UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
MESTRADO EM INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS
4ª Lista de Teoria dos Grafos – 2013-1 – Profa Claudia Boeres

1. Considere o grafo $G = (V, E)$ da figura 1:

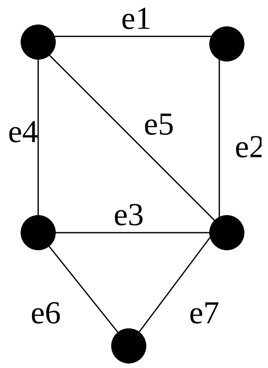

Figure 1: Grafo G

Dê exemplo de:

a) uma árvore geradora T.

b) um corte de arestas de tamanho mínimo.

c) um bloco.

d) um matching maximal que seja máximo.

e) uma cobertura de vértices.

f) um conjunto independente maximal que seja máximo.

2. Determine os blocos do grafo $G = (V, E)$ da figura 2.

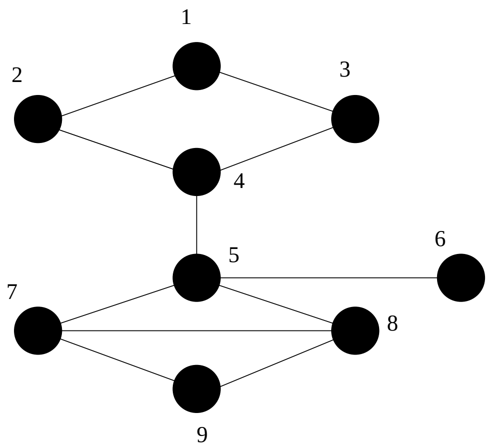

Figure 2: Grafo G

3. No grafo de fluxo $G = (V, E)$ da Figura 3, os fluxos e as capacidades são representados nos arcos, nesta ordem. O vértice 1 é a fonte e o vértice 6, o

sumidouro. Obtenha o fluxo máximo de G via o algoritmo de Ford-Fulkerson e mostre que esse valor é igual à capacidade do seu corte mínimo. Considere neste caso que o algoritmo está partindo de uma rede com fluxo não nulo:

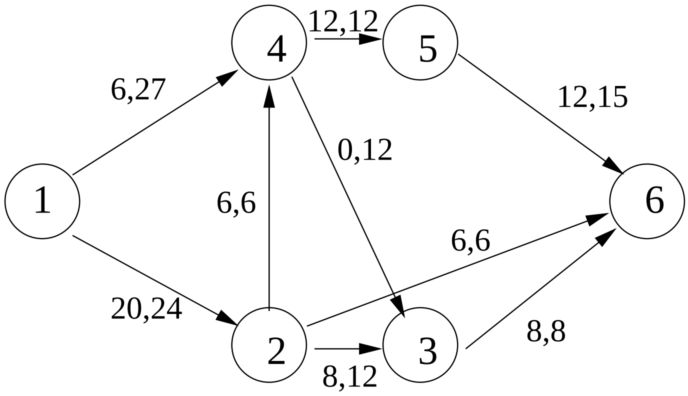

Figure 3: Grafo de fluxo

4. Exibir um grafo G tal que$K(G) < K'(G) < \delta$.

5. Determine as faces, suas fronteiras e os seus graus, do grafos planar apresentado na questão 1.

6. Mostre que:

   a) Um grafo G é não separável se e somente se todo par de vértices em G pertence a algum ciclo de G.

   b) Seja $G = (V, E)$ um grafo conexo e S um subconjunto próprio de V. Mostre que o conjunto de arestas determinado por $[S, V - S]$ é um corte de arestas se e somente se os subgrafos induzidos por S e $V - S$ forem ambos conexos.

   c) O centro de um grafo conexo G é um subconjunto do conjunto de vértices de um bloco de G.

   d) se um grafo conexo G tem pelo menos 11 vértices, tanto G quanto o seu complemento G' não podem ser grafos planares.

   e) toda face em um grafo simples planar maximal em relação a planaridade (nenhuma aresta pode ser adicionada sem destruir a propriedade de planaridade no grafo simples), é um triângulo.

   f) num grafo de fluxo, o valor do fluxo máximo é igual à capacidade do corte mínimo de arestas.

   g) Seja G um grafo conexo com $n > 2$. Mostre que se G possui uma ponte, ento G possui uma articulação. A recíproca é verdadeira? Mostre ou dê um contra-exemplo.

   h) o complemento de um corte de arestas de um grafo conexo G não contém uma árvore geradora.

   i) $K'(G) \leq \delta$, onde δ representa o menor grau de G.

j) O número de vértices não folha de uma árvore binária é $(n-1)/2$, onde n é o número de vértices.

k) um grafo planar é 2-conexo em vértices se e somente se a fronteira de cada região é um ciclo elementar.