

# Árvores

# ÁRVORES

---

- **Data object** muito importante
- Estrutura organizada que representa relacionamento hierárquico
- Exemplos: ascendentes e descendentes
- Relacionamento em dois ramos ou multi-ramos

# ÁRVORES

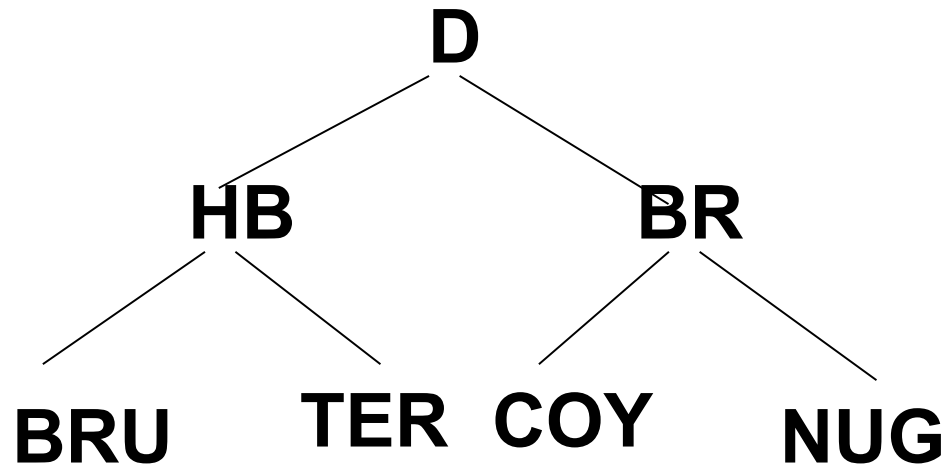
---

Definição: É um conjunto finito de um ou mais nós tal que:

- (a) existe um nó especial chamado de raiz
- (b) os nós restantes são particionados em  $n \geq 0$  conjuntos disjuntos  $T_1, \dots, T_n$  onde cada um destes conjuntos são árvores.

$T_1, \dots, T_n$  são chamados de sub-árvores

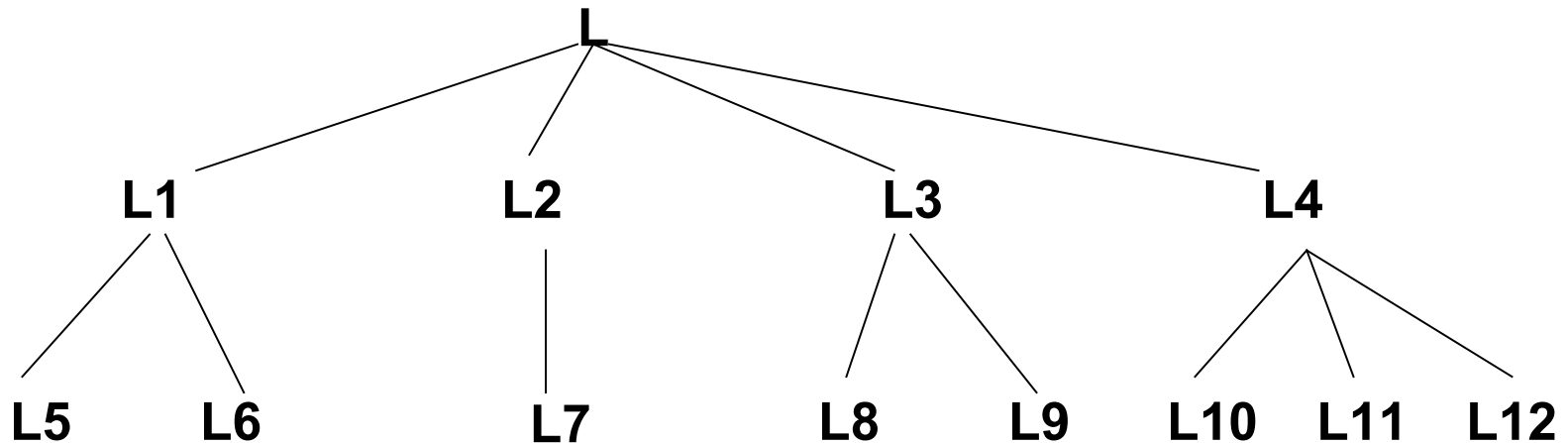
# ÁRVORES



Duas **subárvores** com raízes HB e BR

A condição de conjuntos disjuntos de  $T_1, \dots, T_n$  não permite a conexão entre sub-árvores

