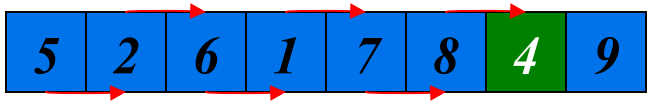
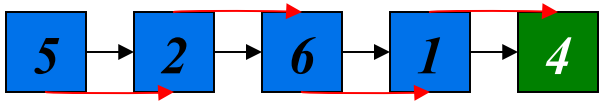
Fundamentos de Espalhamento
Hashing

Motivação

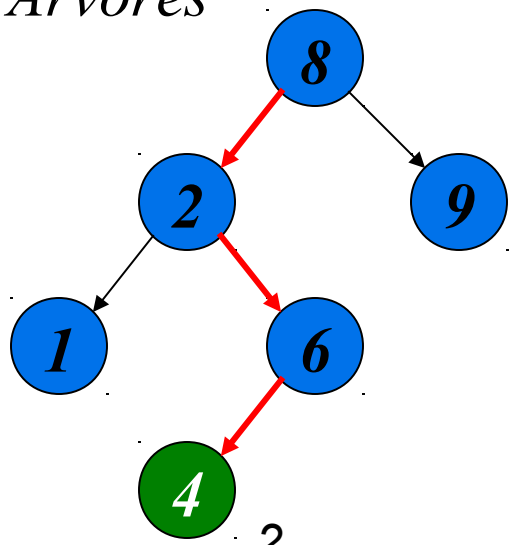
- *Dada uma tabela com uma chave e vários valores por linha, quero rapidamente procurar, inserir e apagar registros baseados nas suas chaves*
- *Estruturas de busca sequencial/binária levam tempo até encontrar o elemento desejado.*

Ex: Arrays e listas





Ex: Árvores



Motivação

Suponha que você pudesse criar um array onde qualquer item pudesse ser localizado através de acesso direto.

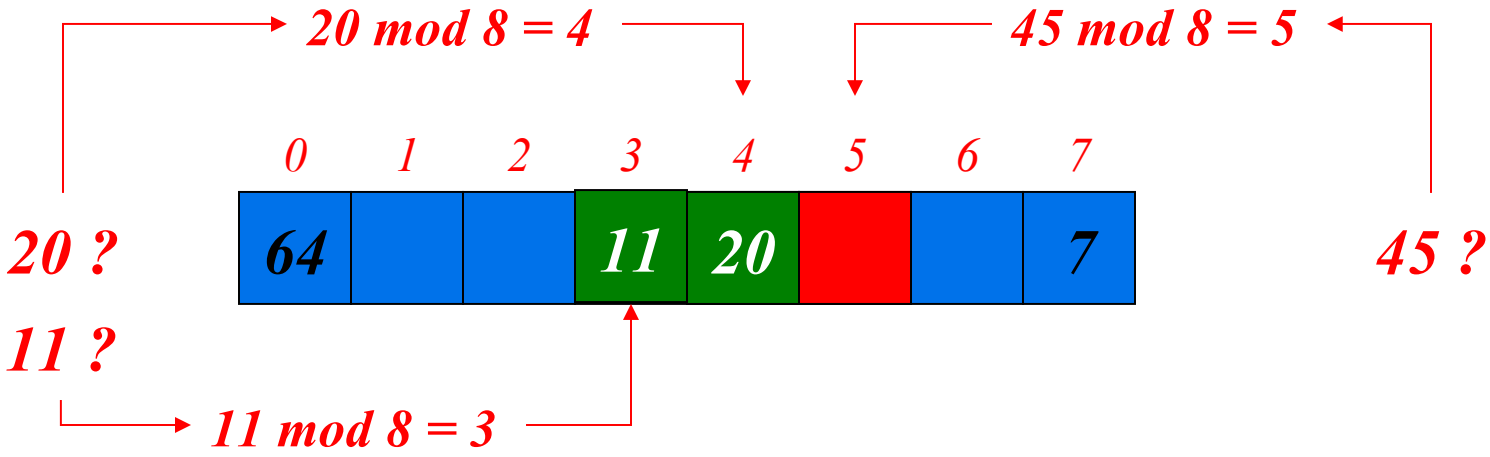
Isso seria ideal em aplicações do tipo Dicionário, onde gostaríamos de fazer consultas aos elementos da tabela em tempo constante.

