



Báo cáo Tính toán tiến hóa

Đề tài: Tìm đường đi cho robot di động

Người hướng dẫn: ThS.

Nhóm sinh viên thực hiện:

Lê Đình Mạnh	20162644
Trần Hữu Thúy	20163983
Nguyễn Nam Thắng	2016xxxx
Hoàng Quốc Hào	2016xxxx
Lê Văn Hoàng	20161669

Nội dung

Table of Contents

Phần 1: Mở đầu	2
Phần 2: Bài toán lập lịch bao phủ cho robot	3
1. Bài toán bao phủ:	3
2. Giải quyết bài toán:	3
Phần 3: Lập lịch bao phủ cho đơn robot dưới ràng buộc về năng lượng trong môi trường offline	8
1. Giới thiệu và mô hình bài toán:	8
2. Giải thuật đề xuất và kết quả	9
2.1 Coverage Path Planning with the energy constraint.....	9
2.2 A log – approximation for coverage path planning with energy constraint.....	11
2.3 Đề xuất – Boustrophedon Algorithm	16
Phần 4: Lập lịch bao phủ cho robot từ 1 điểm bắt đầu đến một điểm kết thúc	20
A) Giới thiệu	20
B) Giải quyết bài toán	20
Phần 5: Coverage Path Planning for Multi-robot.....	21
Phần 6: Phân công công việc:.....	24
Phần 7: Tài liệu tham khảo	25

Phần I: Mở đầu

Robot là một loại máy có thể thực hiện những công việc một cách tự động bằng sự điều khiển của máy tính hoặc các vi mạch điện tử được lập trình. Robot đầu tiên được ứng dụng trong công nghiệp vào những năm 60 để thay thế con người làm các công việc nặng nhọc, nguy hiểm trong môi trường độc hại. Do nhu cầu cần sử dụng ngày càng nhiều trong các quá trình sản xuất phức tạp nên robot công nghiệp cần có những khả năng thích ứng linh hoạt và thông minh hơn. Ngày nay, ngoài ứng dụng sơ khai ban đầu của robot trong chế tạo máy thì các ứng dụng khác như trong y tế, chăm sóc sức khỏe, nông nghiệp, đóng tàu, xây dựng, an ninh quốc phòng.

Robot di động tự trị là robot được lập trình để tự động đưa ra hành vi mà không cần sự giúp đỡ nào của con người. Chúng thường sử dụng pin để duy trì năng lượng điều này dẫn đến việc sau một số hữu hạn hành động Robot cần quay trở lại trạm sạc để thay pin hoặc sạc lại năng lượng. Vấn đề chi phí được đặt ra, robot cần đưa ra chiến lược di chuyển tối ưu để tiết kiệm năng lượng, hạn chế việc trở lại trạm sạc hoặc trong những trường hợp cụ thể phải thay pin tại chỗ. Đó cũng là nội dung chính của các bài toán về tìm đường đi, bao phủ môi trường cho robot. Trong bài báo cáo này, nhóm em tập trung tìm hiểu và các bài toán liên quan đến bao phủ như sau:

- Lập lịch bao phủ cho 1 robot với ràng buộc về năng lượng trong môi trường offline
- Lập lịch bao phủ cho một robot từ 1 điểm bắt đầu đến 1 điểm kết thúc
- Lập lịch bao phủ cho nhiều robot

Để hoàn thành được bài tập lớn này, em xin được gửi lời cảm ơn chân thành đến cô Huỳnh Thị Thanh Bình - Giảng viên Viện Công nghệ Thông tin và Truyền thông trường Đại học Bách Khoa Hà Nội và chị ThS. ... đã giúp đỡ, hướng dẫn, chỉ dạy tận tình để nhóm em hoàn thành được đề tài này.

Do trình độ và thời gian còn có hạn, năng lực còn nhiều hạn chế, nên bài báo cáo của nhóm em chắc chắn còn nhiều thiếu sót. Em rất mong thầy cùng các bạn đóng góp ý kiến, để báo cáo của nhóm em được hoàn thiện hơn.

Em xin chân thành cảm ơn!

Hà Nội, ngày 30/06/2020

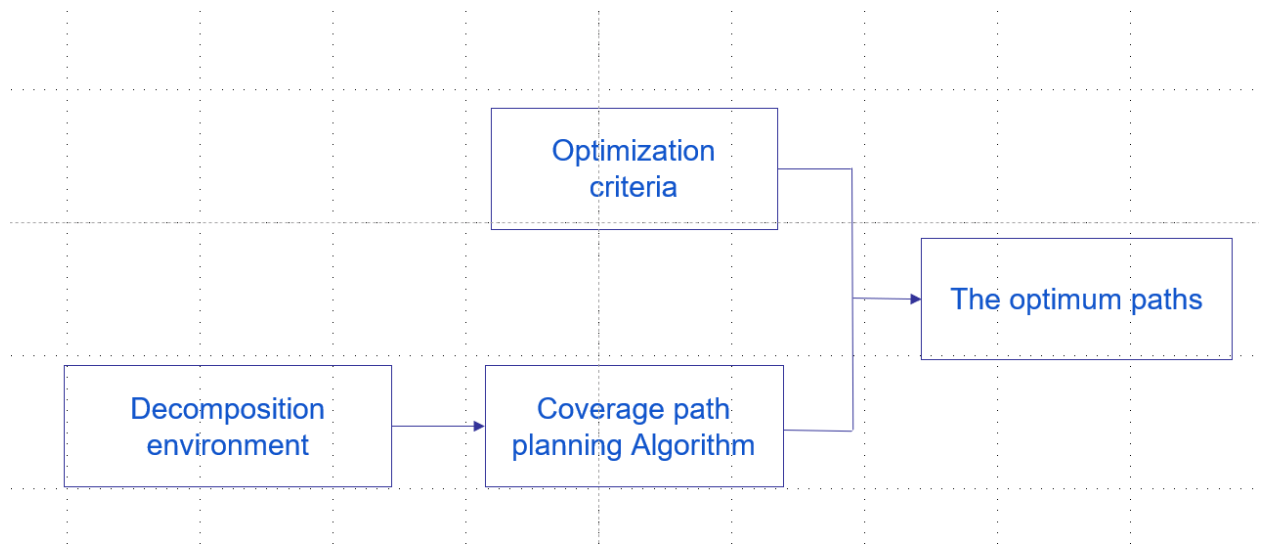
Phần 2: Bài toán lập lịch bao phủ cho robot

1. Bài toán bao phủ:

- Lập lịch bao phủ: tìm 1 hoặc nhiều đường đi cho robot sao cho robot đến thăm (bao phủ) toàn bộ các vị trí trong môi trường mà không va chạm với chướng ngại vật.
- Phân loại:
 - Theo kiến thức về môi trường:
 - Môi trường offline: Môi trường đã biết trước biên và vị trí các chướng ngại vật
 - Môi trường online: Môi trường có thể biết trước biên hoặc không, vị trí các chướng ngại vật không biết trước
 - Theo số lượng robot:
 - Đơn robot: Sử dụng một robot bao phủ môi trường, thường áp dụng cho môi trường nhỏ, là cơ sở cho bài toán đa robot.
 - Đa robot: Sử dụng một nhóm các robot để thực hiện nhiệm vụ bao phủ, áp dụng cho môi trường lớn hơn.