# ÁRVORES

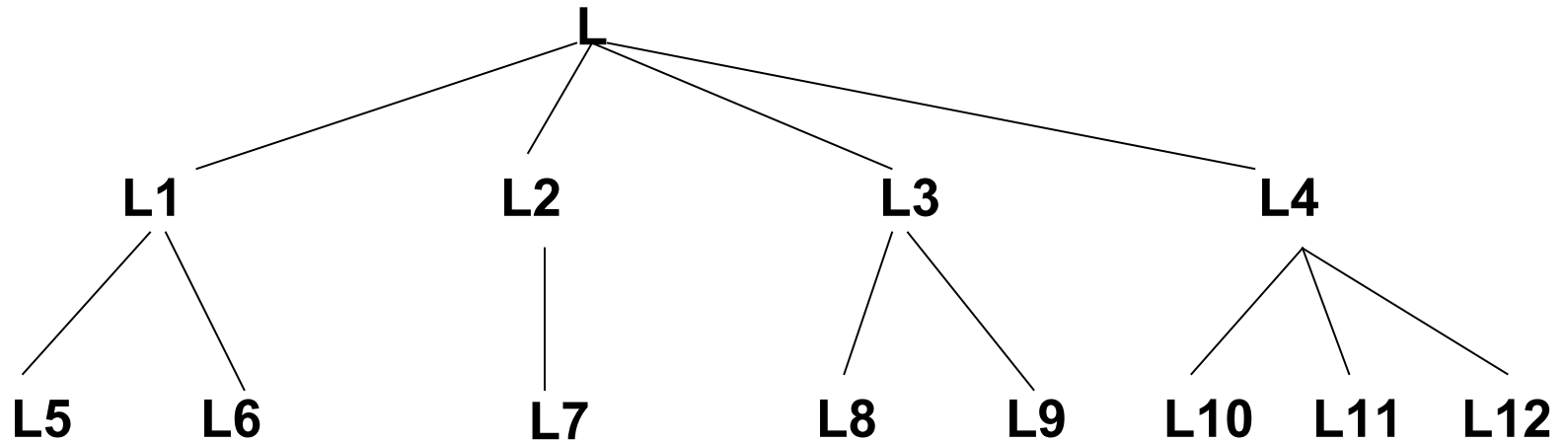


Quatro **subárvores** com raízes L1, L2, L3 e L4

Cada item é raiz de alguma subárvore. Por exemplo, L12 é uma raiz sem subárvores

# ÁRVORES

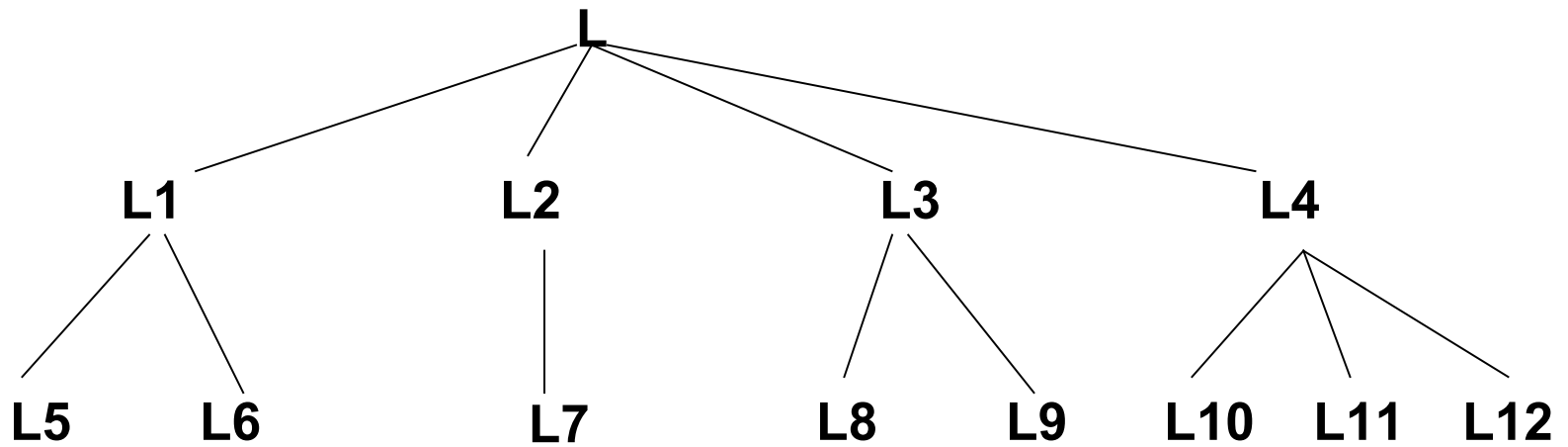
**Nó** = informação + ligações a outros itens



