

## Matematik I – Çalışma Soruları

1)  $y = f(x) = x^2 - [x](x + 1)$  fonksiyonunu için  $m$  tamsayı olmak üzere  $\lim_{x \rightarrow m} f(x)$  limiti mevcut olduğuna göre  $m$  nin alabileceği değerleri bulunuz ( $[x]$  ,  $x$  in tam değerini göstermektedir).

2)

$$\frac{x-1}{x^2+1} > \frac{3x-1}{3x^2+1}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

3)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x^4) \sin^2 2x}{\sqrt{1+x^4} - \sqrt{1+x^2}} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2(x-\pi) \sin x}{(x-\pi)^2 \cos(x/2)} = ?$$

4)  $y = |x+1| - |x|$  fonksiyonunu parçalı biçimde yazarak grafiğini çiziniz.

5)

$$y = f(x) = e^{-2x}(x^2 - 4)^2$$

fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları ve yerel ekstremum noktalarını türleriyle beraber tespit ediniz.

6)  $x^2 + y^2 + x \cos 3y + 3y = 0$  ile verilen eğrinin  $(-1, 0)$  noktasındaki normalin denklemini yazınız.

7)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - \sqrt{1+x^2}}{(\sin x)^2} = ?$$

8)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \cos 3x - \cos 2x}{x^2 + \cos 5x - \cos 3x} = ?$$

10

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos 3x - \cos 4x} = ?$$

11)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - \sqrt{1+x^2}}{2 - 2 \cos 2x} = ?$$

12)

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} - 3}{x - 8} = ?$$

13)

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\tan 2x}{2x - \pi} = ?$$

14)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = ?$$

15)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x} - \cos^3 x}{x \tan x} = ? \text{ ( Paya1 ekleyip 1 çıkarınız)}$$

16)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec x - \cos x}{3x^2} = ?$$

17)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + 5 \sin^2 x + 3 \sin x - x^3 + x^4}{5 \tan^4 x + 3 \sin^3 x + 5x - x^2 + x^3} = ? \text{ (Pay ve paydayı } x \text{ ile bölüntüz)}$$

18)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x - x^2 + x^3}{\tan x + 2 \sin^2 x + 5x^4} = ?$$

19)

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \tan x}{\cos x - \sin x} = ?$$

20)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x-1| - |x+1|} = ? \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|5-2x| - |x-2|}{|x-5| - |3x-7|} = ?$$

21)

$$f(x) = \begin{cases} 5 - 6x, & x \leq 3 \text{ ise} \\ -4 - x^2, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre  $f$  nin 3 noktasındaki türevini bulunuz.

22)  $f(x) = x\sqrt{16+x^2}$  fonksiyonunun  $(0,0)$  noktasındaki normal doğrusunun denklemini yazınız.

23)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, x \geq 0 \text{ ise} \\ a \sin x + b \cos x, x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun 0 noktasında türevi varsa  $a = ?$ ,  $b = ?$ .

24)  $f(x) = (x-3)(x-1)^2(2x+1)^3$  fonksiyonunun kritik noktalarını bulunuz.

25)  $y = \frac{k+x}{x^2}$  eğrisinin  $(2, \frac{k+2}{4})$  noktasındaki teğet doğrusunun eğimi 5 olduğuna göre  $k = ?$ .

26)

$$y = f(x) = \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 - x^2}}{x} \right)$$

fonksiyonunun tanım kümesini bularak türevini hesaplayınız.

27)  $c_1$  ve  $c_2$  ler sabitler olmak üzere  $y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{2x}$  ise  $y'' + y' - 6y = 0$  olduğunu gösteriniz.

28)  $y = x^{2/3} - 2x^{1/3}$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları ve yerel ekstremum noktalarını türleriyle bulunuz.

29)  $f(x) = 2x + \cos x$  fonksiyonunun artan olduğunu gösteriniz.

30)

$$f(x) = \frac{x}{9 + x^2}$$

nin  $[-4, 4]$  aralığındaki mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerini bulunuz.

31)  $f(x) = 4 + \frac{1}{3} \ln(1 + 2x)$  fonksiyonunun tanım kümesini bularak tersini hesaplayınız.

32)

$$f(x) = \sqrt{9 - (1 + x)^2}$$

fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz. Fonksiyonun tanım kümesindeki mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerini hesaplayınız.

