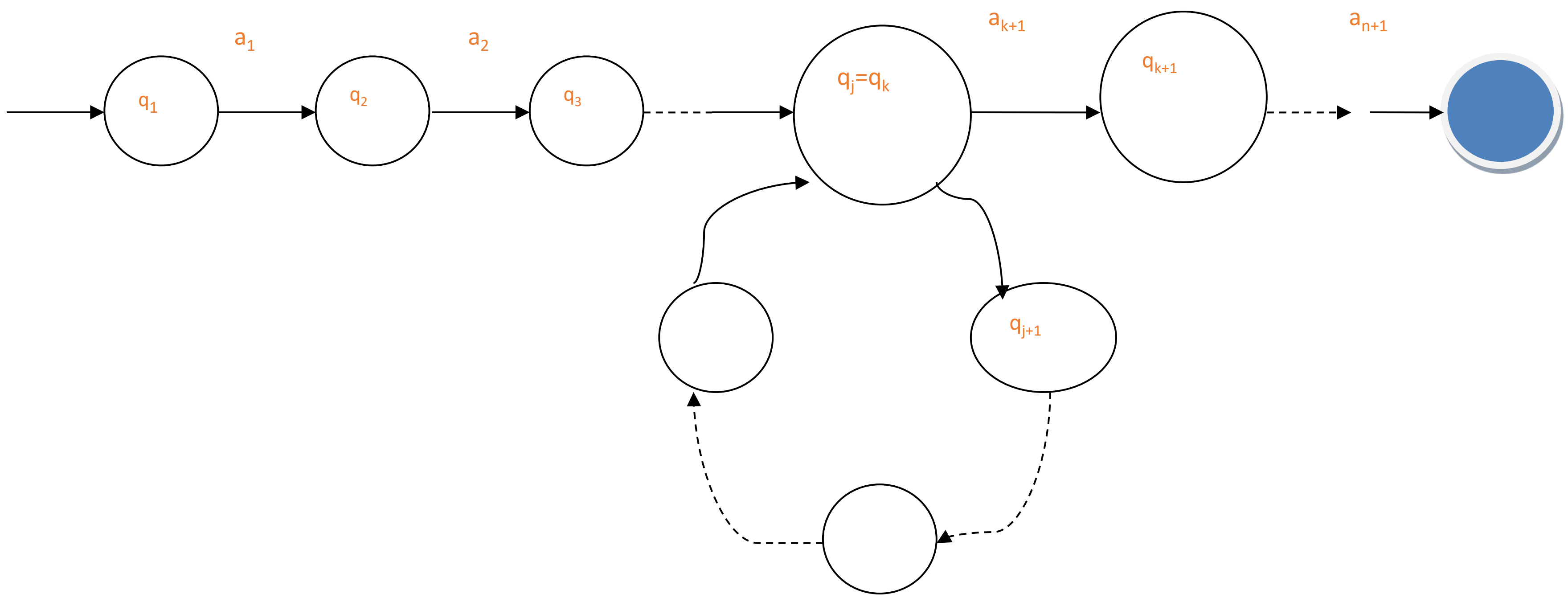
Biçimsel Diller ve Soyut Makineler

Hafta 5

Pumping Lemma



n+1 uzunluklu bir katarı taramak için (n+1) adet durum (q_1, q_2 q_3… q_{n+1})dikkate alınacaktır.
Makinenin Q durumlar kümesi n elemanlı olduğundan bütün durumlar ayrık olmayacaktır.
O halde j ve k gibi ($1 \leq j < k \leq n+1$) iki durum birbirine eşit ($q_j=q_k$)olacaktır.
Dolayısıyla q0 başlangıç durumundan kabul durumuna giden yolda bir döngü kesinlikle olmak zorundadır.

Pumping Lemma: L dili bir sınırsız (infinite)dil ve regüler bir dil olsun.
L'yi tanıyan bir ya da, kendi aralarında denk birçok sonlu özdevinir vardır.
L'yi tanıyan ve minimum sayıda durum içeren otomatın (**M**) durum sayısı **n** olsun.

Bu dilin kabul ettiği bir w katarının uzunluğu **n**'den büyük ise:

$$w = a_1a_2a_3\ldots a_k \quad |w| = k > n$$

M otomatı **w**'yi tanırken en az bir durumdan en az iki kere geçer.
Yani M otomatı w'yi tararken mutlaka döngülü yol izler.
Bu durumda M

$$w = xy^i z \qquad i \geq 0$$

biçimindeki tüm katarları tanır.

