1、在某交通路口设置了一个车辆计数器，记录南行北行的车辆总数。设 $\boldsymbol{X(t)}$ 和 $\boldsymbol{Y(t)}$ 分别表示在 $\boldsymbol{[0,t]}$ 内南行和北行的车辆数，它们是强度分别为 λ_1 和 λ_2 的 possion 过程，且相互独立。如果在 t(>0)时记录的车辆总数为 n，求其中南行车辆有 $\boldsymbol{k(0<k<n)}$ 辆的概率。

2、设随机过程 $\{X(t),t\in N\}$ 分别以 0.5 的概率取值 $2t$ 和 $\cos(\pi t/2)$。试求 $X(t)$ 的一维分布函数 $F(1;x)$ 和二维分布函数 $F(1,2;x,y)$。

3、设随机过程 $\{X(t),t\geq 0\}$ $\{X(t),t\geq 0\}$ 均方可导，且相关函数为 $R_X(s,t)=1+st+s^2t^2$， $Y(t)=\int_0^t X(s)ds(t\geq 0)$， $Z(t)=X'(t)$。求 $R_Y(s,t)$ 和 $R_Z(s,t)$。

4、设 $X(t)=\cos(\omega t+\Theta)$, ω 为常数，Θ 为实随机变量，其特征函数为 $g(t)$,且 $g(1)=g(2)=0$。证明 $X(t)$ 为平稳过程。

5、一质点在圆周上作随机游动，圆上共 4 个格子（1, 2, 3, 4），质点以概率 p 顺时针游动一格，以概率 q 逆时针游动一格 $\boldsymbol{(p+q=1)}$。

（1） 证明该过程是马尔可夫链；

（2） 计算它的一步转移概率矩阵。

（3） 求 $P\{X_2=4,X_3=3,X_5=4|X_1=1\}$.

6、设齐次马氏链 $\{X_n,n\geq 0\}$ 的状态空间为 $E=\{1,2,3,\cdots\}$，一步转移概率矩阵为

$$
P=\begin{pmatrix}
\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
\frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots &
\end{pmatrix}
$$

问该链是否可分，若可分，给出全部不可分闭集，讨论该链的状态分类，各状态的周期，并求链的平稳分布.。

7. 设一平稳过程 $X(t)$ 先通过一个微分器，其输出过程为 $Y(t)=\frac{d}{dt}X(t)$，然后过程 $Y(t)$ 再输入到另一脉冲响应函数为 $h(t)=\begin{cases} e^{-t}, & t>0 \\ 0, & 其他 \end{cases}$ 的线性系统，输出过程记为 $Z(t)$.若测得 $Z(t)$ 的功率谱密度为 $S_Z(\omega)=\frac{4\omega^2}{\omega^4+5\omega^2+4}$,试求 $X(t)$,$Y(t)$和$Z(t)$的自相关函数.

（注：若 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(\omega)$，则 $\frac{df(t)}{dt}$ 的傅里叶变换为 $i\omega F(\omega)$）