Ex: Tabela de símbolos em compiladores.

Motivação

- *Em algumas aplicações, é necessário obter o valor com poucas comparações, logo, é preciso saber a posição em que o elemento se encontra, sem precisar varrer todas as chaves.*

- *A estrutura com tal propriedade é chamada de* ***tabela hash***.



O Tamanho de uma tabela HASH

Um problema é que – como o espaço de chaves, ou seja, o número de possíveis chaves, é muito grande – este array teria que ter um tamanho muito grande.

Ex: Se fosse uma tabela de nomes com 32 caracteres por nome, teríamos $26^{32} = (2^5)^{32} = 2^{160}$ *possíveis elementos.*

Haveria também o desperdício de espaço, pois a cada execução somente uma pequena fração das chaves estarão de fato presentes.

Para que serve uma tabela HASH

O objetivo de hashing é mapear um espaço enorme de chaves em um espaço de inteiros relativamente pequeno.

Isso é feito através de uma função chamada hash function.

O inteiro gerado pela hash function é chamado hash code e é usado para encontrar a localização do item.

Funções Hashing

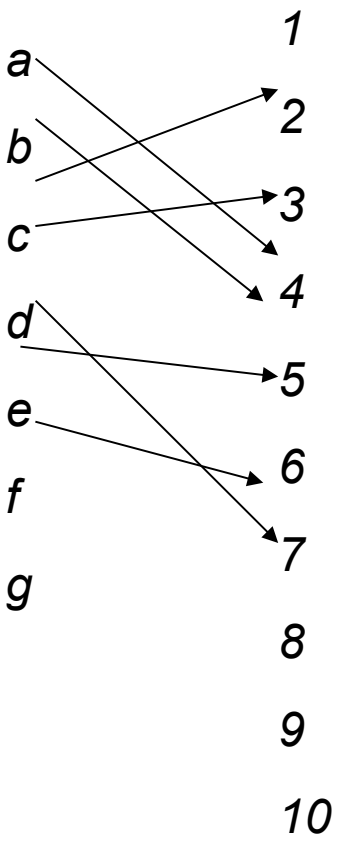
- ***Método pelo qual:***
  - *As chaves de pesquisa são transformadas em endereços para a tabela (função de transformação);*
  - *Obtém-se valor do endereço da chave na tabela HASH*
- ***Tal função deve ser fácil de se computar e fazer uma distribuição equiprovável das chaves na tabela***
- ***A essa função dá-se o nome de Função HASHING***

Funções Hashing

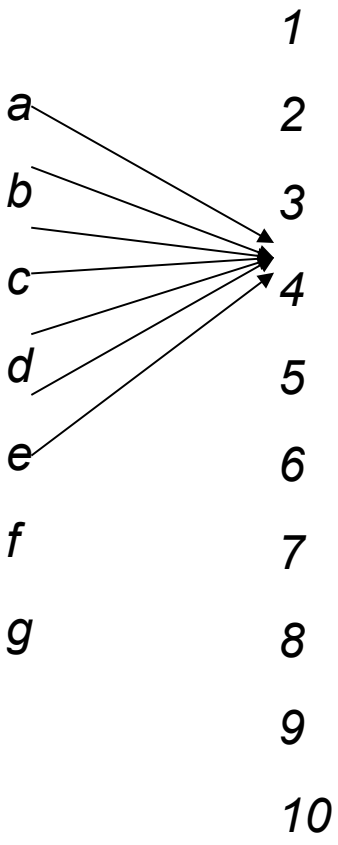
- ***Seja M o tamanho da tabela:***
  - ***A função de hashing mapeia as chaves de entrada em inteiros dentro do intervalo [1..M]***
- ***Formalmente:***
  - ***A função de hashing $h(k_j) \rightarrow [1,M]$ recebe uma chave $k_j \in \{k_0,..,k_m\}$ e retorna um número i, que é o índice do subconjunto $m_i \in [1,M]$ onde o elemento que possui essa chave vai ser manipulado***