33)  $y^2 + x^2 + x \cos 3y + 3y = 0$  ile verilen eğrinin  $(-1, 0)$  noktasındaki teğet doğrusunun denklemini yazınız.

34)  $x^4 y^2 + 6x^5 - y^3 + 2x = 4$  ile verilen eğrinin  $(1, 2)$  deki teğetinin eğimini bulunuz.

35)  $0 \leq x \leq 1$  ise  $0 \leq \sqrt{x(x-1)} \leq 1$  olduğunu gösteriniz ( $f(x) = \sqrt{x(x-1)}$  nin tanım kümesini bularak buradaki mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerini hesaplayınız).

36)  $y = x(\arcsin x)^2 + 2\sqrt{1 - x^2} \arcsin x - 2x$  ise  $y' = ?$

37)

$$f(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{6} + x + 1$$

fonksiyonunun yukarı bükey aşağı bükey olduğu aralıkları tespit ediniz. Dönüm noktalarını bulunuz.

38)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 8} - 3\sqrt{2x^2 - 1}}{\sqrt[3]{x^2 + 7} - 2\sqrt[3]{3x^2 - 2}} = ?$$

39)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \cos x - \cos 2x}{\sqrt{1+x^2} - 1} = ? (2 - \cos x - \cos 2x = 1 - \cos x + 1 - \cos 2x \text{ dir}).$$

40)  $y^3 - xy^2 + x^2 = 1$  eğrisinin  $(0, 1)$  deki teğet doğrusu ile  $y^2 - x^2y = 1 - k^2$  eğrisinin  $(k, 1)$  deki teğet doğruları dik olduğuna göre  $k = ?$ .

41)  $y = 3x^3 + x + 4$  eğrisinin  $(1, 5)$  noktasından geçen tüm teğet doğrularını bulunuz( Teğet doğrusu  $(c, 3c^3 + c + 4)$  noktasındaki teğet doğrusu olsun. Bu doğrunun eğimi  $9c^2 + 1$  olacaktır. Ayrıca teğet doğrusu  $(1, 5)$  ve  $(c, 3c^3 + c + 4)$  noktasından geçtiğinden

$$9c^2 + 1 = \frac{3c^3 + c + 4 - 5}{c - 1} = \frac{3c^3 + c - 1}{c - 1}$$

olacaktır. Buradan devam ediniz).

42)  $y = x^2 - 3x + 5$  eğrisinin  $(3, 5)$  noktasındaki normal doğrusu eğriyi hangi noktada keser?

43) Ortalama değer teoremini kullanarak  $x > 0$  ise  $\arctan x < x$  ve  $x < 0$  ise  $\arctan x > x$  olduğunu gösteriniz.

44)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 + 5) - \ln 9}{x - 2} = ? (9 = 2^2 + 5 \text{ olduğunu kullan ve } f(x) = \ln(x^2 + 5) \text{ alınız}).$$

45)

$$\frac{x + \sqrt{y}}{y + \sqrt{x}} = \frac{3y - 9x}{x + y}$$

ile verilen eğrinin  $(1, 4)$  noktasındaki teğet denklemini yazınız(zor olabilir).

46)

$$f(t) = \cos t + \frac{t^2}{2}$$

fonksiyonuna ortalama değer teoremini uygulayarak  $x > 0$  ise  $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$  olduğunu gösteriniz.(Burada  $x \neq 0$  ise  $\sin x < x$  olduğunu kullanınız)  $x < 0$  ise yine  $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$  dir, neden ?( $\cos(-x) = \cos x$  olduğunu kullan).

48) Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz

$$\begin{aligned}
f(x) &= (x^2 \arctan x)^3 \\
f(x) &= \frac{1-x^2}{1+x^2} \\
f(x) &= (x^3 - 2x^2 + 1)^{5/4} \\
f(x) &= x^2 \cos 3x - x \sin^2 5x \\
f(x) &= (1 + \tan^2 2x)^3 (1 - \tan^2 3x)^2 \\
f(x) &= \sqrt{1+2x^4} \ln(2+5x^2) \\
f(x) &= \frac{1 + \arctan x}{2 + \arctan x} \\
f(x) &= x \arcsin x - 2x^2 \sqrt{1-x^2}
\end{aligned}$$