13 nós

# ÁRVORES

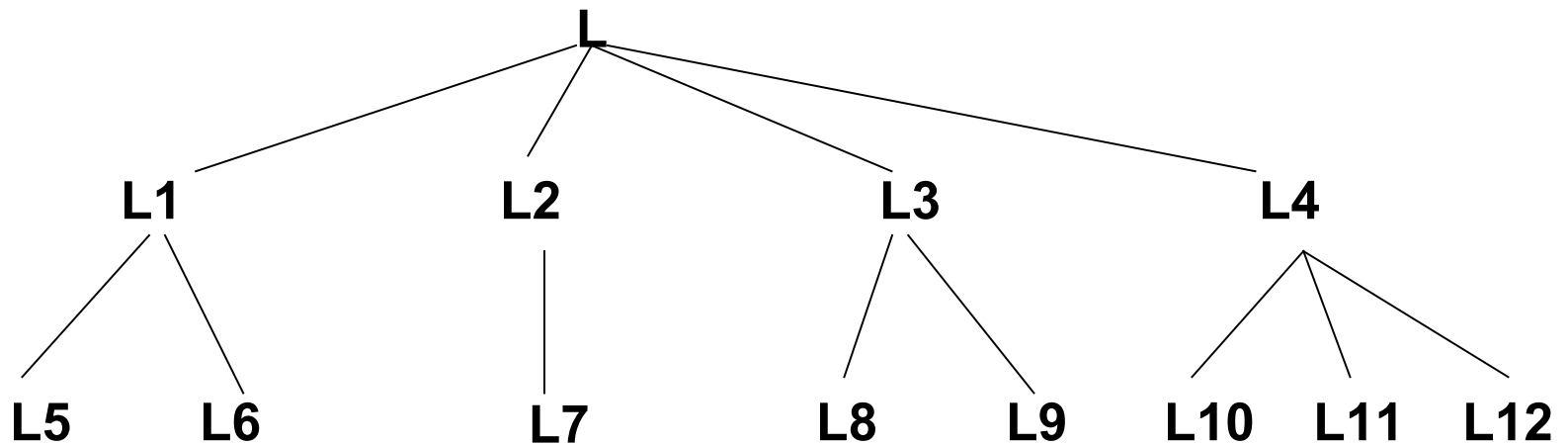
**Grau** = número de subárvores de um nó



L4 tem grau 3

# ÁRVORES

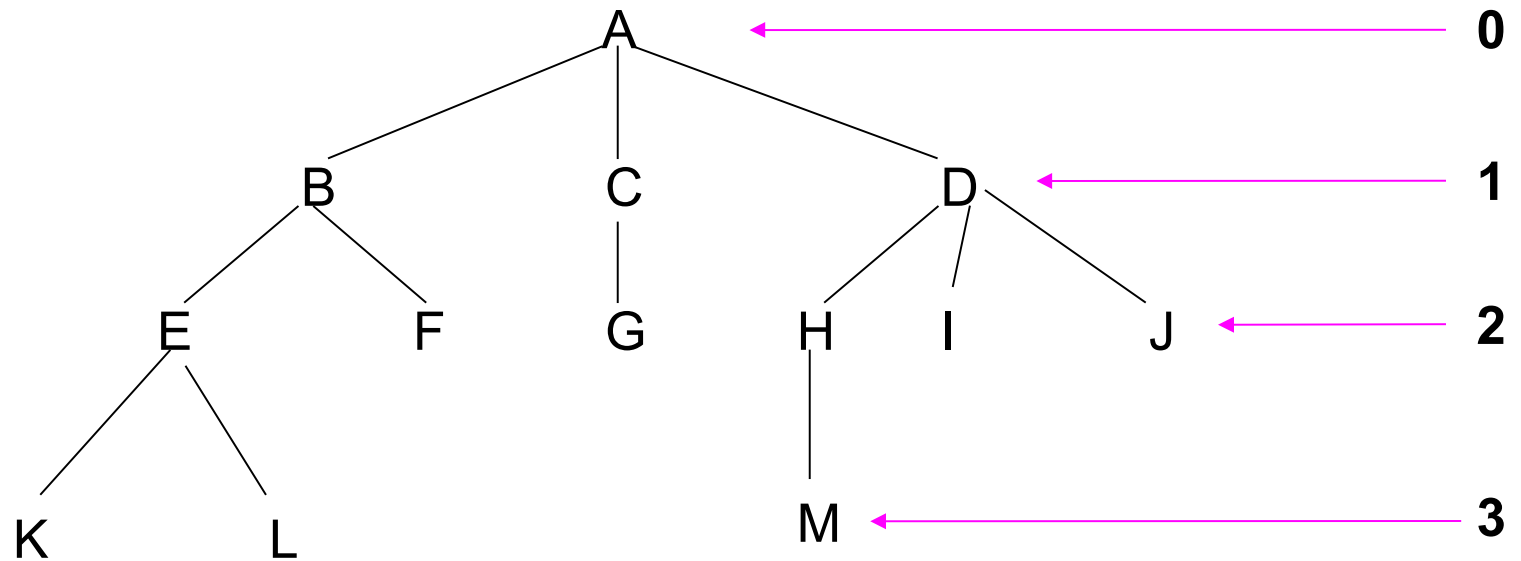
**Folha** = nó com grau 0



L5 a L12 (também *nós terminais*)