2. Giải quyết bài toán:

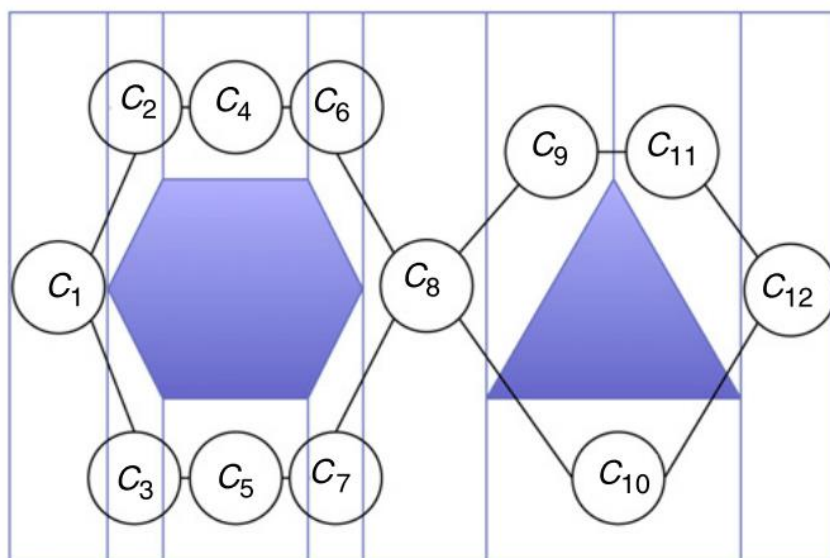
Các bài toán robot bao phủ thường trải qua các bước như sau:



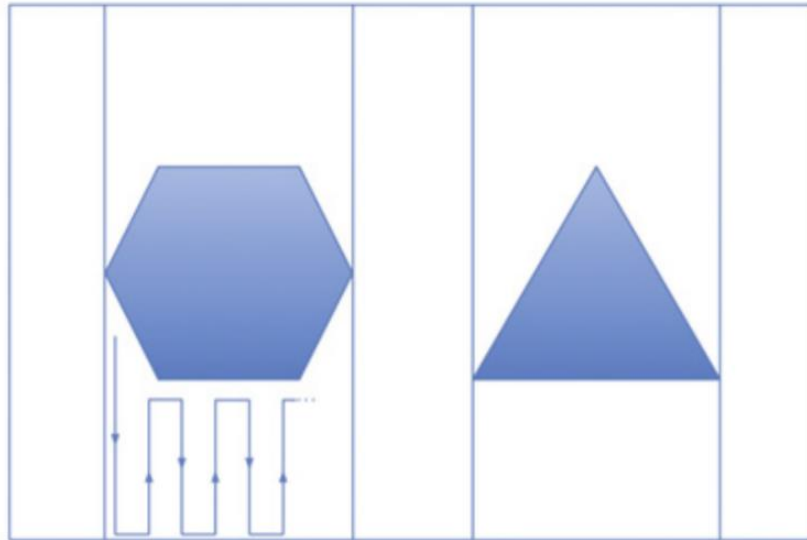
Đầu tiên, ta tiến hành phân rã môi trường thành các phần nhỏ hơn để tiện cho việc mô hình hóa và bao phủ của robot. Trên cơ sở đó đề xuất các thuật toán bao phủ phù hợp với phân rã đó sao cho tập đường đi được tạo ra thỏa mãn các tiêu chí tối ưu. Ngoài ra, khi đề xuất các thuật toán bao phủ, tác giả cũng cần đưa ra được loại chuyển động áp dụng cho robot thực hiện nhiệm vụ.

a. Phân rã môi trường:

- Trapezoidal decomposition: Tại các đỉnh của đa giác kẻ các đường thẳng song song với nhau và vuông góc với biên của môi trường. Phân rã này áp dụng cho môi trường và chướng ngại vật dạng đa giác.



- Boustrophedon decomposition: Tương tự như Trapezoidal decomposition nhưng chỉ xét các đỉnh có thể kéo dài về 2 phía mà không bị chặn bởi chướng ngại vật. Phân rã này cũng chỉ áp dụng được cho môi trường và chướng ngại vật dạng đa giác.



- Morse decomposition: Dựa trên hàm Morse quét những điểm tới hạn của chướng ngại vật, từ đó phân rã môi trường thành các Cell. Phân rã này áp dụng được cho hầu hết các môi trường trừ môi trường có biên và chướng ngại vật tuyến tính.

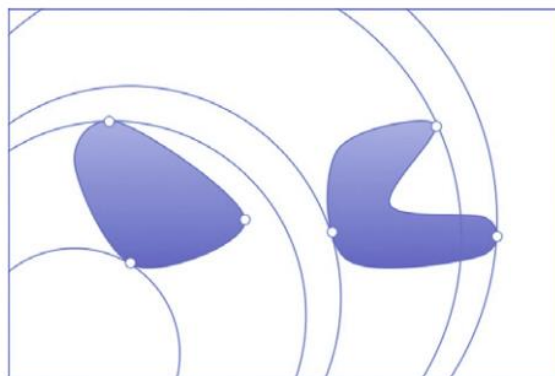
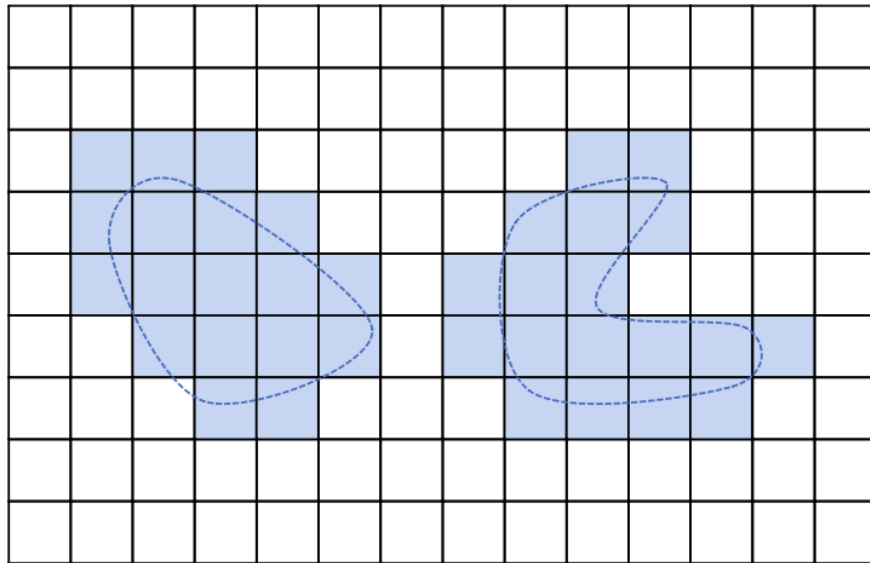


Fig. 8. Spiral Morse decomposition obtained using the Morse function $h(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- Grid Based methods: Chia môi trường và chướng ngại vật thành lưới các ô vuông nhỏ (thường có kích thước bằng kích thước robot). Phân

rẽ này áp dụng được cho tất cả các loại môi trường tuy nhiên độ chính xác phụ thuộc và kích thước ô và bộ nhớ lưu trữ lớn.