Funções Hashing

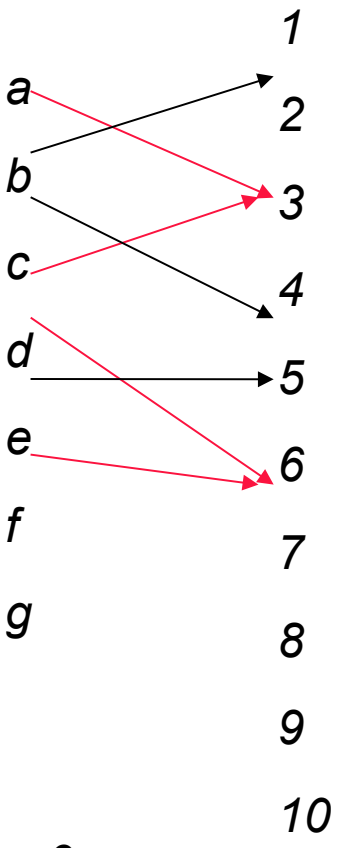
ideal (uniforme)



ruim



aceitável



Funções Hashing

- ***Existem várias funções Hashing, dentre as quais:***
  - *Resto da Divisão*
  - *Meio do Quadrado*
  - *Método da Dobra*
  - *Método da Multiplicação*
  - *Hashing Universal*

Resto de divisão

- ***Forma mais simples e mais utilizada***
  - *Nesse tipo de função, a chave é interpretada como um valor numérico que é dividido por um valor*
- ***O endereço de um elemento na tabela é dado simplesmente pelo resto da divisão da sua chave por M ($F_h(x) = x \bmod M$), onde M é o tamanho da tabela e x é um inteiro correspondendo à chave***

$$0 <= F(x) <= M$$

Resto de divisão

- ***Ex: M=1001 e a seqüência de chaves: 1030, 839, 10054 e 2030***

Chave	Endereço
1030	29
10054	53
839	838
2030	29

Resto de divisão - desvantagens

- ***Função extremamente dependente do valor de M escolhido***
  - *M deve ser um número primo*
  - *Valores recomendáveis de M devem ser >20*

Colisões

- ***Seja qual for a função, na prática existem sinônimos – chaves distintas que resultam em um mesmo valor de hashing.***

- ***Quando duas ou mais chaves sinônimas são mapeadas para a mesma posição da tabela, diz-se que ocorre uma colisão.***

Colisões

- ***Qualquer que seja a função de transformação, existe a possibilidade de colisões, que devem ser resolvidas, mesmo que se obtenha uma distribuição de registros de forma uniforme;***

- ***Tais colisões devem ser corrigidas de alguma forma;***

- ***O ideal seria uma função HASH tal que, dada uma chave 1 <= I <= 26, a probabilidade da função me retornar a chave x seja PROB(F_h(x)= I) = 1/26, ou seja, não tenha colisões, mas tal função é difícil, se não impossível***

Resto da Divisão - Colisão

- *No exemplo dado, M=1001 e a sequência de chaves: 1030, 839, 10054 e 2031*

O valor de h(k) é o mesmo para 1030 e 2030: colisão

Chave	Endereço
1030	29
10054	53
839	838
2030	29

Tratamento de Colisões

- ***Alguns dos algoritmos de Tratamento de Colisões são:***
  - *Endereçamento Fechado*
  - *Endereçamento Aberto*
    - *Hashing Linear*
    - *Hashing Duplo*

Endereçamento fechado

- ***Também chamado de Overflow Progressivo Encadeado***
- ***Algoritmo: usar uma lista encadeada para cada endereço da tabela***
- ***Vantagem: só sinônimos são acessados em uma busca. Processo simples.***
  - *Desvantagens:*
    - *É necessário um campo extra para os ponteiros de ligação.*
    - *Tratamento especial das chaves: as que estão com endereço base e as que estão encadeadas*

