TEORIA DOS GRAFOS
Exercícios – 22/07/2013

1) Prove que uma aresta pendente (isto é, uma aresta que liga um vértice de grau 1) em um grafo conexo G é contida em toda árvore geradora de G.

2) Prove que duas cores são suficientes para colorir os vértices de uma árvore de tal maneira que nenhum vértice seja adjacente a um vértice da mesma cor.

3) Um grafo pode ter várias árvores geradoras diferentes. Onde essa possibilidade aparece no algoritmos de Kruskal e Prim?

4) Aplique o algoritmo de Kruskal no grafo do slide 36. A árvore obtida é a mesma?

5) Indique se é Verdadeiro ou Falso:

a) Os algoritmos de Kruskal e Prim sempre retornam a mesma árvore geradora de um grafo conexo onde todas as arestas têm pesos diferentes.

b) Supondo que um grafo possui exatamente duas arestas com o mesmo peso. O algoritmo de Prim retorna a mesma árvore geradora, independentemente de qual aresta foi selecionada?

Algoritmos de Prim:

```
entrada: G = (V,E), Lista de Adjacência de G: A(v), v ∈ V, matriz de pesos
T ← ∅;
V´ ← {u};
para-todo v ∈ V – V´ faça
    L(v) ← peso ({u,v});
fim-para-todo
enquanto V´ ≠ V faça
    ache um vértice w tal que L(w) = min {L(v)| v ∈ V-V´};
    u = o vértice de V´, ligado a w, representando a aresta com o menor custo;
    e = {u,w};
    T ← T U {e};
    V´← V´ U {w};
    para-todo v ∈ V – V´ faça
        se peso({v,w}) < L(v) então
            L(v) ← p({v,w});
        fim-se
    fim-para-todo
fim-enquanto
saída: T
```

Algoritmo de Kruskal:

```
entrada: G = (V,E), Lista de Adjacência de G: A(v), v ∈ V,
         matriz de pesos
ordenar as arestas e de G pelo valor de seus pesos
T ← ∅;
para-todo i = 1, ..., |E| faça
    se T U {e} é acíclico então
        T ← T U {e};
    fim-se
fim-para-todo;
saída: T
```