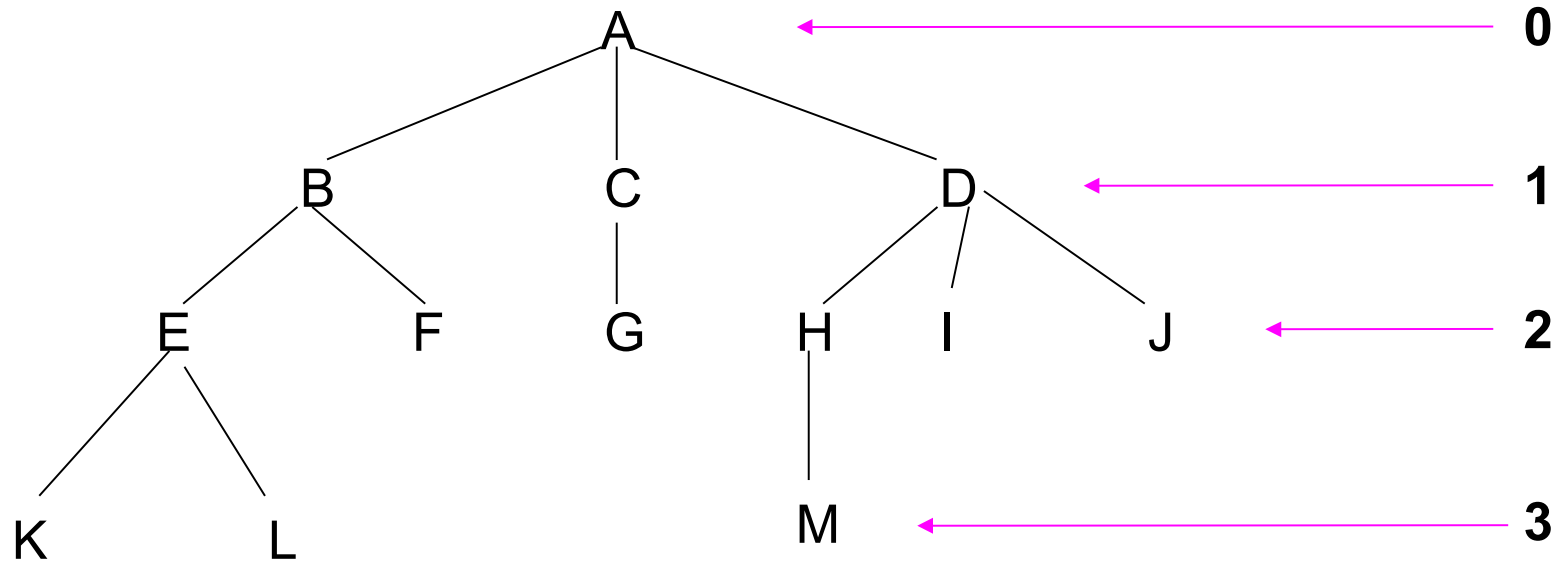


# ÁRVORES



**Grau de uma árvore** = grau máximo dos nós da árvore → 3

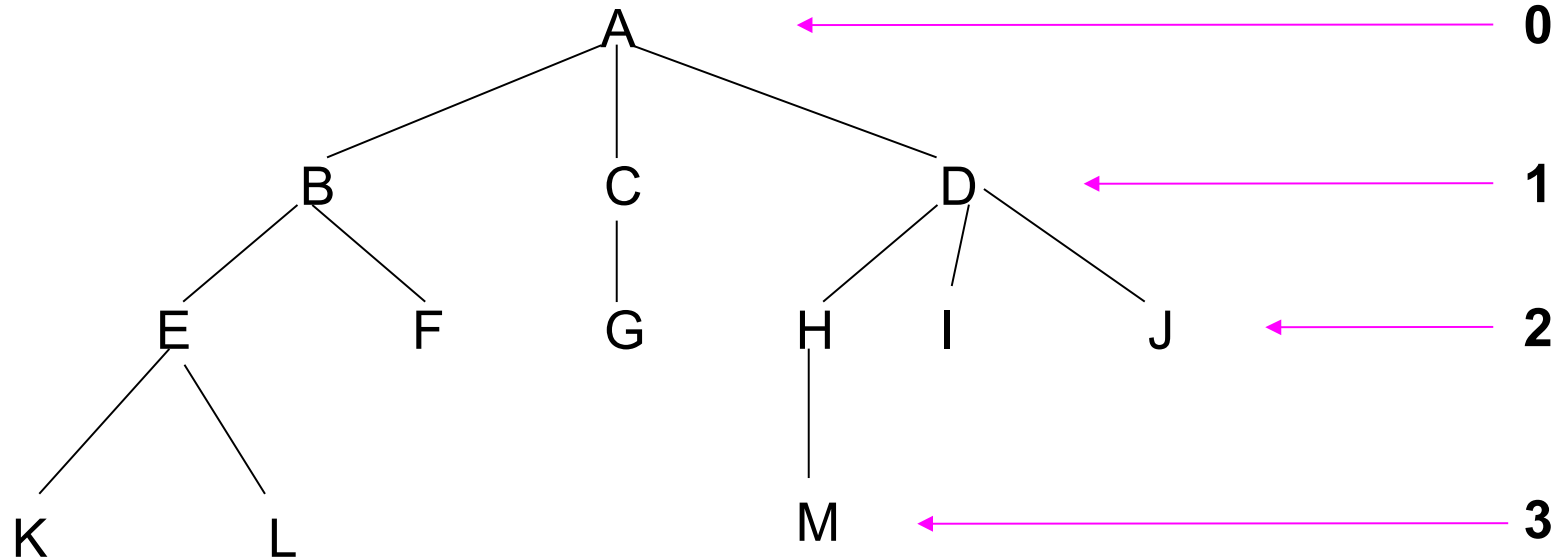
# ÁRVORES



**Ancestrais de um nó** = todos os nós no caminho  
raiz-nó

→ os ancestrais de M são  
A, D e H

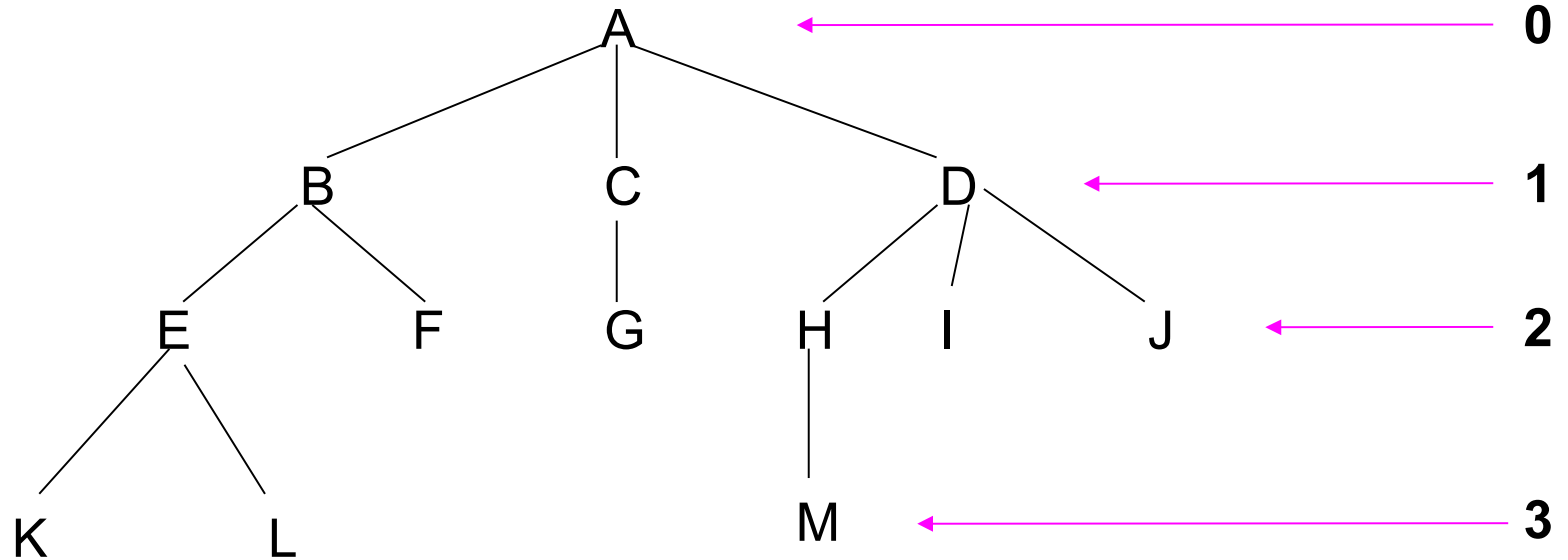
# ÁRVORES



**Nível** = raiz sempre no nível 1.

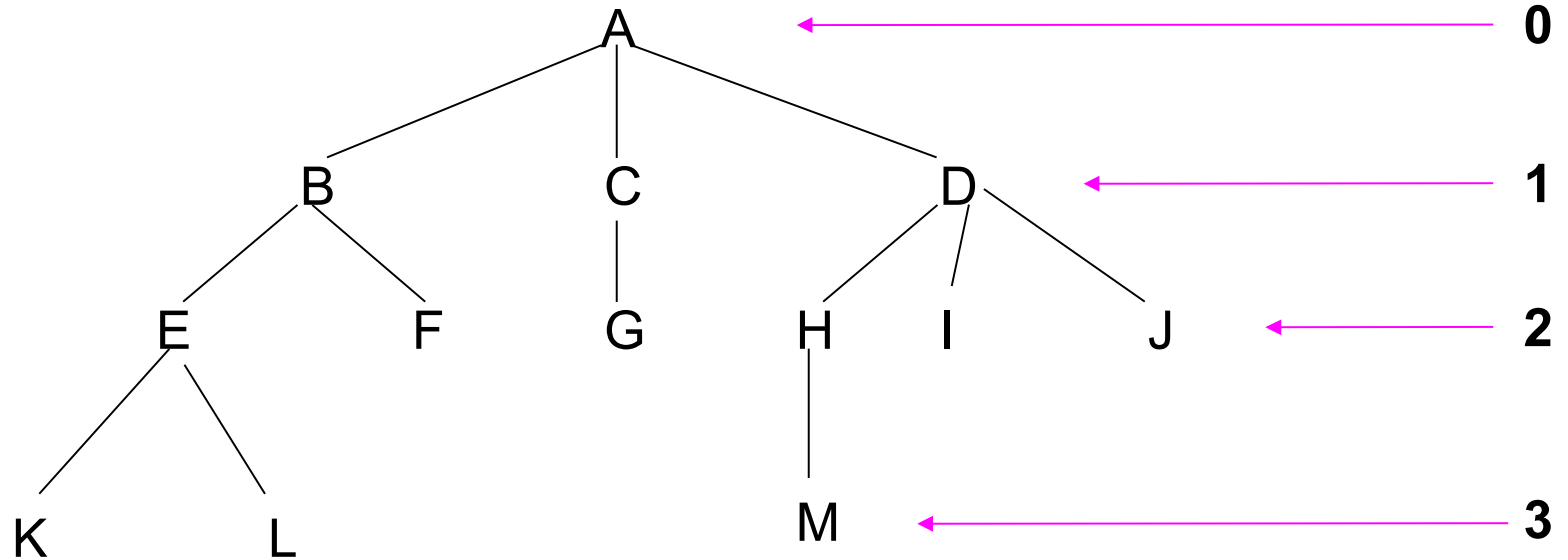
Nó no nível  $l$ , filhas no nível  $l+1$

# ÁRVORES



**Profundidade** = nível máximo de qualquer nó na árvore → 4

# ÁRVORES



**Floresta** =  $n \geq 0$

árvores disjuntas



