

MATEMATİK I DÖNEM ÖDEVİ(3.)

1. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x^2}-3}{\sin^2 x} = ?, \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1-\sin^3 x}{\cos^2 x} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{\sin x} \right) = ?, \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x - 1}{(\pi/2 - x)^2} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x^2 + 7x} = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2 \pi x}{x^3 - x} = ?, \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right) = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x \sin 3x}{x^2 - x \cos 3x} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{x^2} = ?$$

2.

$$f(x) = x^2 - 2x[x] + x$$

fonksiyonunun 0 noktasında türevi var mıdır?

3.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x, & x \geq 0 \text{ ise} \\ ax[x], & x \leq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun 0 noktasında türevinin olması için a reel sayısı ne olmalıdır.

4. $f(x) = x|x|$ ise $f'(x) = 2|x|$ olduğunu gösteriniz.

5.

$$f(x) = x^2 \sqrt{x^2 + x + 1}$$

fonksiyonu ile verilen eğrinin $(0,0)$ noktasındaki teğet ve normal doğrularının denklemini yazınız.

6.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{\cos 3x + \cos 5x} = ?, \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{\pi - 4x} = ?, \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 4x} = ?,$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (x - \pi) \tan(x/2) = ?, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sin \pi x} = ?$$

7.

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - \sin x + x}{x^3 + \sin x - x} = ?,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec x - \cos x}{3x^2} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x - x^2}{\tan x + 2 \sin^2 x} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{1 - \cos x} = ?$$

8. $y = x^2 + x$ ve $y = 2x^2 + 4x + 1$ parabollerinin c noktasından geçen teğet doğruları paralelse c yi bulunuz ve teğet doğrularını yazınız.

9. Türev tanımını kullanarak $f(x) = 1/x$ fonksiyonu için $f'(x) = -1/x^2$ olduğunu gösteriniz.

10. $y = -x^2 + 2x + a$ parabolünün teğet doğrularından biri $y = -2x + 1$ doğrusu ise $a = ?$

11.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, x \geq 0 \text{ ise} \\ a \sin x + b \cos x, x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun 0 noktasında türevi vars $a = ?, b = ?$. (Önce fonksiyonun 0 noktasında sürekli olduğunu kullanınız)

12. Aşağıdaki fonksiyonların türevini bulunuz

$$f(x) = x \arcsin x - 2x^2 \sqrt{1 - x^2}, f(x) = \frac{1 + \arctan x}{2 + \arctan x}, f(x) = (\sin x + \tan^3 4x)(\cos x + \tan^4 5x)$$

$$f(x) = \frac{(1 - x^2)^3}{(1 + x^2)^2}, f(x) = x^3 \cos 4x - \sin 7x, f(x) = (x^2 \arctan x)^6, f(x) = \sqrt{x^2 + (\arctan x)^2}$$

$$f(x) = (x^2 + \sin 3x)^{3/2} + (x^2 - \cos 2x)^{5/3}, f(x) = (1 + x^2)^3(1 - 2x^2)^5,$$

$$f(x) = \arcsin(2x - 1) - \arccos(2x - 1), f(x) = \left(x^2 + \sqrt{x^2 + \sin^2 x}\right)^3$$

13. $y = f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ ile verilen eğrinin $-r < c < r$ olmak üzere c noktasındaki normal doğrusunun orjinden geçtiğini gösteriniz.

14. $y = f(x) = \arctan x$ eğrisi ile $y = f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x$ parabollerinin $(0, 0)$ noktasındaki teğet doğrularını ve normal doğrularını yazınız.

15. $f(x) = \arcsin(2x - 1)$ fonksiyonunun tanım kümesini bularak türevini hesaplayınız.

16.

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} - 3}{x - 8} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|1 - x| - |1 + x|} = ?, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 8} - 3\sqrt{2x^2 - 1}}{\sin \pi x} = ?,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - x^4) \sin^2 2x}{\sqrt{1 + x^4} - \sqrt{1 + x^2}} = ?, \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x \sin^2(x - \pi)}{(x - \pi)^2 \cos(x/2)} = ?, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + x^2} - 1}{\sin^2 3x} = ?$$

17.

$$y = f(x) = \frac{x}{9 + x^2}$$

eğrisinin hangi noktadaki teğet doğrusu $(0, 2)$ ile $(3, 5)$ noktalarından geçen doğruya paraleldir.

18. $y = f(x)$ fonksiyonu c noktasında türevlenebilirse

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{xf(c) - cf(x)}{x - c} = f(c) - cf'(c)$$

olduğunu gösteriniz.

19. $y = ax^2 + bx + c$ parabolü üzerinde $P = (x_1, y_1), Q = (x_2, y_2), R = (x_3, y_3)$ noktaları veriliyor. Eğrinin Q noktasındaki teğet doğrusu P ve R den geçen doğruya paralelse

$$x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}, y_2 = \frac{y_1 + y_3}{2}$$

olduğunu yani Q nın P ve R nin orta noktası olduğunu gösteriniz.

20. Bileşke fonksiyonun türevini kullanarak

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 + 2x)}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2 + 2x) - 1}{x}$$

limitlerini hesaplayınız.

21.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x} - \cos^3 x}{x \tan x} = ? \text{ (Paya 1 ekleyip 1 çıkarınız), } \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \tan x}{\cos x - \sin x} = ?$$

22. $y = 3x^3 + x + 4$ eğrisinin $(1, 5)$ noktasından geçen tüm teğet doğrularını bulunuz(Teğet doğrusu $(c, 3c^3 + c + 4)$ noktasındaki teğet doğrusu olsun. Bu doğrunun eğimi $9c^2 + 1$ olacaktır. Ayrıca teğet doğrusu $(1, 5)$ ve $(c, 3c^3 + c + 4)$ noktasından geçtiğinden

$$9c^2 + 1 = \frac{3c^3 + c + 4 - 5}{c - 1} = \frac{3c^3 + c - 1}{c - 1}$$

olacaktır. Buradan devam ediniz).

23. $y = x^2 - 3x + 5$ eğrisinin $(3, 5)$ noktasındaki normal doğrusu eğriyi hangi noktada keser?

NOT: Lmitler hesaplanırken kesinlikle hopital kuralı uygulanmayacaktır. Çözemediğiniz soruları dersin sonuna doğru sorunuz.