

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 2

Студент
Новиков Даниил Дмитриевич
Р3131

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

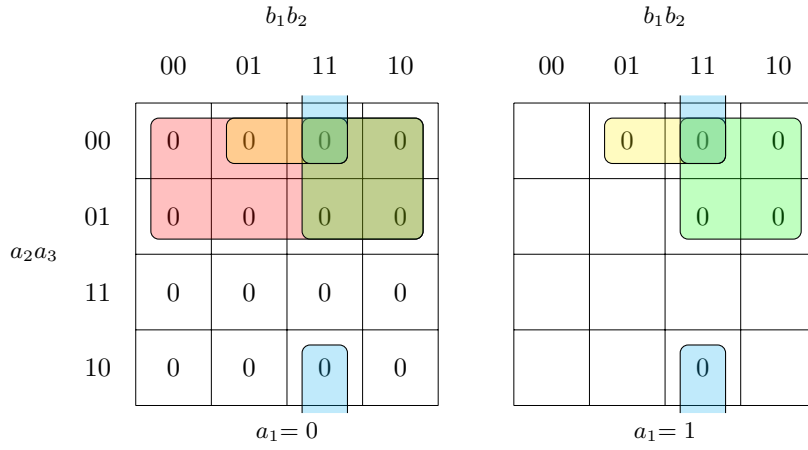
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = |A - B|$ (C — 3 бита, A — 3 бита, B — 2 бита).

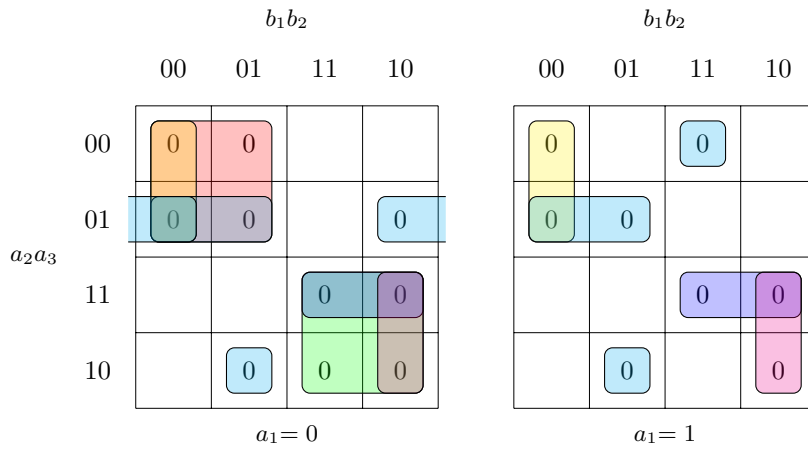
Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	c_1	c_2	c_3
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	0
6	0	0	1	1	0	0	0	1
7	0	0	1	1	1	0	1	0
8	0	1	0	0	0	0	1	0
9	0	1	0	0	1	0	0	1
10	0	1	0	1	0	0	0	0
11	0	1	0	1	1	0	0	1
12	0	1	1	0	0	0	1	1
13	0	1	1	0	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	0	0	1
15	0	1	1	1	1	0	0	0
16	1	0	0	0	0	1	0	0
17	1	0	0	0	1	0	1	1
18	1	0	0	1	0	0	1	0
19	1	0	0	1	1	0	0	1
20	1	0	1	0	0	1	0	1
21	1	0	1	0	1	1	0	0
22	1	0	1	1	0	0	1	1
23	1	0	1	1	1	0	1	0
24	1	1	0	0	0	1	1	0
25	1	1	0	0	1	1	0	1
26	1	1	0	1	0	1	0	0
27	1	1	0	1	1	0	1	1
28	1	1	1	0	0	1	1	1
29	1	1	1	0	1	1	1	0
30	1	1	1	1	0	1	0	1
31	1	1	1	1	1	1	0	0