se eliminar o nó A

# ÁRVORES BINÁRIAS

---

- É uma estrutura muito importante
- Qualquer nó pode ter no MÁXIMO dois ramos ( $\text{grau} \leq 2$ )
- Distinção entre sub-árvore à esquerda e sub-árvore à direita
- Pode ter 0 (zero) nós
- É um objeto bem diferente do objeto árvore

# ÁRVORES BINÁRIAS

Definição: Uma árvore binária é um conjunto finito de nós que ou é vazia ou consiste de uma raiz e duas árvores binárias disjuntas chamadas de *subárvore esquerda* e *subárvore direita*

Número máximo de nós num nível  $l = 2^{l-1}$ , para  $l \geq 1$

Número máximo de nós com profundidade  $k = 2^k - 1$

OBS: às vezes alguns consideram nível de raiz como 0 (zero)

# ÁRVORES BINÁRIAS

---

Processamento sistemático e ordenado de cada nó da árvore apenas uma vez para obter uma sequência linear dos nós.

A sequência consiste de: *antecessor* e *sucessor*

Existem três maneiras de percorrer uma árvore binária

- Pre-Order (pré-ordem)
- In-Order (ordem simétrica)
- Post-Order (ordem final)



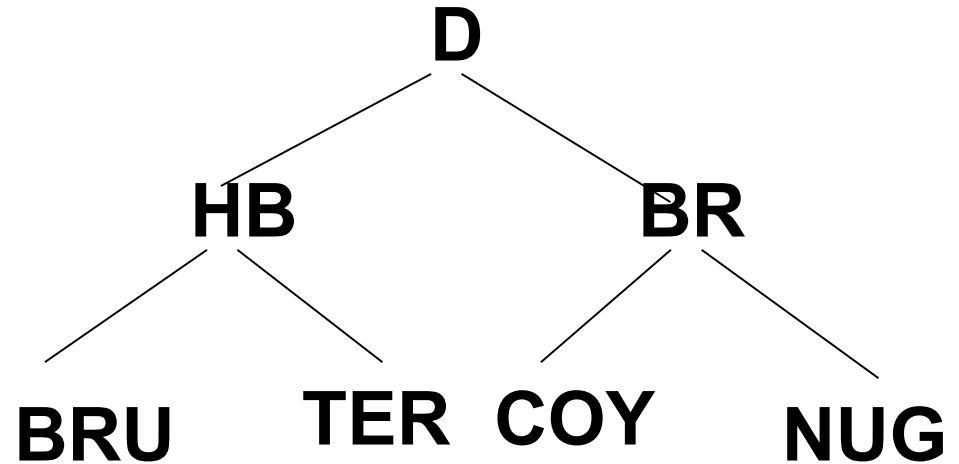
# ÁRVORES BINÁRIAS

Pre-Order:

- Visita a raiz

- Percorre a sub-árvore à esquerda

- Percorre a sub-árvore à direita



**D - HB - BRU - TER - BR - COY - NUG**

# ÁRVORES BINÁRIAS

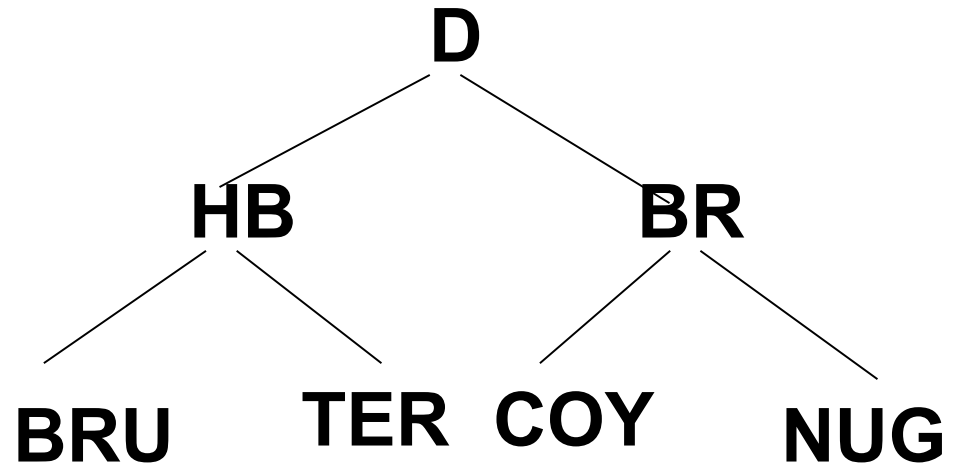
Pre-Order ( T )

// T é uma árvore binária com três campos:

// Lchild, Data, Rchild

```
{
    if T ≠ 0
    {
        print Data (T)
        Pre-Order ( Lchild (T) )
        Pre-Order ( Rchild (T) )
    }
}
```

# ÁRVORES BINÁRIAS



In-Order:

- Percorre a sub-árvore à esquerda
- Visita a raiz
- Percorre a sub-árvore à direita

**BRU - HB - TER - D - COY - BR - NUG**

# ÁRVORES BINÁRIAS

In-Order ( T )

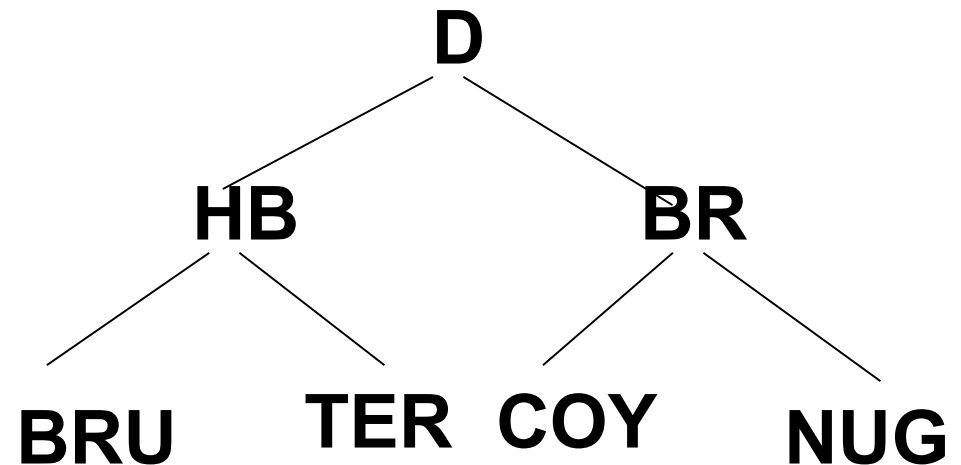
// T é uma árvore binária com três campos:

// Lchild, Data, Rchild

```
{  
    if T ≠ 0  
    {  
        In-Order ( Lchild (T) )  
        print Data (T)  
        In-Order ( Rchild (T) )  
    }  
}
```

# ÁRVORES BINÁRIAS

Post-Order:



- Percorre a sub-árvore à esquerda
- Percorre a sub-árvore à direita
- Visita a raiz