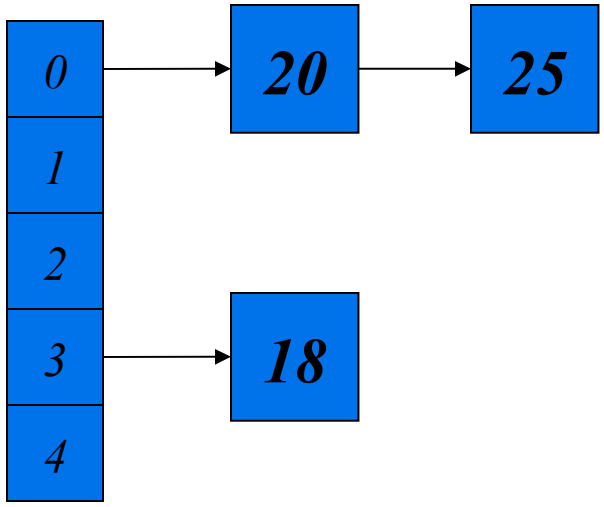
Endereçamento fechado

*No **endereçamento fechado**, a posição de inserção não muda. Todos devem ser inseridos na mesma posição, através de uma **lista ligada** em cada uma.*

20 mod 5 = 0

18 mod 5 = 3

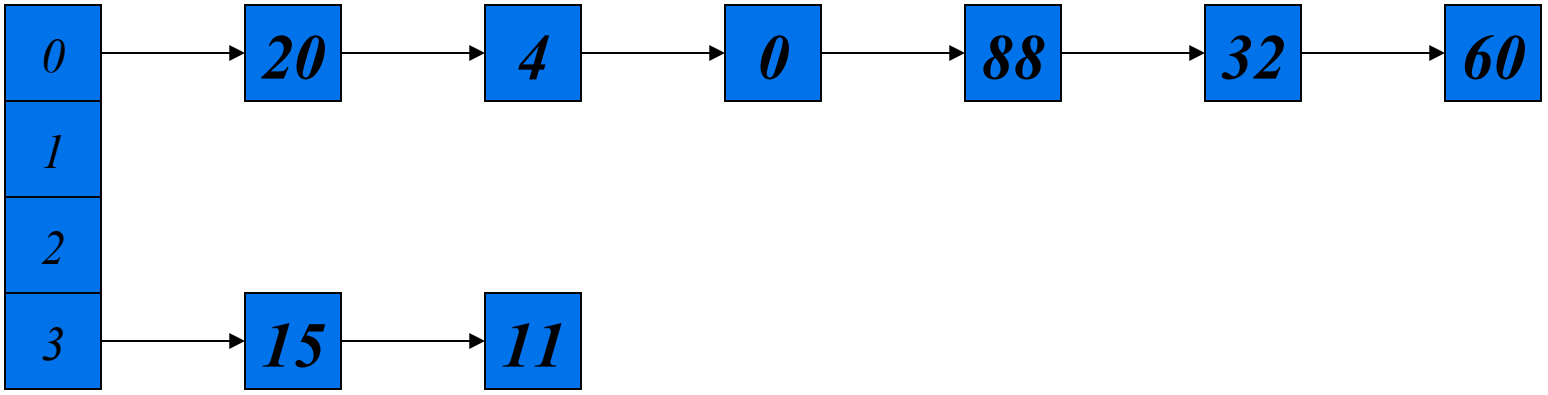
25 mod 5 = 0
colisão com 20



Endereçamento fechado

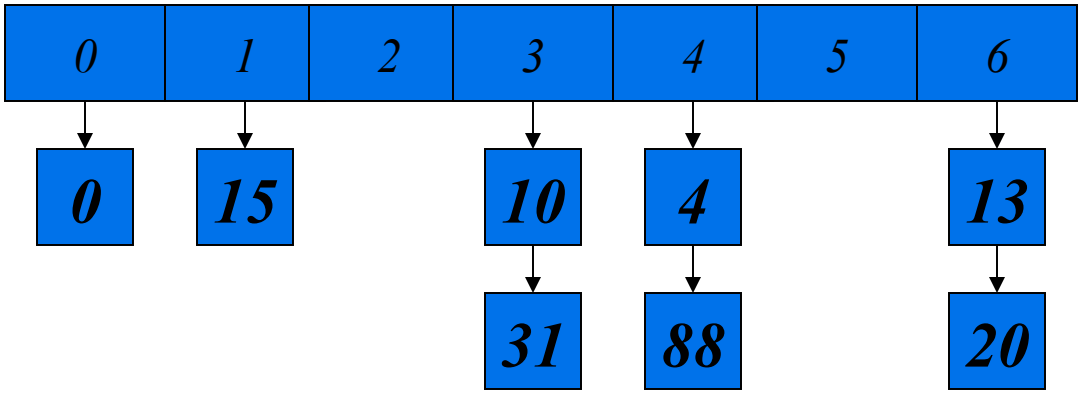
A busca é feita do mesmo modo: calcula-se o valor da função hash para a chave, e a busca é feita na lista correspondente.