- Online CCPP Techniques
- Sampling Based Coverage
- Spanning Tree Coverage (STC)

b. Thuật toán bao phủ:

Bài toán lập đường đi bao phủ cho robot đều là các bài toán NP-hard do đó không có thuật toán trong thời gian đa thức để giải nên thường áp dụng các thuật toán heuristic, metaheuristic để giải. Phụ thuộc vào bài toán cụ thể, cách phân rã môi trường và các tiêu chuẩn tối ưu mà đưa ra thuật toán hợp lý.

c. Tiêu chuẩn tối ưu:

Tùy thuộc và bài toán cụ thể mà đưa ra các tiêu chuẩn tối ưu khác nhau, một số tiêu chuẩn tối ưu thường được sử dụng:

- Tổng độ dài đường đi (trong một số bài toán cụ thể có thể được tính bằng mức năng lượng tiêu thụ, mỗi bước di chuyển tương ứng với một mức năng lượng tiêu tốn)
- Tổng số đường đi (nếu có nhiều đường đi)
- Độ mượt đường đi

- Thời gian bao phủ
- ...

d. Ràng buộc:

Một số ràng buộc về bài toán bao phủ (các bài toán bao phủ có thể sử dụng ràng buộc này hoặc không):

- Ràng buộc về mặt năng lượng
- Ràng buộc về chuyển động của robot

Phần 3: Lập lịch bao phủ cho đơn robot dưới ràng buộc về năng lượng trong môi trường offline

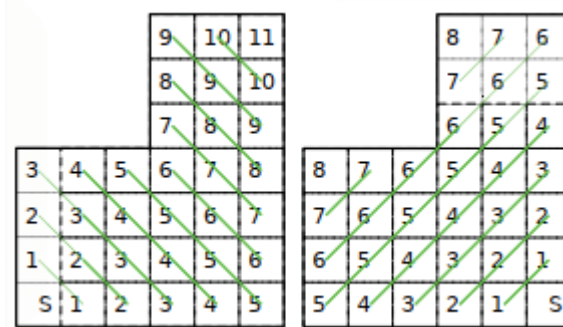
1. Giới thiệu và mô hình bài toán:

- Trong bài toán này robot bị giới hạn về mặt năng lượng do đó không thể thăm toàn bộ môi trường bằng 1 đường đi duy nhất. Robot cần thực hiện trở về sạc tại trạm sạc mỗi lần hết năng lượng, ta cần tìm tập các đường đi tối ưu bao phủ môi trường.
- Mô hình hóa bài toán:
 - Đầu vào:
 - Môi trường P (đã biết các chướng ngại vật)
 - Trạm sạc S
 - Mức năng lượng giới hạn B
 - Đầu ra:
 - Tập đường đi $\Pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$ bao phủ P
 - Ràng buộc:
 - π_i bắt đầu và kết thúc tại S
 - $|\pi_i| \leq B$
 - Mục tiêu:
 - Tối thiểu hóa n, và $\sum |\pi_i|$

2. Giải thuật đề xuất và kết quả

2.1 Coverage Path Planning with the energy constraint

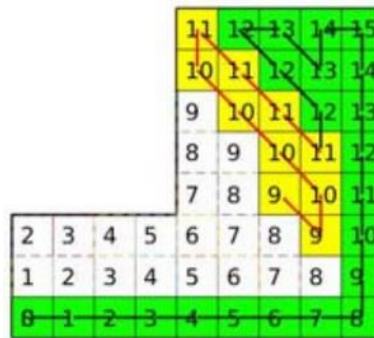
- Nhóm tác giả đề xuất thuật toán bao phủ môi trường contour connected, được định nghĩa như sau :



Hình 1. Môi trường 1 và 2

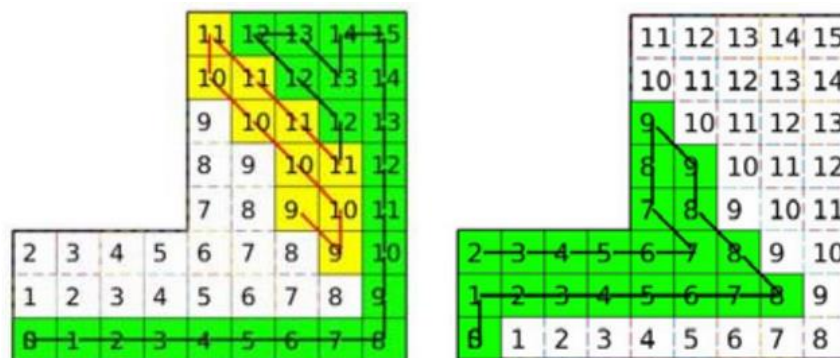
- **Cell** : ô, đơn vị biểu diễn môi trường. Giá trị của cell là khoảng cách ngắn nhất từ trạm sạc đến nó.
 - **Contour** : Đường nối các ô có cùng khoảng cách đến trạm sạc (được thể hiện bởi các đường màu xanh lá cây).
 - **Environment Contour Connected** : môi trường không có contour bị chia thành nhiều phần.
- 3 cách di chuyển của robot :
 - **Advanced** : robot di chuyển đến contour tiếp theo trong môi trường, ưu tiên di chuyển đến ô sát biên nhất hoặc sát với con đường trước đó.
 - **Follow** : robot thực hiện di chuyển đến ô tiếp theo cùng contour. Khi đó robot sẽ mất 2 đơn vị năng lượng, đồng thời do môi trường đang xét là contour connected, robot sẽ di chuyển về một phía của contour trước khi di chuyển đến contour có khoảng cách nhỏ hơn.

- Retreat : robot thực hiện quay trở về trạm sạc theo con đường ngắn nhất.



Hình 2. Các ô từ 0-15 màu xanh thể hiện bước di chuyển advanced, các ô màu vàng thể hiện bước di chuyển follow

- Thuật toán được thực hiện theo chiến lược tham lam với việc thăm những ô ở xa nhất trước khi quay trở lại trạm sạc.

