

Universidade Federal do Espírito Santo

Teoria dos Grafos – 2013/1

Algoritmo de Ford-Fulkerson

Seja $G = (V, A, f)$ um grafo de fluxos e $G^f = (V, E^f)$ um grafo associado a G , chamado grafo de aumento de fluxo ou grafo de folgas. Esse grafo é usado no algoritmo de Ford-Fulkerson para achar o fluxo máximo e sua definição depende do fluxo determinado até o momento da sua construção. Estamos considerando aqui custo igual a capacidade. Cada arco de G^f é definido da seguinte forma:

(a) o arco $(v, w) \in E^f$ se $f_{vw} < \text{custo}_{vw}$ e

(b) o arco $(w, v) \in E^f$ se $f_{vw} > 0$.

Os arcos (v, w) e (w, v) são valorados respectivamente por $\varepsilon_{vw} = \text{custo}_{vw} - f_{vw}$ e $\varepsilon_{wv} = f_{vw}$.

Portanto, G^f poderá ter dois arcos associados a um arco de G , desde que o fluxo esteja estritamente entre os limites. Um corte de arcos $K = [X, V-X]$ em um grafo G é o conjunto de arcos em G com extremidade inicial em X e final em $V-X$. Se G é valorado então a **capacidade do corte** K é dada pela soma dos custos de seus arcos.

entrada: $G = (V, A, f)$, $\text{custo}(a)$, para todo arco a de G , f inicial dado ou nulo, quando não se conhece f ,

Capacidade_Corte $\leftarrow \infty$

1. $f_0 \leftarrow 0$; // quando se consideram inicialmente todos os fluxos como nulos
2. construir G^f associado a G ;
3. Enquanto existir caminho μ_{st} de s a t em G^f faça
4. determinar folga γ_{st} de μ_{st} em G^f (γ_{st} = mínimo das folgas dos arcos de μ_{st});
5. introduzir fluxo em μ_{st} em G igual a γ_{st} ;
6. $f_0 \leftarrow f_0 + \gamma_{st}$;
7. construir G^f ;
8. $X \leftarrow s \cup \{\text{vértices atingíveis a partir de } s \text{ em } G^f\}$;
9. Calcular **Capacidade_Corte**($X, V-X$) em G ;
10. // f_0 é o valor do fluxo máximo que passa por G e equivale ao valor de **Capacidade_Corte**($X, V-X$) em G

saída: f_0

a) Indique qual seria o fluxo máximo (f_0) calculado pelo algoritmo acima respectivamente nos grafos (a) e (b) abaixo e quais seriam os respectivos grafos de folgas associados a serem construídos.

b) Explique o funcionamento do algoritmo.

c) Qual a finalidade da definição do segundo tipo de arco do grafo de folgas?

