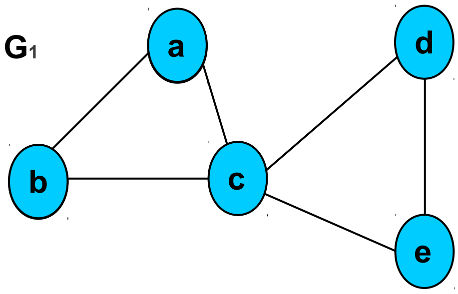
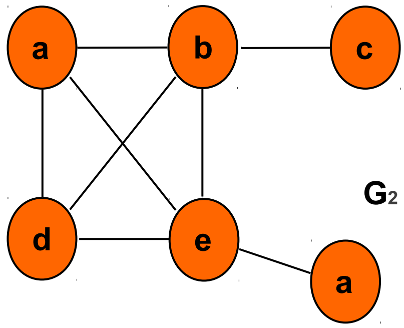
Universidade Federal do Espírito Santo
Departamento de Informática
Teoria dos Grafos – 2013/1 – Prof^{a}: Claudia Boeres
1ª Lista de Exercícios
12/06/2013 – Entrega: 20/06/2013

1. Desenhe um grafo conexo G de 10 vértices que se torna desconexo com a retirada de pelo menos uma aresta de G. Quantas arestas tem o seu grafo?

2. Considerando os grafos apresentados abaixo, faça o que se pede:

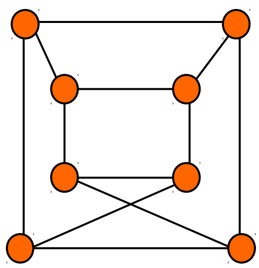




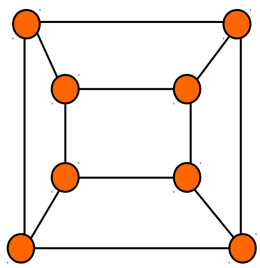
   a) construa a matriz de adjacência do grafo G_1
   b) construa a matriz de incidência do grafo G_2
   c) represente por meio de uma estrutura de dados, as vizinhanças de cada vértice do grafo G_1
   d) dê um exemplo de subgrafo em G_1
   e) dê um exemplo de um subgrafo induzido em G_2
   f) dê um exemplo de um subgrafo gerador em G_2
   g) dê um exemplo de uma clique em G_2

3. Os grafos a seguir são isomorfos? Explique a sua resposta.

G_1



G_2



4. Seja G = (V,E) um grafo com |V| = n e |E| = m. Mostre que se G é um grafo bipartido então $m \leq n^2/4$.

5. Mostre que um grafo simples com n vértices e mais que [(n-1)(n-2)]/2 arestas é conexo.

6. Mostre que um grafo simples G permanece conexo mesmo depois da remocão de uma aresta *a* de G se e somente se *a* pertence a algum ciclo de G.

7. Mostre que um grafo conexo de n vértices que se torna desconexo com a remoção de pelo menos uma aresta é um grafo simples e tem exatamente n – 1 arestas.

8. Sejam a, b e c três vértices distintos em um grafo. Existe um caminho entre a e b e também existe um caminho entre b e c. Prove que existe um caminho entre a e c.

9. Seja L(G) o grafo de linha relativo ao grafo G. Os vértices de L(G) representam as arestas de G e existe uma aresta entre dois vértices de L(G) se as respectivas arestas de G são adjacentes.

a) Represente o grafo de linha L(G) do grafo G_2 do exercício 3

b) Suponha que um grafo G tem um ciclo euleriano. Mostre que o grafo das arestas L(G) tem um ciclo hamiltoniano.

10. Considere o seguinte conjunto de 10 peças de dominó: (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (2,3); (2,4); (2,5); (3,4); (3,5); (4,5). Mostre (usando grafos) a possibilidade de arranjar as peças numa sequência de peças de maneira que um número de uma peça coincide com o número da peça vizinha.

11. Um grafo G é k-regular se todo vértice de G possui grau k.
   (a) Quais dos seguintes grafos são grafos regulares:
      i. grafos completos;
      ii. ciclos;
      iii. grafos bipartidos;
      iv. grafos bipartidos completos.
   (b) Quantas arestas possui um grafo k-regular com n vértices? Por que?

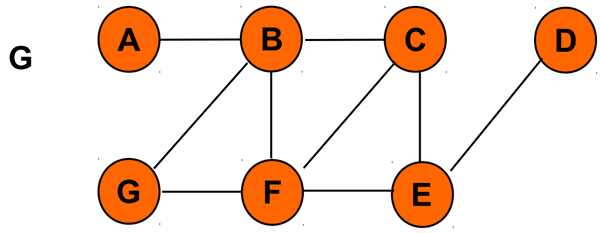
12. Prove que se dois grafos são isomorfos, então possuem o mesmo número de vértices e o mesmo número de arestas. A recíproca é verdadeira?

13. Mostre que se G e G' são isomorfos, o grau de cada vértice é preservado pelo isomorfismo.

14. Mostre que $|E(K_{p,q})| = p*q$

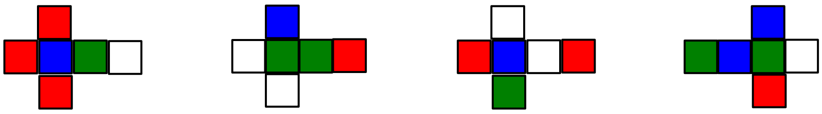
15. Mostre que, dados dois vértices *v* e *w* em um grafo, todo percurso entre eles contem um caminho entre esses dois vértices.

16. No grafo G a seguir, determine:



a) um percurso de A até E
b) um caminho de G até D
c) o menor caminho de G a D
d) um ciclo
e) um ciclo elementar
f) um percurso de A a C que passe por D

17. Considere quatro cubos com as suas seis faces pintadas com as cores azul, verde, vermelho ou branco, conforme a configuração mostrada na figura abaixo. É possível empilhar esses cubos de maneira que cada lado do paralelepípedo formado pelos 4 cubos possua exatamente 4 cores distintas? Modele e resolva esse problema usando grafos.



18. O grafo das palavras é definido assim: cada vértices é uma palavra da língua portuguesa e duas palavras são adjacentes se diferem em exatamente uma posição. Por exemplo, ***rato*** e ***ralo*** são adjacentes, enquanto ***ralo*** e ***rota*** não são. Faça uma figura da parte do grafo definida pelas palavras ***caiado cavado cavalo girafa girava ralo ramo rata rato remo reta reto rota vaiado varado virada virado virava***. Escreva as matrizes de adjacência e incidência do grafo.