


DETERMİNANT HESAPLANMASI
VE
HESAPLAMADA KULLANILAN NÜMERİK YÖNTEMLER

Chio method



Ödev
(Akış diyagramını
çiziniz)

Chio Yöntemi

Yöntemde determinant hesabı, hesaplanacak matrisin her bir adımda bir mertebe indirgenmesiyle hesaplanır.
(mertebe= verilen kare matrisin satır ya da sütun sayısı)

(Örneğin 4x4 lük bir matrisin mertebesi 4tür.) Matris indirgenirken 2x2lik determinant hesaplarıyla matris indirgenir.

n x n tipinde bir matris olarak bu yöntemin çalışma şeklini inceleyelim.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad \text{tipinde } n \text{ mertebeli bir matris olsun.}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad \text{şu şekilde hesaplanır;}$$

A matrisinin determinantını $a_{11} \neq 0$ olmak üzere ;

Chio Yöntemi

$$\det(A) = \frac{1}{a_{11}^{(n-2)}} \left| \begin{array}{cc|cc|cc|c|cc} a_{11} & a_{12} & a_{11} & a_{13} & a_{11} & a_{14} & \dots & a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{21} & a_{23} & a_{21} & a_{24} & \dots & a_{21} & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{31} & a_{33} & a_{31} & a_{34} & \dots & a_{31} & a_{3n} \\ : & & : & & : & & & : & \\ : & & : & & : & & & : & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n1} & a_{n3} & a_{n1} & a_{n4} & \dots & a_{n1} & a_{nn} \end{array} \right|_{(n-1) \times (n-1)}$$

şeklinde bir determinanta dönüştürdük. Bu matrisin içindeki 2x2lik determinantları hesaplırsak;

Chio Yöntemi

$$\det(A) = \frac{1}{a_{11}^{(n-2)}} \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1(n-1)} \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots & a'_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a'_{(n-1)1} & a'_{(n-1)2} & \dots & a'_{(n-1)(n-1)} \end{vmatrix}_{(n-1) \times (n-1)}$$

tipinde ve mertebesi bir mertebe indirgenmiş bir matris elde ederiz.

Bu determinanatta da aynı yöntemi uygularsak;

$$\det(A) = \frac{1}{a_{11}^{(n-2)}} \frac{1}{a_{11}^{(n-1-2)}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{13} \\ a'_{21} & a'_{23} \end{vmatrix} & \dots \\ \begin{vmatrix} a'_{31} & a'_{32} \\ a'_{31} & a'_{33} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a'_{41} & a'_{42} \\ a'_{41} & a'_{43} \end{vmatrix} & \dots \\ \vdots & \vdots & \\ \vdots & \vdots & \end{vmatrix}_{(n-2) \times (n-2)}$$

elde ederiz.

Chio Yöntemi

artık determinantımız (n-2) mertebeli oldu.

Bu şekilde işlemlere devam ederek determinantı 2x2lik bir determinanta dönüştürürüz ve hesaplarız.

Bu hesaplama yönteminde $a_{11} \neq 0$ olmalıdır.

Örnek :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 7 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

matrisinin determinantını CHIO yöntemi ile hesaplayınız.

Chio Yöntemi

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 7 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \frac{1}{1^2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & -3 & -4 \\ -2 & -3 & -4 \\ -6 & -10 & -12 \end{vmatrix}$$

bir mertebe daha indirgenirse ;

$$\begin{vmatrix} -2 & -3 & -4 \\ -2 & -3 & -4 \\ -6 & -10 & -12 \end{vmatrix} = \frac{1}{(-2)^1} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = \frac{-1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \text{ bulunmuş olur.}$$

$$\det(A)=0$$

Kaynak

International Journal of Algebra, Vol. 6, 2012, no. 19, 913 - 917

New Method to Calculate Determinants of $n \times n$ ($n \geq 3$) Matrix, by Reducing Determinants to 2nd Order

Armend Salihu

Department of Telecommunication, Faculty of Electrical and Computer Engineering,
University of Prishtina, Bregu i Diellit p.n., 10000 Prishtina, Kosovo
ar.salihu@gmail.com

Abstract

In this paper we will present a new method to calculate of $n \times n$ ($n \geq 3$) order determinants. This method is based on Dodgson - Chio's condensation method, but the priority of this method compared with Dodgson - Chio's and minors method as well is that those method decreases the order of determinants for one, and this new method automatically affects in reducing the order of determinants in 2nd order.

Mathematics Subject Classification: 65F40, 11C20, 15A15

Keywords: New method to calculate determinants of $n \times n$ matrix

1 Introduction

Let A be an $n \times n$ matrix

Uygulama 1

- $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

A matrisinin determinantını Chio yöntemi ile bulunuz ?

Uygulama 2

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

B matrisinin determinantını Chio yöntemi ile bulunuz ?

Uygulama 3

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & -3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

C matrisinin determinantını Chio yöntemi ile bulunuz ?