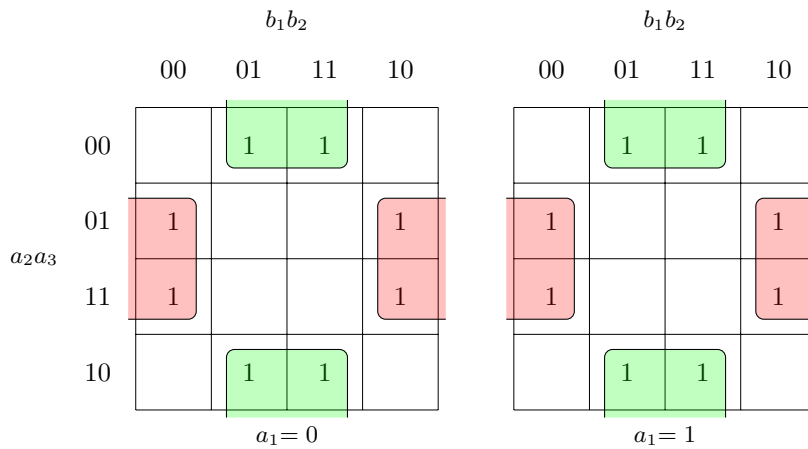
Минимизация булевых функций на картах Карно



$$c_1 = a_1 (a_2 \vee \overline{b_1}) (a_2 \vee a_3 \vee \overline{b_2}) (a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \quad (S_Q = 12)$$



$$c_2 = (a_1 \vee a_2 \vee b_1) (a_1 \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1}) (a_2 \vee b_1 \vee b_2) (a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_1) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1}) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee b_2) (a_1 \vee a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_2) (\overline{a_2} \vee a_3 \vee b_1 \vee \overline{b_2}) (\overline{a_1} \vee a_2 \vee a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \quad (S_Q = 40)$$



$$c_3 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 \quad (S_Q = 6)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1 (a_2 \vee \overline{b_1}) (a_2 \vee a_3 \vee \overline{b_2}) (a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_1} = 12) \\ c_2 = a_1 \vee a_2 \vee b_1 a_1 \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} a_2 \vee b_1 \vee b_2 a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_1 \overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee b_2 \wedge & (S_Q^{c_2} = 40) \\ \quad \wedge a_1 \vee a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_2 \overline{a_2} \vee a_3 \vee b_1 \vee \overline{b_2} \overline{a_1} \vee a_2 \vee a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2} \\ c_3 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_3} = 6) \end{cases} \quad (S_Q = 58)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 \vee a_3 \vee \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_1 = \varphi_0 a_1 (a_2 \vee \overline{b_1}) (a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_1} a_1 \vee a_2 \vee b_1 a_1 \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} a_2 \vee b_1 \vee b_2 a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_1 \overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \wedge & (S_Q^{c_2} = 38) \\ \quad \wedge \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee b_2 a_1 \vee a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_2 \overline{a_2} \vee a_3 \vee b_1 \vee \overline{b_2} \\ c_3 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_3} = 6) \end{cases} \quad (S_Q = 56)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 \vee a_3 \vee \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_1 = \varphi_0 a_1 (\overline{b_1} \vee a_2 (a_3 \vee \overline{b_2})) & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = a_2 \vee b_1 \vee a_1 b_2 \overline{a_3} \varphi_0 \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_1} \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee a_1 \overline{a_3} b_2 a_1 \vee a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_2 \wedge & (S_Q^{c_2} = 28) \\ \quad \wedge \overline{a_2} \vee a_3 \vee b_1 \vee \overline{b_2} \\ c_3 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_3} = 6) \end{cases} \quad (S_Q = 46)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{cases} \varphi_1 = \overline{a_3} b_2, \quad \overline{\varphi_1} = a_3 \vee \overline{b_2} \\ \varphi_1 = \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \overline{\varphi_1} \vee a_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = \varphi_0 a_1 (\overline{b_1} \vee \overline{\varphi_1} a_2) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = (\varphi_0 \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_1}) (a_2 \vee b_1 \vee \varphi_1 a_1) (\overline{\varphi_1} \vee \overline{a_2} \vee b_1) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \varphi_1 a_1) (a_1 \vee a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_2) & (S_Q^{c_2} = 25) \\ c_3 = \varphi_1 \vee a_3 \overline{b_2} & (S_Q^{c_3} = 4) \end{cases} \quad (S_Q = 41)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_1 = \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \overline{\varphi_1} \vee a_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_1 = \varphi_0 a_1 (\overline{b_1} \vee \overline{\varphi_1} a_2) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = (\varphi_1 a_1 \vee (a_2 \vee b_1) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1})) (\varphi_0 \vee \overline{a_1} \vee \overline{b_1}) (\overline{\varphi_1} \vee \overline{a_2} \vee b_1) (a_1 \vee a_2 \vee \overline{a_3} \vee b_2) & (S_Q^{c_2} = 24) \\ c_3 = \varphi_1 \vee a_3 \overline{b_2} & (S_Q^{c_3} = 4) \end{cases} \quad (S_Q = 40)$$