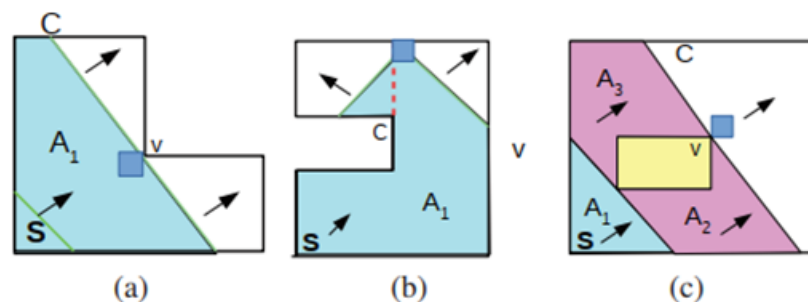


Hình 3. Tập con đường xác định bởi thuật toán

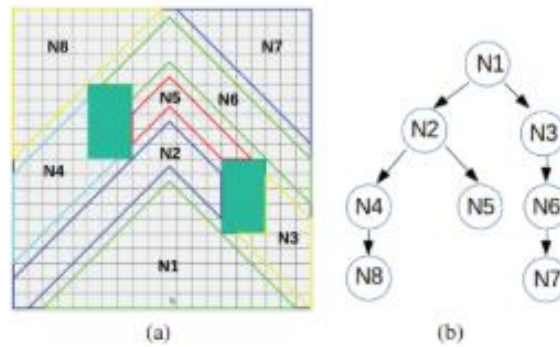
- Nhược điểm :
 - Chỉ áp dụng môi trường contour connected, không thể áp dụng cho môi trường nói chung.
 - Thăm lại nhiều ô.

2.2 A log – approximation for coverage path planning with energy constraint

- Để giải quyết bài toán cho môi trường nói chung nhóm tác giả đề xuất giải thuật gồm 3 bước :
 - Thực hiện phân chia môi trường dưới dạng cây, với mỗi node là một môi trường contour connected.
 - Thực hiện nhóm các node của cây thành tập working zone. Trong đó mỗi phần tử working zone là một hoặc một nhóm các node không thể bao phủ bằng đường đơn duy nhất.
 - Thực hiện bao phủ tập working zone bằng bước di chuyển follow trên contour.
- Để thực hiện phân chia môi trường thành cây, ta thực hiện xác định các điểm split-cell theo quá trình quét tăng dần contour.

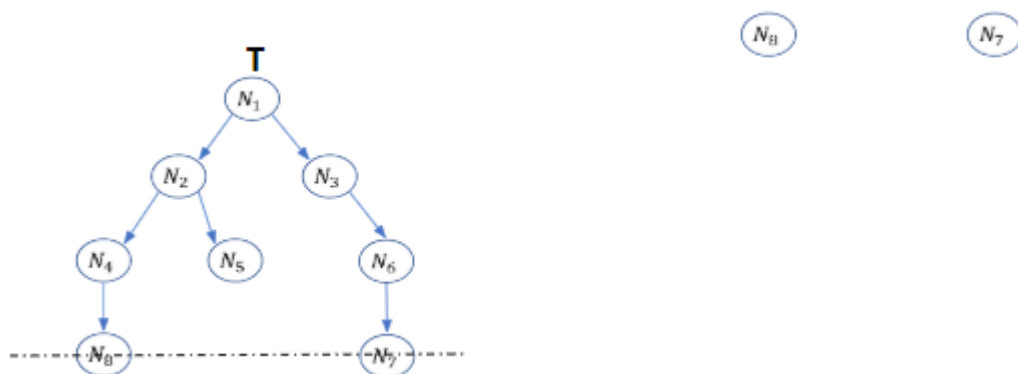


Hình 4. Split cell được xác định bằng quá trình quét. Hình a, b thể hiện split cell được xác định bởi việc quá trình quét hiện tại bị chia thành nhiều quá trình quét khác, hình c xác định split cell được xác định bởi nhiều quá trình quét khác

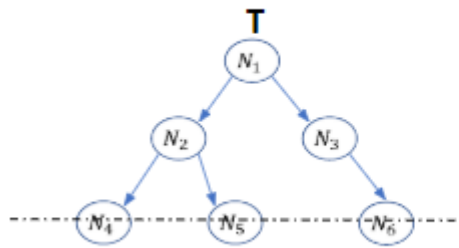


Hình 5. Xác định cây tương ứng với môi trường. Mỗi node của cây là một môi trường contour connecte

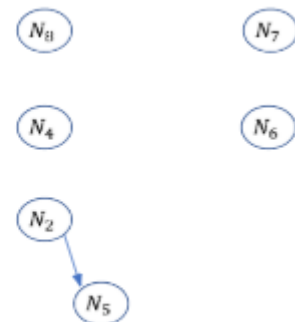
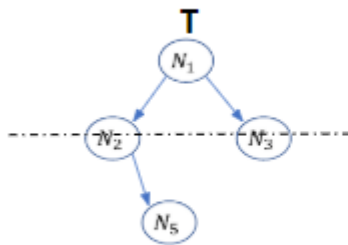
- Thuật toán xác định working zone được thực hiện bottom-up từ độ sâu sâu nhất của cây. Gọi $\{N_1, N_2, \dots, N_p\}$ là các node con của N, thực hiện 2 bước :
 - Nếu subtree(N_i) không thể bao phủ bằng đường đơn duy nhất \rightarrow thêm subtree(N_i) vào A , xóa subtree(N_i) khỏi cây.
 - Với các node cùng độ sâu còn lại, lập thành các subarea không thể bao phủ bằng đường đơn, sau đó thực hiện như bước trên.



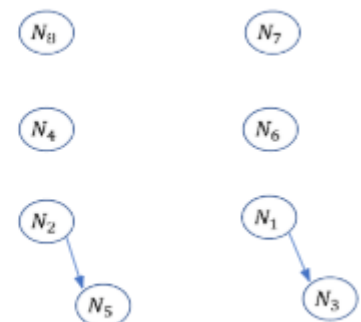
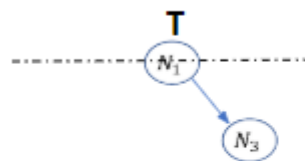
- + N7, N8 không thể bảo phủ bằng đường đơn duy nhất, do đó chúng được đưa vào tập working zone, sau đó chúng bị xóa khỏi cây T.



+ Tương tự N4, N6 cũng được đưa vào A, tuy nhiên N5 thì không



+ subtree(N2) không thể bao phủ bằng đường đơn duy nhất do đó subtree(N2) được đưa vào tập working zone A.



+ Cuối cùng cây T được đưa vào A.

- Cuối cùng thuật toán bao phủ tập working zone A được đề xuất.

Algorithm 2 Coverage Algorithm.