Se o tamanho das listas variar muito, a busca pode se tornar ineficiente, pois a busca nas listas se torna seqüencial



Endereçamento fechado

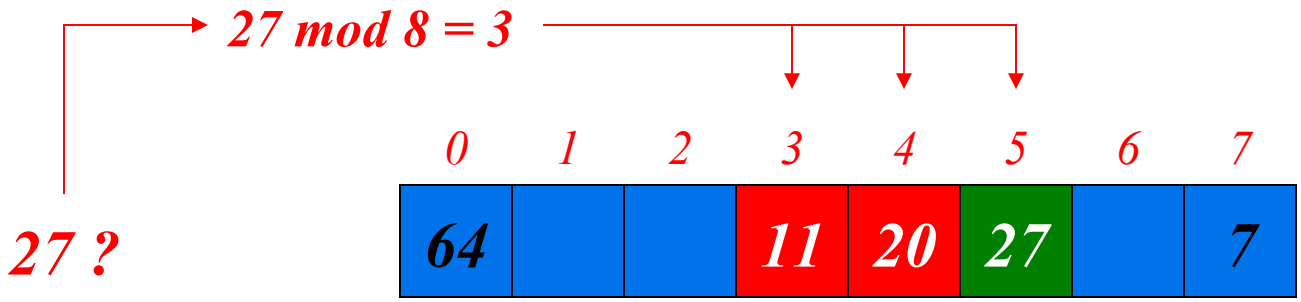
É obrigação da função HASH distribuir as chaves entre as posições de maneira ***uniforme***



Hashing Linear

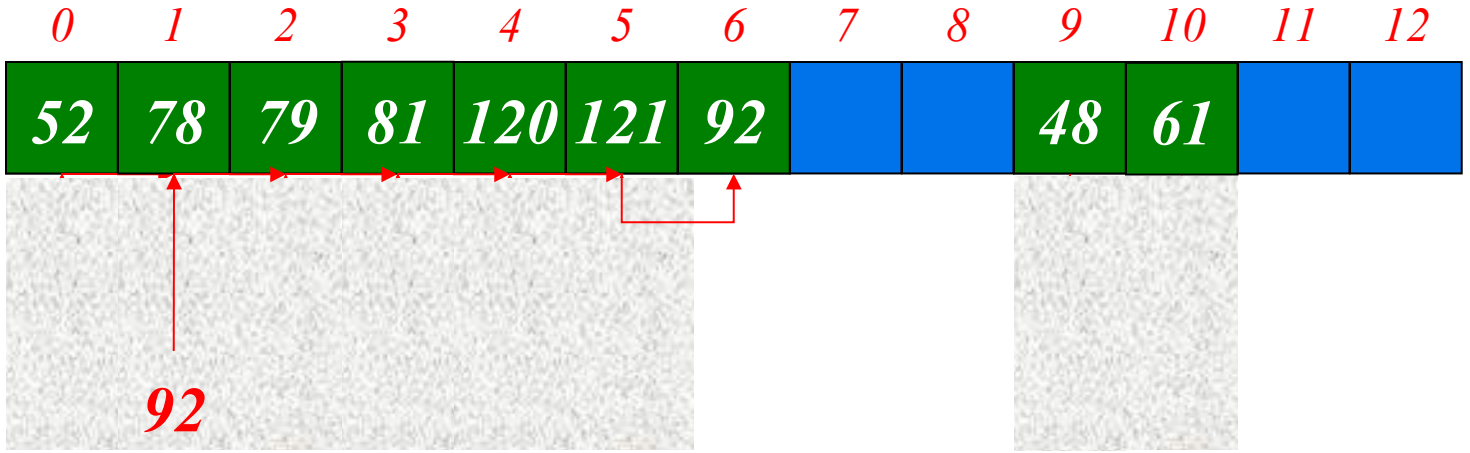
- *Também conhecido como Overflow Progressivo*
- *Consiste em procurar a próxima posição vazia depois do endereço-base da chave*
- *Vantagem: simplicidade*
- *Desvantagem: se ocorrerem muitas colisões, pode ocorrer um clustering (agrupamento) de chaves em uma certa área. Isso pode fazer com que sejam necessários muitos acessos para recuperar um certo registro. O problema vai ser agravado se a densidade de ocupação para o arquivo for alta*