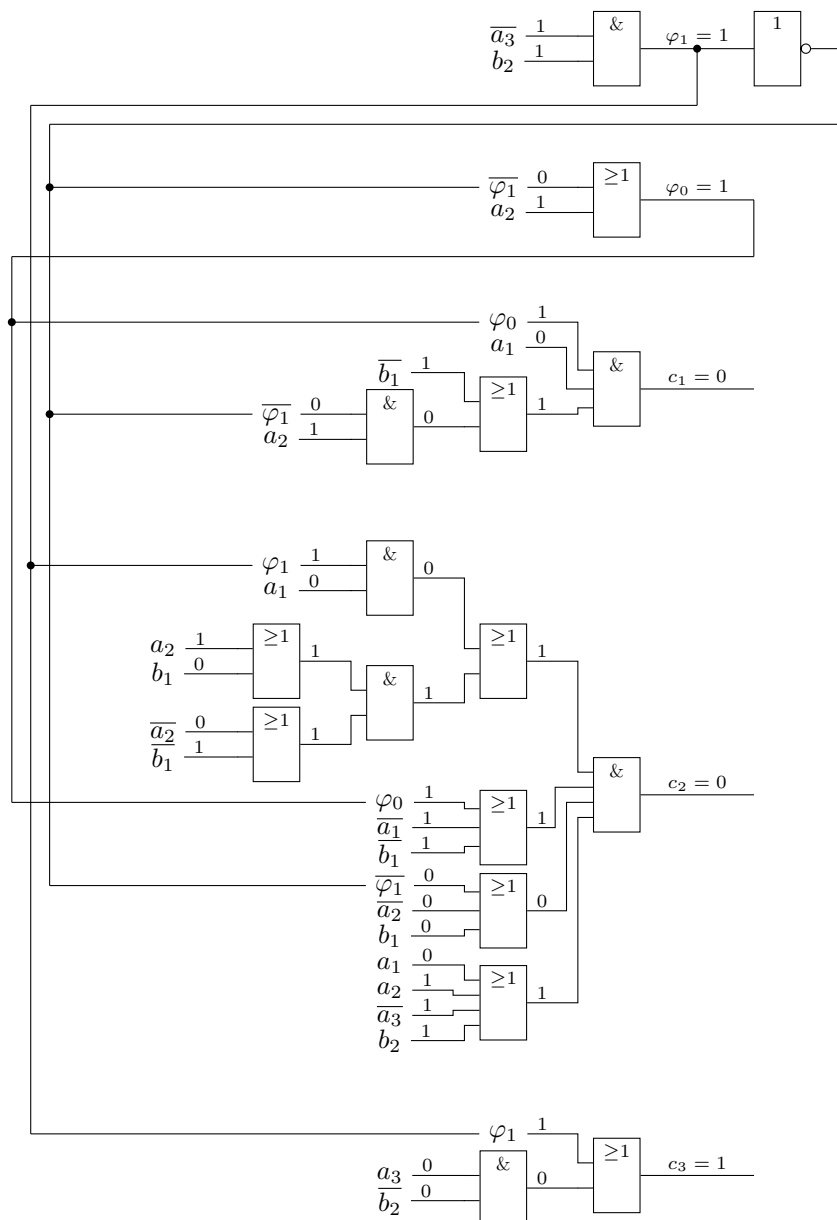
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 0, a_2 = 1, a_3 = 0, b_1 = 0, b_2 = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0, c_2 = 0, c_3 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 40$. Задержка схемы: $T = 5\tau$.