Pumping Lemma bir sonsuz katar içeren dilin regüler olup olmadığını göstermek için kullanılır.

$$L = \{vv^R : v \in \Sigma^*\}$$

$$L = \{vv^R : v \in \Sigma^*\}$$

Dili regüler midir?

$$\Sigma = \{a, b\}$$

L dili sonsuz (infinite) olduğundan
Pumping Lemma
Uygulanarak bu soru cevaplanabilir.

$$L = \{vv^R : v \in \Sigma^*\}$$

L dili regüler bir dil olsun.

$$L = \{vv^R : v \in \Sigma^*\}$$

m Pumping Lemma'daki tam sayı olsun

Katar uzunluğu $|w| \geq m$ $w \in L$

Olacak biçimde bir w ele alalım

$w = a^m b^m b^m a^m$ olsun

$$a^m b^m b^m a^m = x\ y\ z$$ Olarak yazalım

Pumping Lemma'dan $|x\ y| \leq m, \quad |y| \geq 1$

Olacaktır

$$xyz = \underbrace{a\ldots a}_{x}\overbrace{\underbrace{a\ldots a}_{y}\ldots a}^{m}\underbrace{\overbrace{b\ldots b}^{m}\overbrace{b\ldots b}^{m}}_{z}\overbrace{a\ldots a}^{m}$$

$$y = a^k, \quad k \geq 1$$

$$x\,y\,z = a^m b^m b^m a^m \qquad\qquad y = a^k, \quad k \ge 1$$

Pumping Lemma'ya göre

$$x\,y^i\,z \;\in\; L \qquad i = 0, 1, 2, \ldots$$

$$x\,y^2\,z \;\in\; L$$

$$x\ y\ z = a^m b^m b^m a^m \qquad y = a^k, \quad k \geq 1$$

O halde Pumping Lemma Gereği olarak $\qquad x\ y^2\ z \in L$

$$xy^2z = \overbrace{\underbrace{a...a}_{x}\underbrace{a...a}_{y}\underbrace{a...a}_{y}a...a}^{m+k}\underbrace{\overbrace{b...b}^{m}\overbrace{b...b}^{m}\overbrace{a...a}^{m}}_{z} \notin L$$

$$a^{m+k} b^m b^m a^m \quad \in L$$

$$a^{m+k} b^m b^m a^m \quad \in L \qquad\qquad k \geq 1$$

---

oysa $$L = \{vv^R : v \in \Sigma^*\}$$

$$\Downarrow$$

$$a^{m+k} b^m b^m a^m \quad \notin L$$

L Regüler dil değildir.

$$L = \{a^n b^l c^{n+l} : \; n, l \geq 0\}$$

Pumping Lemma'daki tam sayı m

$w \in L$

$|w| \geq m$

$$w = a^m b^m c^{2m}$$

$$a^m b^m c^{2m} = x\ y\ z$$ Olarak yazalım

Pumping Lemma $|x\ y| \leq m, \quad |y| \geq 1$

$$xyz = \underbrace{a...a}_{x}\underbrace{\overbrace{a...a}^{m}}_{y}a...a\overbrace{b...b}^{m}\overbrace{c...c}^{2m}c...c$$

$$y = a^k, \quad k \geq 1$$

$$x\ y\ z = a^m b^m c^{2m} \qquad\qquad y = a^k, \quad k \geq 1$$

Pumping Lemma:

$$x\ y^i\ z \ \in\ L \qquad i = 0, 1, 2, \ldots$$

ve $$x\ y^0\ z\ = xz \ \square\ L$$

$$x\ y\ z = a^m b^m c^{2m} \qquad y = a^k, \quad k \geq 1$$

Pumping Lemma: $\quad xz \in L$

$$xz = \underbrace{a\ldots a}_{x}\overbrace{a\ldots a}^{m-k}\overbrace{b\ldots b}^{m}\underbrace{\ \ }_{z}\overbrace{c\ldots c}^{2m} \in L$$

ve $\quad a^{m-k} b^m c^{2m} \in L$

$$a^{m-k} b^m c^{2m} \quad \in L \qquad\qquad k \geq 1$$

$$L = \{a^n b^l c^{n+l} : \; n, l \geq 0\}$$

$$\Downarrow$$

$$a^{m-k} b^m c^{2m} \quad \notin L$$

Teşekkürler