Input: The working zone $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$.
Output: Solution paths Π_{sol1}, Π_{sol2} .

```

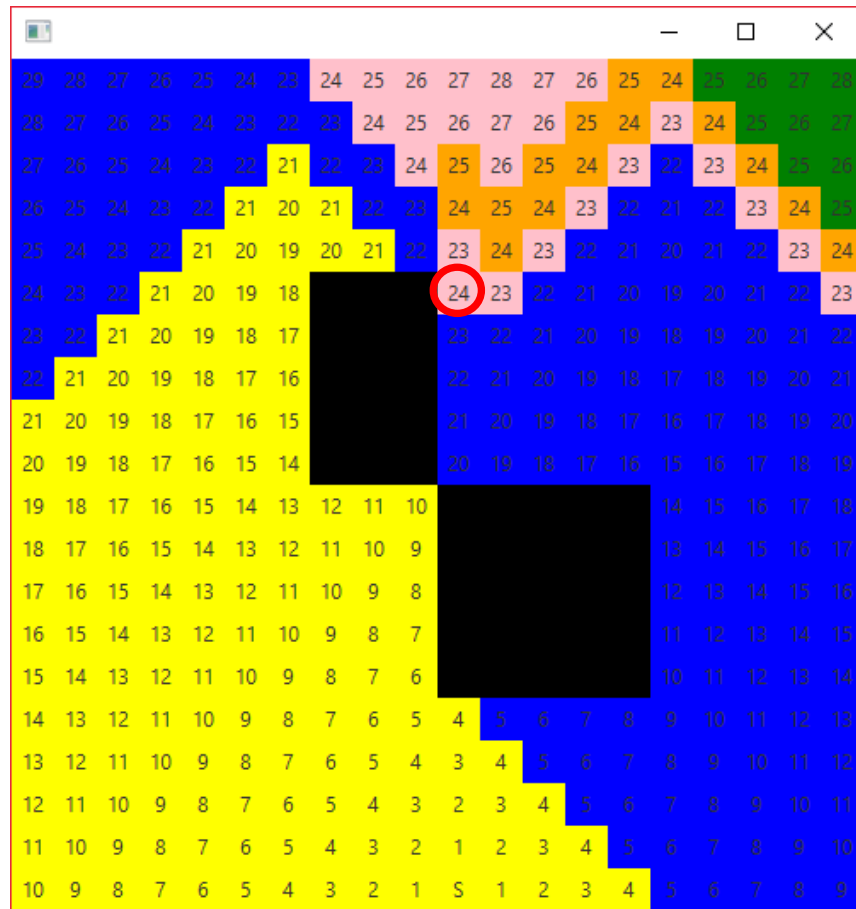
1:  $\Pi_1 = \emptyset; \Pi_2 = \emptyset; i = 1; j = 1;$ 
2: while  $P$  is not fully covered do
3:   Start recording path  $\pi_i;$ 
4:    $c_0 \in A_t \leftarrow$  closest uncovered cell in  $P$ ; Move to  $c_0$ ;
5:    $cover(A_r);$ 
6:   if  $remains(subTree(A_t))$  can be fully covered by
     one path then
7:     Add  $\pi_j$  to cover  $remains(subTree(A_t))$ ;
8:     Add  $\pi_j$  to  $\Pi_{sol2}; j = j + 1;$ 
9:   end if
10:  Add  $\pi_i$  to  $\Pi_{sol1}. j = j + 1;$ 
11: end while

```

Hình 6. Thuật toán bao phủ

- Ưu điểm :
 - + Robot hạn chế quay trở lại trạm sạc do cơ chế chia cây.
- Nhược điểm:
 - + Robot bị giới hạn về chuyển động tuyến tính.
 - + Mô hình đang giải quyết bài toán offline và không xét đến các ràng buộc khác ngoài ràng buộc năng lượng giới hạn.
 - + **Số cell bị lặp lại nhiều rất nhiều.**

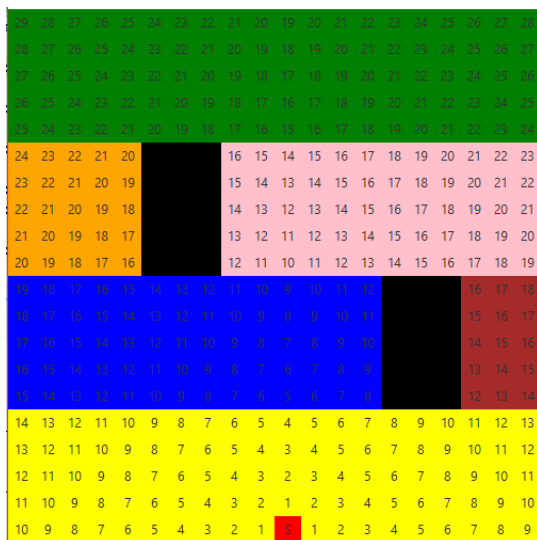
- + Việc phân chia môi trường không đúng cho một số tình huống như sau :



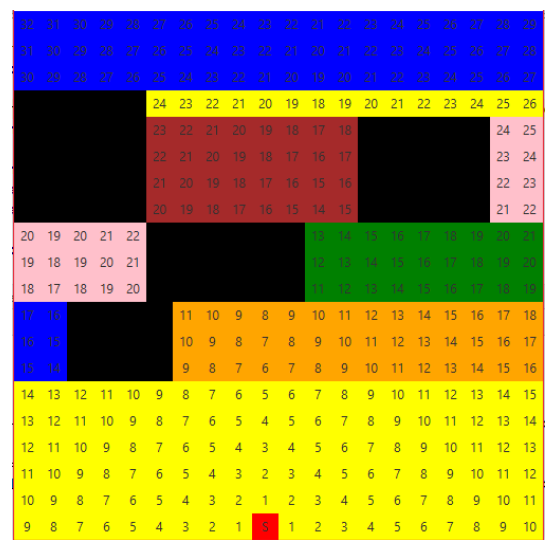
Hình 7. Vị trí ô 24 màu đỏ không được phân chia chính xác. Do khi thực hiện quá trình quét tới contour 23, 2 quá trình quét được hợp lại. Tuy nhiên chúng không thể quét ra vị trí của ô

2.3 Đề xuất – Boustrophedon Algorithm

- Thuật toán thực hiện 3 quá trình sau :
 - Áp dụng phân rã Boustrophedon để phân rã môi trường lưới ô đã cho để thu được cây.
 - Xác định tập working zone như thuật toán nêu trên.
 - Thực hiện chuyển động Boustrophedon để bao phủ working zone.
- Quá trình 1 : phân chia môi trường thành các môi trường có dạng hình chữ nhật như hình vẽ, từ đó xác định cây môi trường tương ứng.

