31/07/2018

SAÜ BİLGİSAYAR VE BİLİŞİM BİLİMLERİ FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
DİFERENSİYEL DENKLEMLER DERSİ YILSONU SINAVI

İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.

1. $y'+2xy=2xe^{-x^2}$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

2. $y''-4y'+5y=\dfrac{e^{2x}}{\cos x}$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

3. $y''+x^2y'-4xy=0$ denkleminin $x=0$ noktası komşuluğundaki çözümünü kuvvet serileri yardımıyla bulunuz.

4. $y''-y'=e^x\cos x$, $y(0)=0, y'(0)=0$ başlangıç değer probleminin çözümünü Laplace dönüşümü yardımıyla bulunuz.

dönüşümü yardımıyla bulunuz.

$$L\{e^{ax}f(x)\}=F(s-a)$$

$$L\{y^{(n)}\}=s^nY(s)-s^{n-1}y(0)-s^{n-2}y'(0)-\ldots-y^{(n-1)}(0)$$

SÜRE: 80 DAKİKADIR.

Başarılar Dileriz
İyi Tatiller.

1) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$ linear

$\lambda = e^{\int 2x\,dx} = e^{x^2}$ (5)

$e^{x^2}y = \int e^{x^2} 2x e^{-x^2} dx + C$ (5)

$e^{x^2}y = x^2 + C \Rightarrow$ $\boxed{y = x^2 e^{-x^2} + Ce^{-x^2}}$ (5)

(10)

---

2) $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$

$r^2 - 4r + 5 = 0$ (5) $r_{1,2} = 2 \mp i$

$\boxed{y_h = e^{2x}[C_1 \cos x + C_2 \sin x]}$ (5)

$y_p = C_1(x) e^{2x} \cos x + C_2(x) e^{2x} \sin x$ (5)

$C_1'(e^{2x}\cos x) + C_1'(e^{2x}\sin x) = 0$

$C_1'(2e^{2x}\cos x - e^{2x}\sin x) + C_1'(2e^{2x}\sin x + e^{2x}\cos x) = \frac{e^{2x}}{\cos x}$

$C_1' = -\frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow C_1 = \ln \cos x$ (5)

$C_1' = 1 \Rightarrow C_1 = x$

$\boxed{y_p = e^{2x}\cos x(\ln \cos x) + e^{2x}\sin x\,(x)}$ (5)

$\boxed{y_g = y_h + y_p}$

3) $y'' + x^2 y' - 4xy = 0$ $\quad x = 0$

$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ $\quad y' = \sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^{n-1}$ (1) $\quad y'' = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$.

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^{n+1} - 4 \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+1} = 0 \quad (1)$$

(5) $n = 0, 1, \ldots$

$$\boxed{a_{n+2} = -\frac{n-5}{(n+1)(n+2)} a_{n-1}}$$

$n=0$ $\quad a_2 = 0$

$n=1$ $\quad a_3 = \frac{2}{3} a_0$

$a_4 = \frac{1}{4} a_1$ $\quad a_5 = 0$ $\quad a_6 = \frac{1}{30} a_3 = \frac{1}{45} a_0$ (5) $\quad a_7 = 0$ $\quad a_8 = 0$ $\quad a_9 = 0$ $\quad a_{10} = 0$

$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots$

$= a_0 + a_1 x + \frac{2}{3} a_0 x^3 + \frac{1}{4} a_1 x^4 + \frac{1}{45} a_0 x^6 + \cdots$

$\boxed{y = a_0 \left(1 + \frac{2}{3} x^3 + \frac{1}{45} x^6 + \cdots\right) + a_1 \left(x + \frac{x^4}{4}\right)}$ (1)

4) $y'' - y' = e^x \cos x \qquad y(0) = y'(0) = 0$

$$L\{y'' - y'\} = L\{e^x \cos x\}$$

$$s^2 Y(s) - s\,y(0) - y'(0) - s\,Y(s) + y(0) = \frac{s-1}{(s-1)^2 + 1} \quad (1)$$

$$\boxed{Y(s) = \frac{1}{s(s^2 - 2s + 2)}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{s(s^2-2s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 - 2s + 2} \quad (1) \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

$$C = 1$$

$$y(x) = L^{-1}\left\{ \frac{1/2}{s} + \frac{-1/2\,s + 1}{(s-1)^2 + 1} \right\} (1)$$

$$= \frac{1}{2} L^{-1}\left\{ \frac{1}{s} \right\} - \frac{1}{2} L^{-1}\left\{ \frac{s-1}{(s-1)^2+1} \right\} + \frac{1}{2} L^{-1}\left\{ \frac{1}{(s-1)^2+1} \right.$$

$$\boxed{y(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^x \cos x + \frac{1}{2} e^x \sin x} \quad (1)$$