие множества

Классическая математическая логика имеет ряд ограничений. Определение пороговых значений некоторого параметра для разграничения понятий или терминов приводит к неустойчивости вычислений, если этот параметр находится в окрестности порогового значения. Кроме того, пороговые значения часто не могут адекватно отразить интуитивное понимание человеком привычных ему слов. Поэтому, хотя давление 0.0049 МПа формально должно быть названо низким, на самом деле его можно было бы назвать и средним.

Выход из этой ситуации и был предложен Л. Заде. Если не ограничиваться двумя значениями истинности – 0 и 1, а задавать *степень истинности* непрерывно от 0 до 1, то давление 0.0049 МПа будет низким, со степенью истинности, скажем, 0.8, а со степенью истинности 0.2 оно будет средним. Утверждения, для которых степень истинности может быть некоторым числом от 0 до 1, называются *нечеткими* (fuzzy).

В большинстве случаев нечеткие утверждения удобнее всего задавать через *нечеткие множества*, т.е. числовые множества с нечеткими границами. Для некоторых значений можно определенно сказать, что они относятся к этому множеству – их степень принадлежности равна 1. Для других – можно определенно сказать, что они не относятся к множеству, их степень принадлежности равна 0. А также есть значения, которые принадлежат множеству частично, их степень принадлежности – некоторое число от 0 до 1.

Определение 1.1. Функция $\mu_A(x)$, которая для всех чисел определенного диапазона $x \in [a, b]$ задает степень принадлежности нечеткому множеству A, называется *функцией принадлежности* (membership function).

При программировании нечеткие множества и их функции принадлежности можно отождествить.

Таким образом, задача разграничения понятий получает более гибкое решение, чем задание пороговых значений некоторого числового параметра. Для каждого понятия определяется соответствующее ему нечеткое множество, которое в этом случае называется *термом*. Переменная, которая может быть равна одному из термов, называется *лингвистической*, поскольку ее значения не числа, а слова, точнее – нечеткие множества (термы).

Лингвистическая переменная считается полностью заданной, если для всех числовых значений диапазона сумма всех функций принадлежности близка к 1. В идеале – равна 1, но, в отличие от теории вероятностей, в нечеткой логике нет требования точного равенства.

Процесс построения термов для некоторой числовой переменной и перехода к лингвистической переменной называется *приведением к нечеткости* или *фаззификацией.*

Всякий терм – это нечеткое множество, но не всякое нечеткое множество является термом. В частности, функция принадлежности терма должна достигать значения 0 и 1, т.е. должны быть какие-то числа, полностью соответствующие данному понятию, и другие, совсем к нему не относящиеся. Произвольное нечеткое множество может иметь любую функцию принадлежности, заключенную между 0 и 1, в том числе и тождественный 0 (пустое нечеткое множество). Некоторые другие отличия мы увидим в дальнейшем.

Пример 1.4. В соответствии с возрастом взрослый человек может быть отнесен к одной из категорий: молодой, среднего возраста, пожилой, старый. Однако границы между этими категориями размыты, нечетки. Для разграничения этих категорий введем лингвистическую переменную *человек*, которая в соответствии с возрастом конкретного человека будет принимать значения "молодой", "среднего возраста", "пожилой" и "старый". Чтобы эти значения стали термами, нужно задать их функции принадлежности (рис. 1.2).