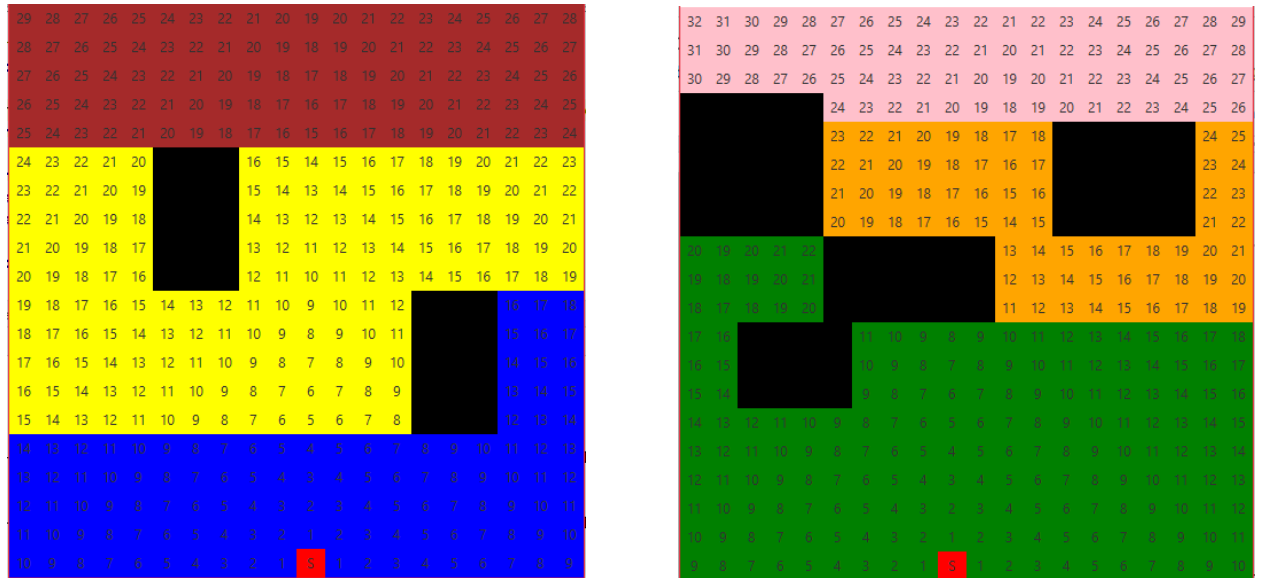


Hình 8. Môi trường 1



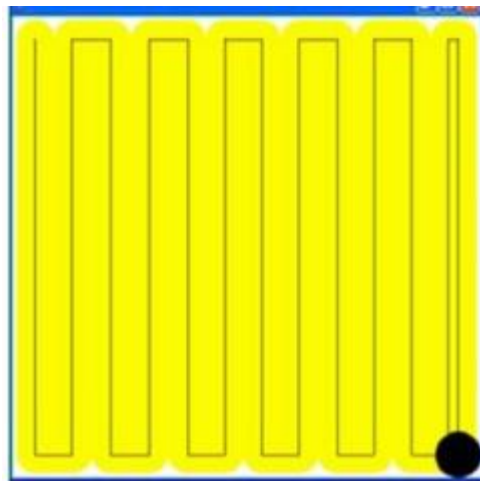
Hình 9. Môi trường 2

- Quá trình 2 : Thực hiện thuật toán xác định tập working zone.



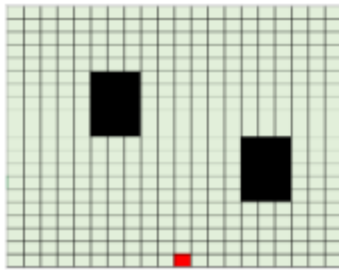
Hình 10. Xác định tập working zone. Với mỗi môi trường, mỗi phần tử của working zone được thể hiện cũng màu

- Quá trình 3 : thực hiện bao phủ working zone bằng chuyển động boustrophedon.

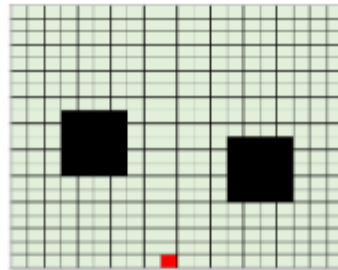


Hình 11. Chuyển động boustrophedon

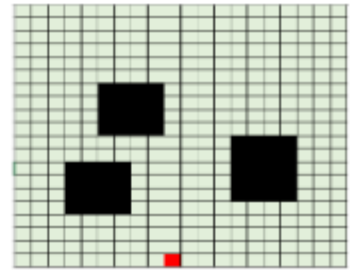
- Dữ liệu thực nghiệm : môi trường chứa chướng ngại vật hình chữ nhật.



