

SOLUTION 08/12

Bài 1:

| Subtasks | % điểm | Giới hạn |
|----------|--------|---|
| 1 | 40% | $n \leq 5000$; |
| 2 | 30% | $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$; |
| 3 | 30% | $n \leq 10^5, a_i \leq 500, \forall i \in [1, n]$. |

- ✓ **Subtasks 1.** Duyệt qua mọi vị trí r từ 1 đến n , với mỗi vị trí duyệt qua các cận trái từ r về 1, cập nhật max , min tương ứng để update vào đáp án.
- ✓ **Subtasks 2.** Với mỗi cặp (l, r) , $f(l, r) = a[l] * a[r] * (r - l + 1)$
- ✓ **Subtasks 3.** $a_i \leq 500 \rightarrow$ cố định r , lưu các vị trí thay đổi min , max để update vào đáp án.

Bài 2.

| Subtasks | % điểm | Giới hạn |
|----------|--------|-----------------------------------|
| 1 | 40% | $n \leq 300$; |
| 2 | 30% | $n \leq 5\,000, m \leq 20\,000$; |
| 3 | 30% | $n, m \leq 10^5$. |

- ✓ **Subtasks 1.** Xét các cặp đỉnh (x, y) ở nửa trái. Gọi k là số đỉnh ở nửa phải kề với cả x lẫn y , khi đó ta có thêm $k(k - 1)/2$ cách chọn.
- ✓ **Subtasks 2.** Cải tiến Subtask 2 để tính nhanh k cho mọi cặp (x, y) như sau:
Xét các bộ ba (a, b, c) sao cho tồn tại cạnh từ đỉnh b ở nửa phải tới cả 2 đỉnh a và c ở nửa trái, tăng biến đếm $k[a][c]$. Để xét được hết các bộ ba, ta xét b trước rồi xét a và c chạy trong tập các đỉnh kề với b .
- ✓ **Subtasks 3.** Gọi G là tập các đỉnh ở nửa phải có bậc $\geq \sqrt{m}$, G là tập các đỉnh còn lại ở nửa phải. Khi đó số đỉnh thuộc G là không quá $2 \times \sqrt{m}$, còn các đỉnh thuộc G thì có không quá \sqrt{m} đỉnh kề. Ta sẽ đếm theo các trường hợp sau:
 - Cả hai đỉnh ở nửa phải được chọn đều thuộc G : Xóa hết các đỉnh thuộc G đi và làm như subtask 2.
 - Có ít nhất 1 đỉnh ở nửa phải được chọn thuộc G : Xét z thuộc G , xóa hết các đỉnh ở nửa trái không kề với z . Gọi $deg[t]$ là bậc của đỉnh t ở nửa phải sau thao tác trên, khi đó số cách chọn mà có cả hai đỉnh (z, t) là $deg[t] * (deg[t] - 1)$

Bài 3:

| Subtasks | % điểm | Giới hạn |
|----------|--------|--|
| 1 | 40% | $N, M \leq 10^3$; |
| 2 | 30% | $a_i, v_j \leq 100 (i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, M)$; |
| 3 | 30% | Không có thời điểm nào tồn tại hai món quà có cùng giá trị. |

Subtasks 1.

Với mỗi ngày, sắp xếp lại các món quà giảm dần theo giá trị, A sẽ lấy được các món quà ở vị trí lẻ.

Subtasks 2. Vì các phần quà đều có giá trị nhỏ, ta lưu mảng $cnt[x]$ là số lượng món quà có giá trị là x .

Với mỗi ngày, ta chỉ cần duyệt qua các giá trị của món quà từ lớn đến nhỏ. Ta cần lưu lại trước khi đến giá trị hiện tại thì đang đến lượt của Alice hay Bob, từ đó có thể tính được đáp án.

Subtasks 3. Ta có thể dùng cấu trúc segment tree để giúp tăng tốc tính toán. Một nút của segment tree ta chỉ cần lưu ba giá trị $A[x]$, $B[x]$ và $S[x]$, tương ứng là tổng giá trị A nhận được nếu chỉ xét

các giá trị được quản lý bởi nút này nếu A là người đi trước, tổng giá trị A nhận được nếu chỉ xét các giá trị được quản lý bởi nút này nếu B là người đi trước và số lượng phần quà được quản lý bởi nút này.

Khi gộp hai đoạn con trái $(2s)$ phải $(2s + 1)$ của một nút, $A[s] = A[2s + 1] + A[2s]$ (nếu $S[2s + 1]$ chẵn) hoặc $B[2s]$ (nếu $S[2s + 1]$ lẻ). Các giá trị còn lại ta có thể tính tương tự.

Vì tại mỗi thời điểm mỗi giá trị chỉ xuất hiện tối đa một lần nên khi thêm hoặc bớt một phần quà có giá trị x của nút s quản lý đi thì $A[s] = x$ và $B[s] = 0$ hoặc $A[s] = B[s] = 0$