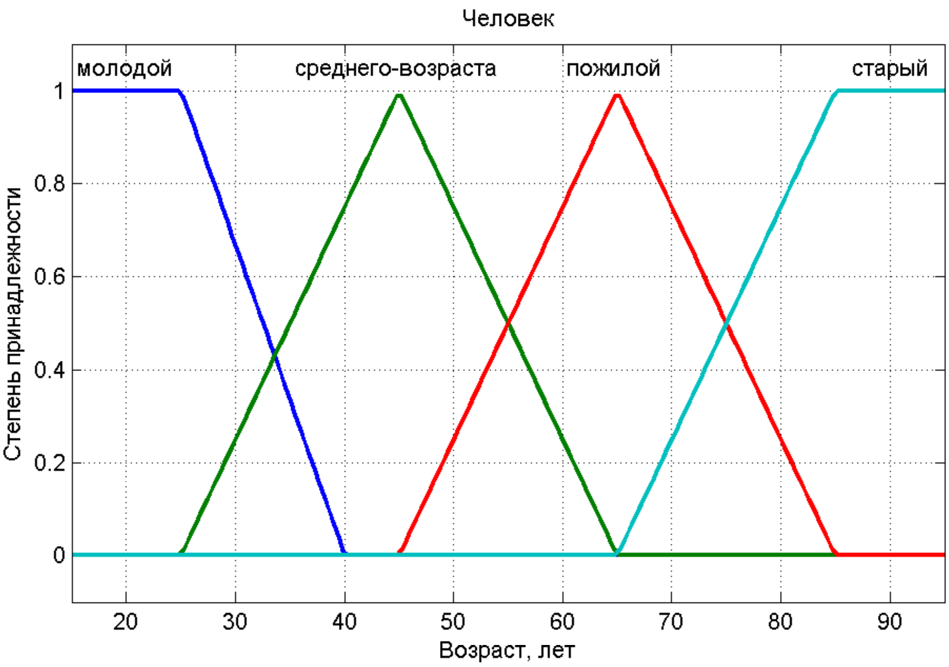


Рис. 1.2. Функции принадлежности лингвистической переменной *человек*

Нечеткие утверждения будут выглядеть как "человек – молодой" или "давление – низкое". В англоязычной литературе принята связка *is*, которую переводят как *есть* или заменяют знаком равенства, что выглядит неестественно. Мы предлагаем в качестве связки знак тире, "–".

1.4. Типы функций принадлежности

Удобнее всего пользоваться кусочно-линейными функциями принадлежности. Их задают с помощью нескольких параметров, имеющими ясный смысл – это границы между участками возрастания, убывания и постоянства. Различают 4 основных типа кусочно-линейных функций принадлежности для термов,

- z-образная,

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x \le a; \\ \dfrac{b-x}{b-a}, & a < x \le b; \\ 0, & x > b; \end{cases}$$

- s-образная,

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \le a; \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x \le b; \\ 1, & x > b; \end{cases}$$

- треугольная,

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \le a; \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x \le b; \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b < x \le c; \\ 0, & x > c; \end{cases}$$

- трапециевидная,

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \le a; \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x \le b; \\ 1, & b < x \le c; \\ \dfrac{d-x}{d-c}, & c < x \le d; \\ 0, & x > d. \end{cases}$$

Упражнение 1. Какие из этих типов изображены на рис. 1.2?

Упражнение 2. Докажите, что все кусочно-линейные функции принадлежности (ф.п.) являются частными случаями трапециевидной ф.п.

Иногда применяют также криволинейные гладкие ф.п. (рис.1.3), однако настройка их параметров не столь прозрачна, как для кусочно-линейных ф.п.

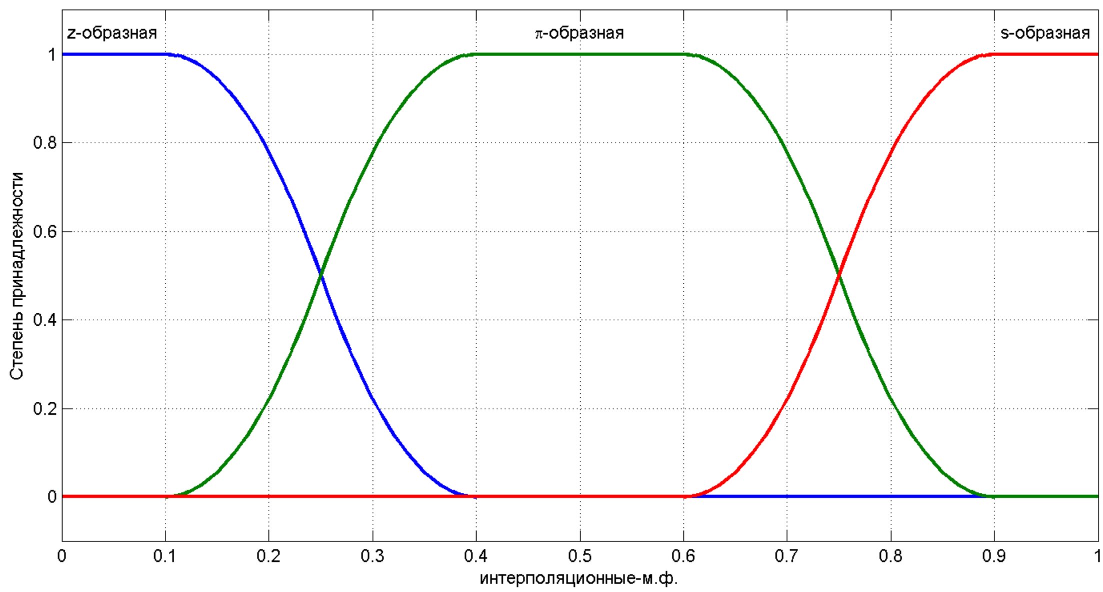


Рис. 1.3. Криволинейные s-, π- и z- образные функции принадлежности