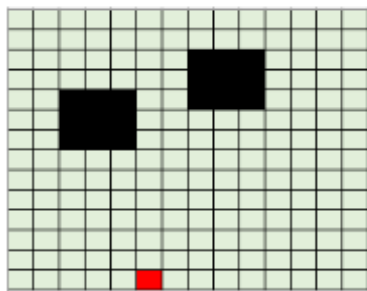
Test case 0



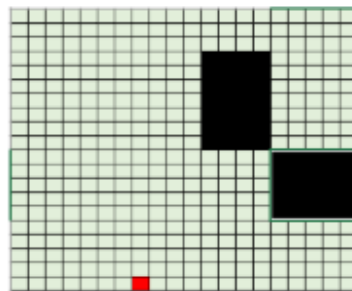
Test case 1



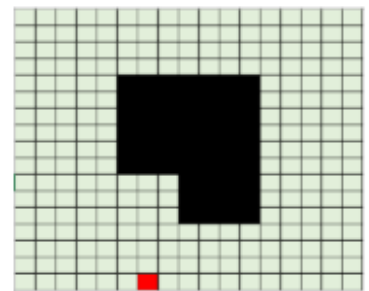
Test case 2



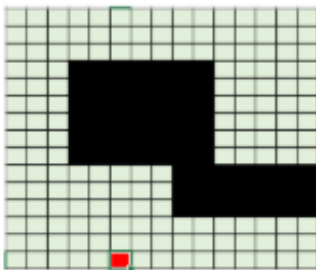
Test case 3



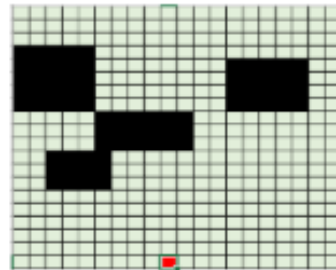
Test case 4



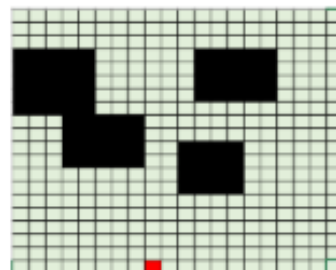
Test case 5



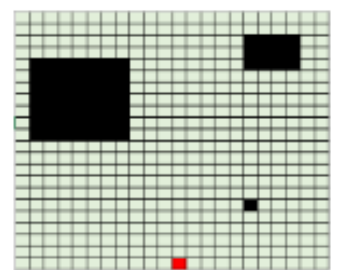
Test case 7



Test case 8

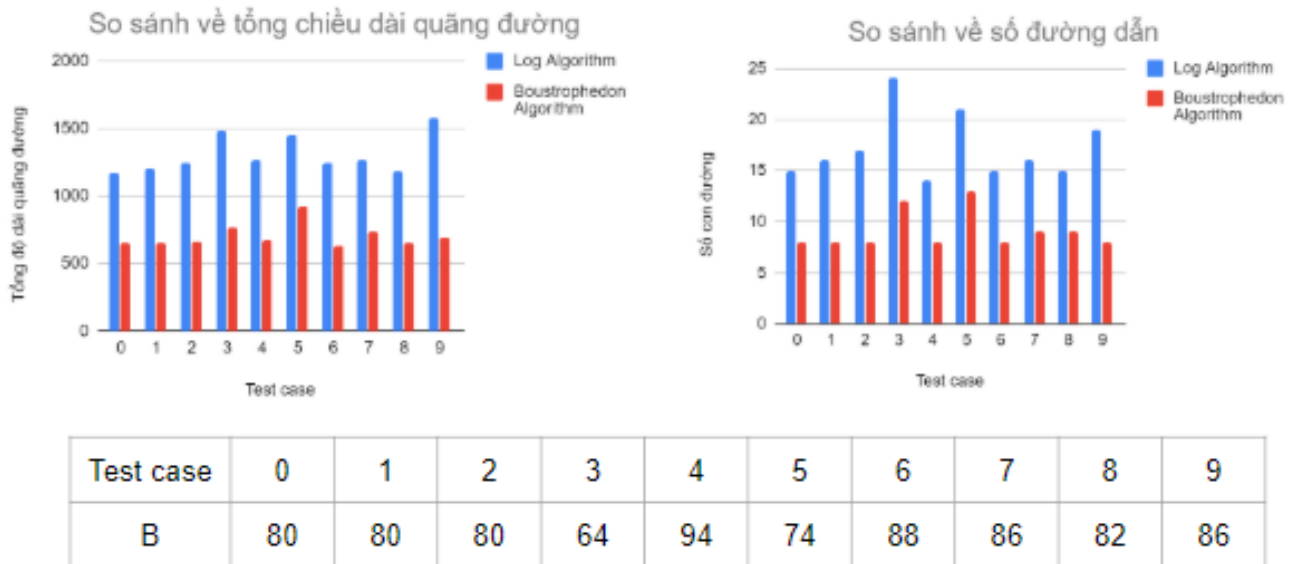


Test case 9



Test case 10

- Kết quả thực nghiệm so sánh với giải thuật trước đó, kết quả so sánh trên 2 tiêu chí :
 - + Tổng chiều dài tất cả con đường bao phủ toàn bộ môi trường.
 - + Số con đường bao phủ môi trường.



Hình 12. Biểu đồ so sánh 2 giải thuật, B được lấy trùng với tác giả

- Nhận xét :
 - + Chi phí cả về tổng chiều dài quãng đường và số con đường do thuật toán Boustrophedon là tốt hơn so với Log Algorithm.
 - + Log Algorithm chuyển động trên giữa 2 điểm trên contour mất 2 đơn vị năng lượng, trong khi Boustrophedon chuyển động giữa 2 điểm liền nhau chỉ mất một đơn vị năng lượng. Do đó thuật toán đề xuất tốt hơn khoảng gần 2 lần.

Phần 4: Lập lịch bao phủ cho robot từ 1 điểm bắt đầu đến một điểm kết thúc

A) Giới thiệu

- Bài toán này thuộc nhóm các bài toán bao phủ robot: trong đó robot cần tìm các 1 đường đi tối ưu bao phủ toàn bộ môi trường bằng đầu từ 1 điểm và kết thúc tại 1 điểm cho trước.
- Mô hình hóa bài toán:
 - o Đầu vào:
 - Môi trường P (online hoặc offline)
 - Điểm bắt đầu S và điểm kết thúc G
 - o Đầu ra:
 - Đường đi π bao phủ P
 - o Ràng buộc:
 - π bắt đầu tại S kết thúc tại G
 - o Mục tiêu:
 - Tối thiểu hóa $|\pi|$
-

B) Giải quyết bài toán

Bài toán này nhóm em chỉ tìm hiểu các vấn đề đặt ra trong khi giải quyết một bài toán chứ không đề xuất thuật toán

Về cơ bản bài toán Lập lịch bao phủ cho robot từ 1 điểm bắt đầu đến một điểm kết thúc có 3 vấn đề cần giải quyết:

- Phân rã môi trường (bài toán này cũng sử dụng các kiểu phân rã môi trường tương tự như bài toán tổng quan)
- Kỹ thuật tối ưu (thuật toán tối ưu)
- Làm mượt đường đi

a. Thuật toán tối ưu:

Hướng tiếp cận chung để giải bài toán CCPP là tương tự TSP: Sau khi phân rã môi trường, xây dựng đồ thị kề tương ứng với nó từ đó đề xuất các thuật toán tìm đường đi qua tất cả các đỉnh của đồ thị

Các thuật toán được sử dụng

- Greedy algorithms

- Depth First Search (DFS)
- Dijkstra's Algorithm
- A* Algorithm
- D* Algorithm
- Theta* Algorithm
- Dynamic Programming
- Evolutionary Algorithms
 - Genetic Algorithm
 - Ant Colony Optimization (ACO)
 - Particle Swarm Optimization (PSO)

b. Làm mượt đường đi

Đường đi mượt (smooth path) là con đường cho phép robot không cần (hạn chế) phải dừng lại, đi chậm lại, định hướng lại để xoay trong quá trình di chuyển. Một smooth path giúp quá trình bao phủ môi trường nhanh hơn.

Các kỹ thuật làm mượt chủ yếu tập trung vào việc thiết kế các chuyển động xoay của robot được mượt mà và phù hợp với phần mềm hiện nay CAD/CAM

Phần 5: Coverage Path Planning for Multi-robot

1. Single robot và Multi-robot

- Hạn chế của Single-robot:

+ Hạn chế rõ rệt về thời gian hoàn thành, chiều dài đường đi, năng lượng Robot, lượng thông tin khi làm nhiệm vụ bao phủ khu vực rộng lớn.

+ Độ mạnh mẽ trong xử lý lỗi

- Bài toán Multi-robot nhằm khắc phục những nhược điểm trên, đồng thời có các ưu điểm sau:

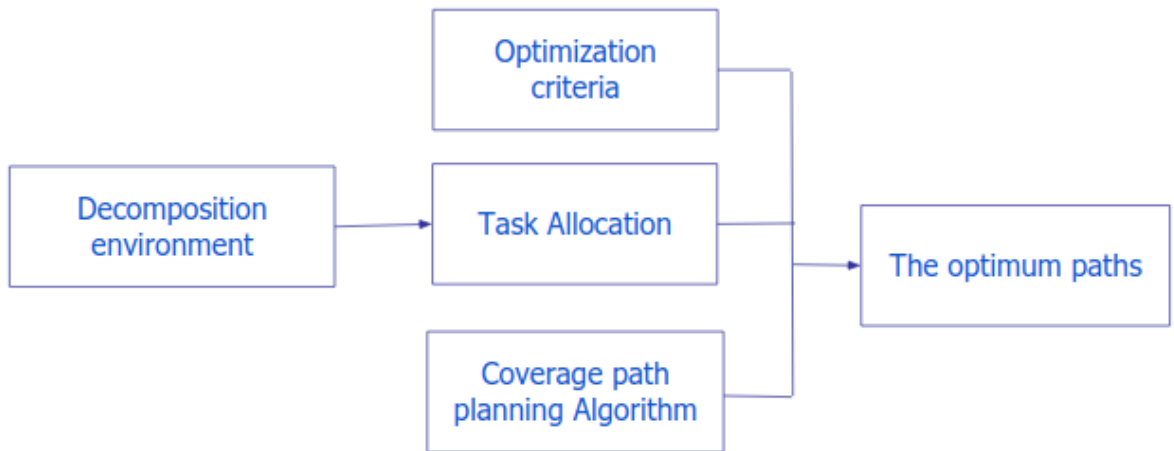
+ Thời gian hoàn thành nhiệm vụ nhanh hơn

