Министерство образования Республики Беларусь Учреждение

образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Отчет по лабораторной работе

№2 по курсу:

«Модели решения задач в интеллектуальных системах»

Вариант №10

Выполнил студент группы 021702: Кавков М.А.

Проверил: Жук А.А

МИНСК 2022

1. ЦЕЛЬ

Ознакомиться, проанализировать и получить навыки реализации модели релаксационной нейронной сети для задачи распознавания образов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Реализовать модель сети Хопфилда.

3. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Данные:

train_image – картинки для обучения

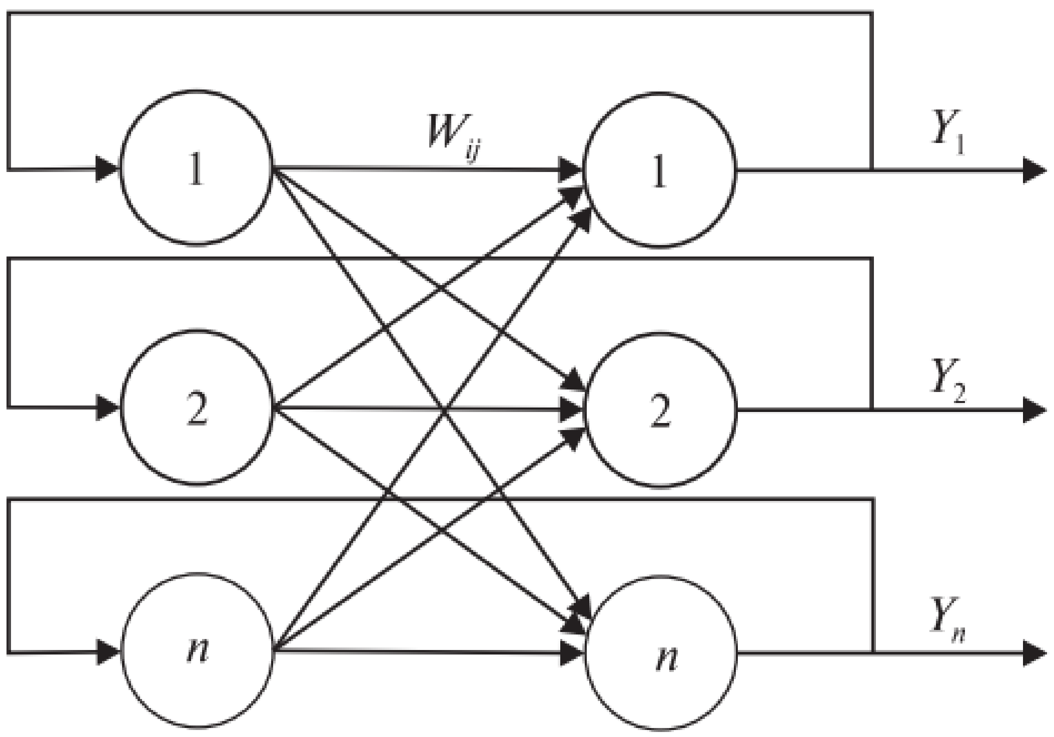
corrupted_image – картинки для распознавания

image_rows – высота картинки

image_cols – ширина картинки

error – максимальная ошибка

Нейронная сеть Хопфилда характеризуется обратными связями. В ней каждый нейрон имеет синаптические связи со всеми остальными нейронами сети.



При этом первый слой является распределительным, а второй слой нейронных элементов осуществляет нелинейное преобразование взвешенной суммы:

$$y_j(t+1) = F\left(S_j(t)\right) = F\left(\sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{n} \omega_{ij} y_i(t) - T_j\right), \tag{7.5}$$

где $y_j(t+1)$ – выходное значение j-го нейронного элемента в момент времени $t+1$; F – оператор нелинейного преобразования; T_j – пороговое значение j-го нейрона.

В матричной форме модель Хопфилда можно представить как

$$Y(t+1) = F(S(t)), \tag{7.6}$$

$$S(t) = W^T Y(t) - T.$$

При этом используемые векторы имеют следующий вид:

$$S = [S_1, S_2, \ldots, S_n]^T,$$

$$Y = [y_1, y_2, \ldots, y_n]^T,$$

$$T = [T_1, T_2, \ldots, T_n]^T,$$

$$W = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \ldots & \omega_{1n} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \ldots & \omega_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \omega_{n1} & \omega_{n2} & \ldots & \omega_{nn} \end{bmatrix}. \tag{7.7}$$

В качестве матрицы весовых коэффициентов Хопфилд применял симметрическую матрицу $(\omega_{ij} = \omega_{ji})$ с нулевой главной диагональю $(\omega_{ii} = 0)$.

Пример 7.1. Рассмотрим нейронную сеть Хопфилда с двумя нейронными элементами и пороговыми значениями, равными нулю (рис. 7.3).

В качестве функции активации нейронных элементов второго слоя используем пороговую функцию. Выходные значения сети являются биполярными, т. е. $y_i \in [1, -1]$.