Hashing Linear



Hashing Linear

Valores: 52, 78, 48, 61, 81, 120, 79, 121, 92
Função: hash(k) = k mod 13
Tamanho da tabela: 13



Hashing Duplo

- ***Também chamado de re-hash***
- ***Ao invés de incrementar a posição de 1, uma função hash auxiliar é utilizada para calcular o incremento. Esta função também leva em conta o valor da chave.***
  - *Vantagem: tende a espalhar melhor as chaves pelos endereços.*
  - *Desvantagem: os endereços podem estar muito distantes um do outro (o princípio da localidade é violado), provocando seekings adicionais*

Hashing Duplo

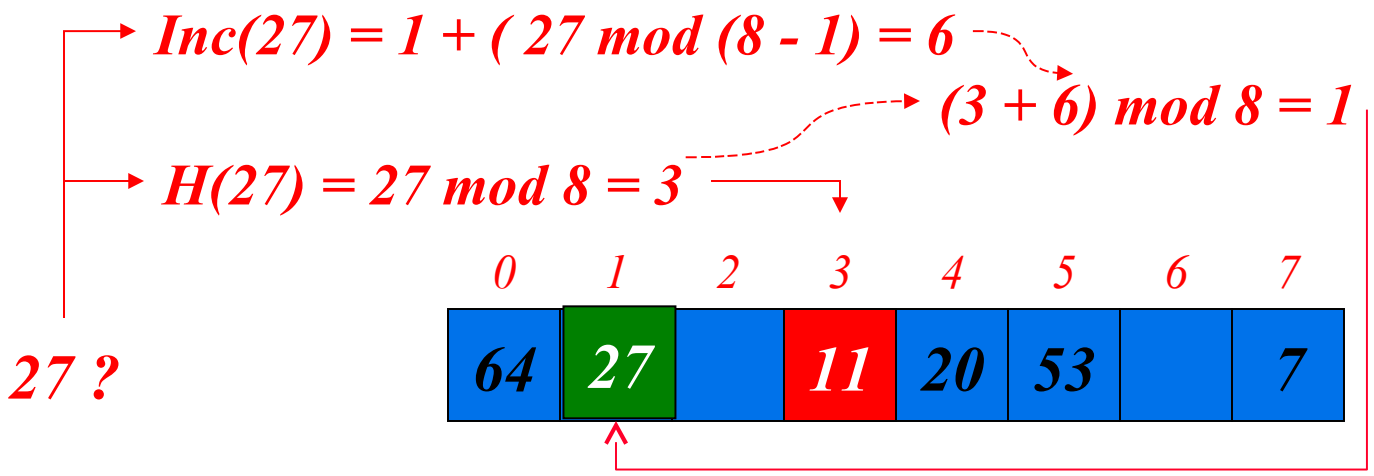
- ***Se o endereço estiver ocupado, aplique uma segunda função hash para obter um número c***
- ***c é adicionado ao endereço gerado pela 1a função hash para produzir um endereço de overflow***
  - *Se este novo endereço estiver ocupado, continue somando **c** ao endereço de overflow, até que uma posição vazia seja encontrada.*

Hashing Duplo

- *Para o primeiro cálculo:*
  $h(k) = k \bmod N$
- *Caso haja colisão, inicialmente calculamos h2(K), que pode ser definida como:*
  $h2(k) = 1 + (k \bmod (N-1))$
- *Em seguida calculamos a função re-hashing como sendo:*
  $rh(i,k) = (i + h2(k)) \bmod N$