+ Tăng độ mạnh mẽ của toàn bộ hệ thống

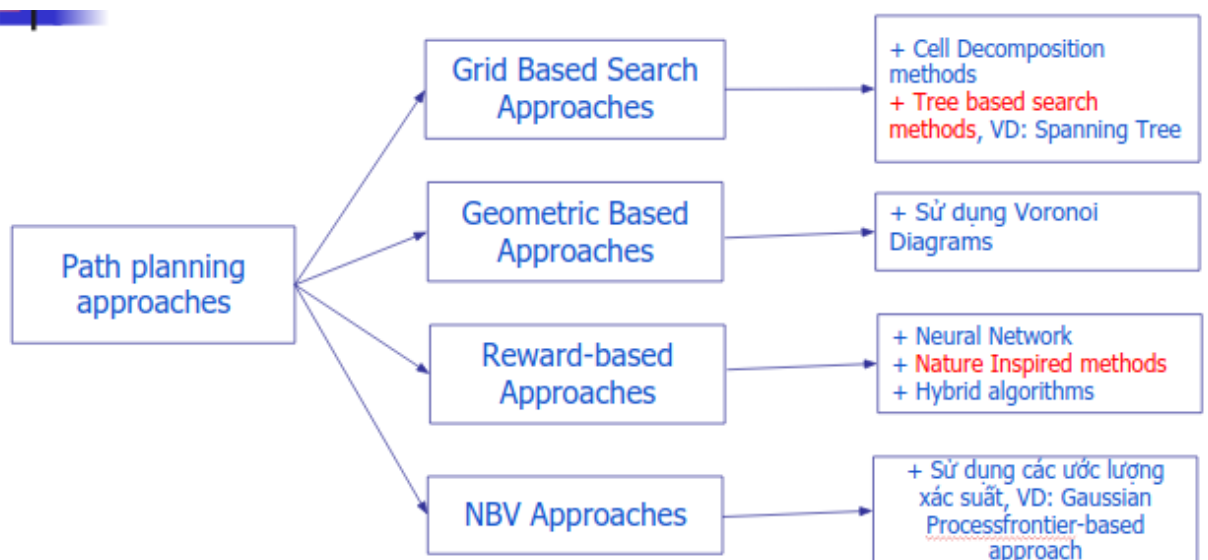
+ Có thể áp dụng cho khu vực rộng lớn hơn

2. Tổng quan phương pháp giải

Các bước giải



3. Các thuật toán bao phủ



4. Nội dung nghiên cứu

- Tổng quan thuật toán có thể mô tả như sau:

- + Môi trường được phân rã bằng các phương pháp: Phân rã Trapezoidal, phân rã Boustrophedon, phương pháp biểu đồ Voronoi
- + Phân chia khu vực khám phá thành các khu vực con : Áp dụng Kmeans , DARP , Genetic Algorithm, ...
- + Các robot thực hiện bao phủ trên các khu vực con bằng các thuật toán:
 - * DFS
 - * BFS
 - * Xây dựng Spanning Tree
 - * Genetic Algorithm
 - * Ant Colony Algorithm

5. Hướng phát triển

1. Phát triển theo thuật toán mô hình hóa môi trường:

Biến thể của lưới ô cell , spanning tree ,Visibility Graph ,Voronoi Graph ,Tangent Graph,...

Các thuật toán phân rã không gian : Exact cell decomposition, Adaptive cell decomposition, Approximate cell decomposition, The coordinate transformation method...

2. Phát triển theo thuật toán bao phủ :

Thuật toán tìm kiếm cục bộ , thuật toán tiến hóa , thuật toán tham lam , Heuristic ...

3. Phát triển dựa trên mục đích sử dụng :

Tìm kiếm máy bay (ưu tiên thời gian tìm kiếm) , cảnh báo thiên tai (ưu tiên thời gian sống robot)...

Phần 6: Phân công công việc:

Nội dung	Người thực hiện
Tìm hiểu về bài toán: Coverage Path Planning for single robot under power constraint	Lê Đình Mạnh, Trần Hữu Thúy, Nguyễn Nam Thắng
Cải tiến cho bài toán: Coverage Path Planning for single robot under power constraint	Trần Hữu Thúy, Lê Đình Mạnh
Tìm hiểu về bài toán: Complete coverage Path Planning for non-holonomic robot	Trần Hữu Thúy, Lê Đình Mạnh
Tìm hiểu về bài toán: Coverage Path Planning for Multi-robot	Hoàng Quốc Hảo, Lê Văn Hoàng

Phần 7: Tài liệu tham khảo

Karapetyan, N., Benson, K., McKinney, C., Taslakian, P., & Rekleitis, I. (2017, September). Efficient multi-robot coverage of a known environment. In *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)* (pp. 1846-1852). IEEE.

Li, B., Moridian, B., Kamal, A. *et al.* Multi-Robot Mission Planning with Static Energy Replenishment. *J Intell Robot Syst* 95, 745–759 (2019).

Gao, Chunqing & Kou, Yingxin & Li, Zhanwu & Xu, An & Li, You & Chang, Yizhe. (2018). Optimal Multirobot Coverage Path Planning: Ideal-Shaped Spanning Tree. *Mathematical Problems in Engineering*. 2018. 1-10. 10.1155/2018/3436429.

Das, Shantanu & Dereniowski, Dariusz & Karousatou, Christina. (2017), "Collaborative Exploration of Trees by Energy-Constrained Mobile Robots", *Theory of Computing Systems*. 62. 10.1007/s00224-017-9816-3.

Almadhoun, R., Taha, T., Seneviratne, L. et al. A survey on multi-robot coverage path planning for model reconstruction and mapping. *SN Appl. Sci.* 1, 847 (2019).

Brateman, Jeff, Changjiu Xian, and Yung-Hsiang Lu. "Energy-efficient scheduling for autonomous mobile robots." 2006 IFIP international conference on very large scale integration. IEEE, 2006 [1]

Xue, Yang. "Mobile robot path planning with a non-dominated sorting genetic algorithm." *Applied Sciences* 8.11 (2018)

Canny, J. The Complexity of Robot Motion Planning; The MIT Press: Cambridge, MA, USA, 1988 [2]

Mac, Thi Thoa, et al. "Heuristic approaches in robot path planning: A survey." *Robotics and Autonomous Systems* 86 (2016)

Zhang, Han-ye, Wei-ming Lin, and Ai-xia Chen. "Path Planning for the Mobile Robot: A Review." *Symmetry* 10.10 (2018)