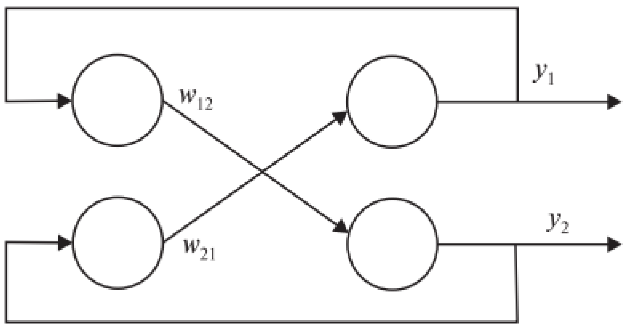


Рис. 7.3. Сеть Хопфилда с двумя нейронными элементами

Пусть $\omega_{12} = \omega_{21} = -1$. Матрица весовых коэффициентов сети имеет вид

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда вектор выходных значений определяется как

$$Y(t+1) = \operatorname{sign}\left(W^T Y(t)\right).$$

Пусть в момент времени $t = 0$ $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = -1$. Тогда $y_1(1) = 1$, $y_2(1) = -1$ и т. д. Отсюда следует, что точки 1 и -1 являются устойчивыми стационарными точками.

Предположим теперь, что $y_1(0) = 1$ и $y_2(0) = 1$. Тогда $y_1(1) = -1$, $y_2(1) = -1$; $y_1(2) = 1$, $y_2(2) = 1$ и т. д., т. е. $y_j(t+2) = y_j(t)$. Отсюда следует, что в такой сети присутствуют осцилляции в виде циклов длины два.

Аналогичная картина наблюдается для нейронных сетей с дискретным временем и непрерывным состоянием. В работе [66] доказана теорема о том, что если матрица весовых коэффициентов нейронной сети Хопфилда с синхронной динамикой положительно полуопределенная (все ее собственные значения неотрицательны), то аттракторами такой системы являются только точки покоя. Если матрица синаптических связей несимметрична, то в такой сети возможно существование циклов различной длины [66].

Рассмотрим квадратичную форму функции энергии:

$$E(t) = -\frac{1}{2} Y^T W Y = -\frac{1}{2} \sum_j \sum_i \omega_{ij} y_i(t) y_j(t). \tag{7.45}$$

При помощи ортогонального преобразования ее можно представить в канонической форме [73]:

$$E(t) = -\frac{1}{2} \sum_i \lambda_j y_j^2, \tag{7.46}$$

где λ_j, $j = \overline{1, n}$, – характеристические числа матрицы синаптических связей.

Можно показать, что если $y_j \in \{-1, 1\}$, то минимумы функции энергии (7.46) достигаются в узлах n-мерного куба (гиперкуба). Нейронная сеть с n нейронами имеет 2^n состояний. При установке сети в начальное состояние происходит релаксационный процесс достижения минимума энергии, который определяется ближайшей вершиной гиперкуба.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для тестирования системы были выбраны картинки размеров 4x5. Максимальная ошибка = 200.

Сеть обучалась на следующих картинках:

1.

```
00000
0   0
0   0
0   0
```

2.

```
00000
  0
  0
  0
```

3.

```
00000
0   0
00000
0
```

После обучения сети в файл были сохранены весы:

```
0
0.15
0.15
0.15
0.15
0.05
-0.15
-0.05
-0.15
0.05
0.05
-0.05
0.05
-0.05
0.05
0.05
-0.15
-0.05
-0.15
-0.05
0.15
0
0.15
0.15
0.15
0.05
-0.15
-0.05
-0.15
0.05
0.05
-0.05
0.05
-0.05
0.05
0.05
-0.15
-0.05
-0.15
-0.05
0.15
0.15
```

Далее были переданы следующие повреждённые изображения для распознавания их сетью:
1.
```
00000
00  0
0   0
0  00
```
2.
```
00000
 000
  00
  00
```
3.
```
00000
0 0 0
00000
0  0
```

Вывод в консоль:

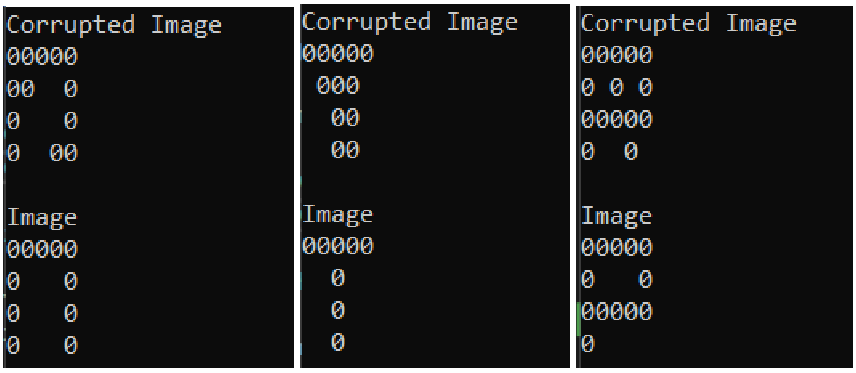

```
Corrupted Image
00000
00  0
0   0
0  00

Image
00000
0   0
0   0
0   0
```
```
Corrupted Image
00000
 000
  00
  00

Image
00000
  0
  0
  0
```
```
Corrupted Image
00000
0 0 0
00000
0  0

Image
00000
0   0
00000
0
```

Как мы видим, сеть удачно распознала образы картинок.

Вывод: В рамках данной лабораторной работы была реализована сеть Хопфилда. В качестве функции активации была использована функция знака. На практике были получены результаты распознавания образов с помощью модели сети Хопфилда.