Hashing Duplo

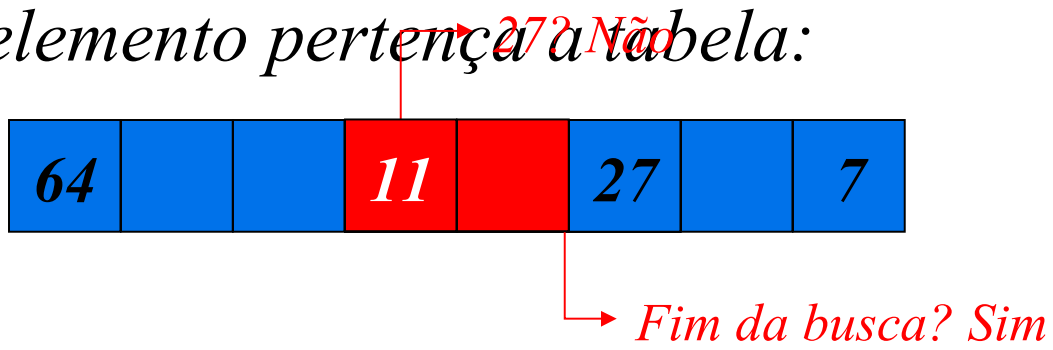
Usando h2(k) = 1 + (k mod (n - 1)



Endereçamento Aberto – Remoção

Para fazer uma busca com endereçamento aberto, basta aplicar a função hash, e a função de incremento até que o elemento ou uma posição vazia sejam encontrados.

Porém, quando um elemento é removido, a posição vazia pode ser encontrada antes, mesmo que o elemento pertença à tabela:



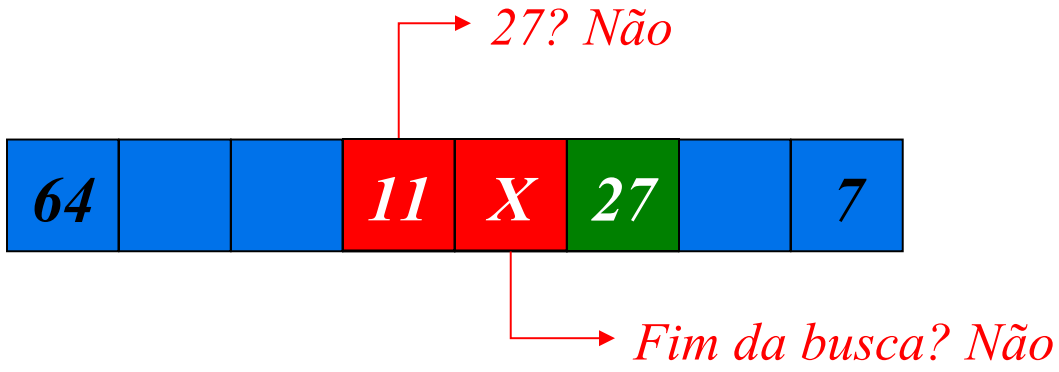
Inserção do 27

Remoção do 20

Busca pelo 27

Endereçamento Aberto – Remoção

*Para contornar esta situação, mantemos um bit (ou um campo **booleano**) para indicar que um elemento foi removido daquela posição:*



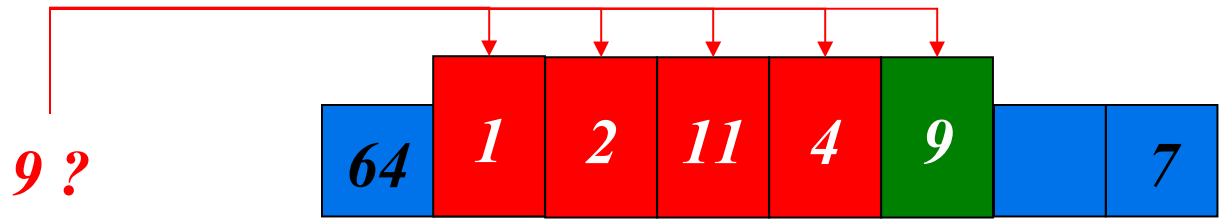
*Esta posição estaria livre para uma nova **inserção**, mas não seria tratada como vazia numa **busca**.*