**BRU - TER - HB - COY - NUG - BR - D**

# ÁRVORES BINÁRIAS

Post-Order ( T )

// T é uma árvore binária com três campos:

// Lchild, Data, Rchild

```
{  
    if T ≠ 0  
    {  
        Post-Order ( Lchild (T) )  
        Post-Order ( Rchild (T) )  
        print Data (T)  
    }  
}
```

# ÁRVORES BINÁRIAS

Numa árvore binária com  $n$  nós, tem-se  $n+1$  links para NULO

Seria interessante aproveitar esses links

Perlis/Thornton - alteração da representação original  
→ **COSTURA**

- LinkEsq - endereço do nó antecessor
- LinkDir - endereço do nó sucessor

**OBS: DEPENDE DA SEQUÊNCIA LINEAR A SER UTILIZADA**

# ÁRVORES BINÁRIAS

---

Determinar se o Link é VERDADEIRO ou é devido a COSTURA

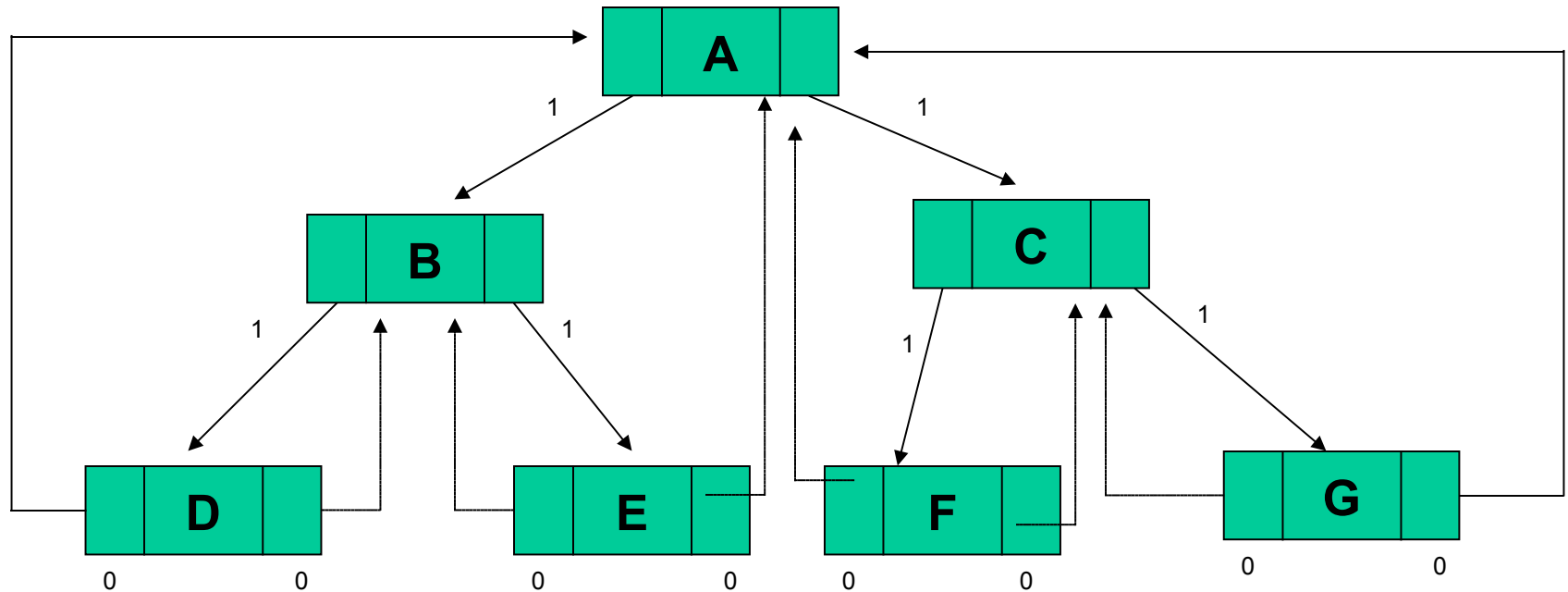
Informação correspondente tem que ser embutida



---

```
Se LinkEsq ≠ NULO, marcar VERDADEIRO
Se LinkDir  ≠ NULO, marcar VERDADEIRO
Se LinkEsq == NULO
{
    marcar FALSO
    aponta para antecessor
}
Se LinkDir == NULO
{
    marcar FALSO
    aponta para sucessor
}
```

# ÁRVORES BINÁRIAS



In-Order: *D - B - E - A - F - C - G*

# ÁRVORES BINÁRIAS

---

Tratamento especial para

PRIMEIRO NÓ

Sem antecessor

SEGUNDO NÓ

Sem sucessor

**APONTA PRA RAIZ OU NÓ CABEÇA**