Tabelas HASH Dinâmicas

Endereçamento Aberto – Expansão

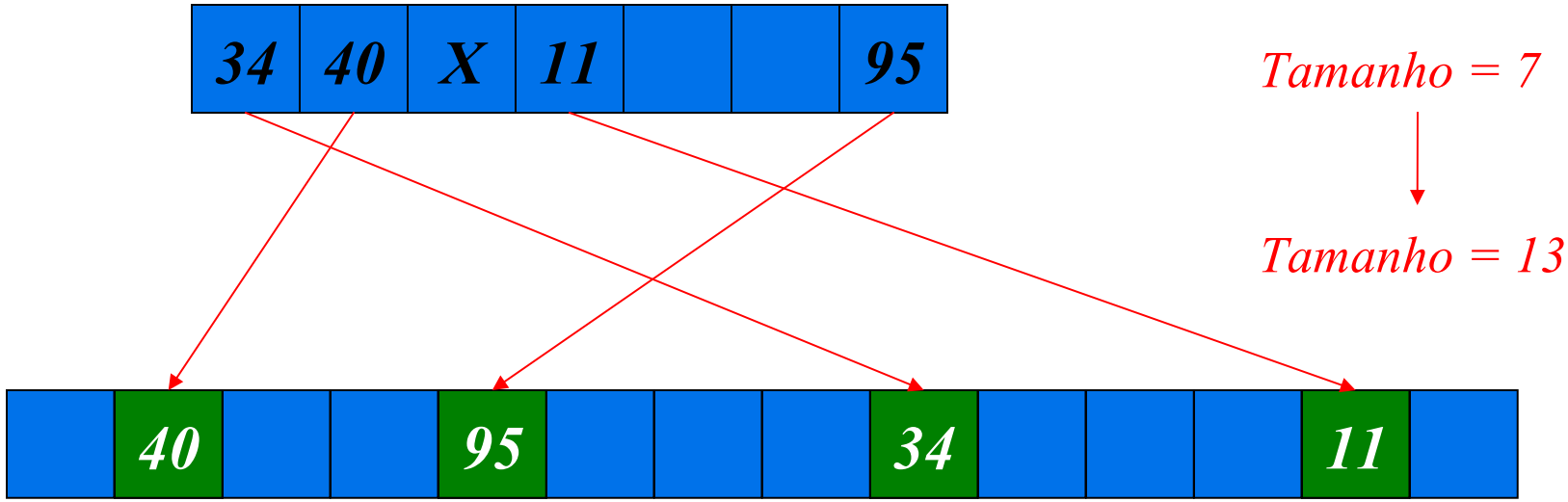
*Na política de hashing, há que chamamos de **fator de carga** (load factor). Ele indica a porcentagem de células da tabela hash que estão ocupadas, incluindo as que foram removidas.*

*Quando este fator fica muito alto (ex: excede 50%), as operações na tabela passam a demorar mais, pois o número de **colisões** aumenta.*



Endereçamento Aberto – Expansão

Quando isto ocorre, é necessário ***expandir*** *o array que constitui a tabela, e reorganizar os elementos na nova tabela. Como podemos ver, o tamanho atual da tabela passa a ser um parâmetro da função hash.*



Endereçamento Aberto – Expansão

- *O problema é: Quando expandir a tabela?*
- *O momento de expandir a tabela pode variar*
  - *Quando não for possível inserir um elemento*
  - *Quando metade da tabela estiver ocupada*
  - *Quando o load factor atingir um valor escolhido*
- *A terceira opção é a mais comum, pois é um meio termo entre as outras duas.*

Quando não usar Hashing ?

*Muitas **colisões** diminuem muito o tempo de acesso e modificação de uma tabela hash. Para isso é necessário escolher bem:*

- *a função hash*
- *o algoritmo de tratamento de colisões*
- *o tamanho da tabela*

Quando não for possível definir parâmetros eficientes, pode ser melhor utilizar árvores balanceadas (como AVL), em vez de tabelas hash.