

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2

Синтез помехоустойчивого кода

466903 = 60 вариант

Выполнил:

Новиков Даниил Дмитриевич, Р3131

Проверила:

Авксентьева Елена Юрьевна, доцент

г. Санкт-Петербург 2024

Оглавление

| | |
|--|----|
| Задание..... | 3 |
| Основные этапы вычисления | 4 |
| • Задание №1 - 45 | 4 |
| • Задание №2 - 77 | 5 |
| • Задание №3 – 10..... | 6 |
| • Задание №4 - 29 | 7 |
| • Задание №5 – 110..... | 8 |
| • Задание №6..... | 9 |
| Программное решение | 10 |
| Заключение..... | 11 |
| Список использованных источников | 12 |

Задание

1. Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр.
Т.е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.
2. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
5. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
6. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
7. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
8. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Основные этапы вычисления

- Задание №1 - 45

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | S_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | S_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | S_3 |

Синдром(S_1, S_2, S_3) – 010

Конфигурация ошибки – 0100000

Ошибка в символе – r_2

Правильное сообщение – 1011

• Задание №2 - 77

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | S_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | S_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | S_3 |

Синдром(S_1, S_2, S_3) – 111

Конфигурация ошибки – 0000001

Ошибка в символе – i_4

Правильное сообщение – 1100

○ Задание №3 – 10

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | S_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | S_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | S_3 |

Синдром(S_1, S_2, S_3) – 010

Конфигурация ошибки – 0100000

Ошибка в символе – r_2

Правильное сообщение – 1111

• Задание №4 - 29

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | S_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | S_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | S_3 |

Синдром(S_1, S_2, S_3) – 011

Конфигурация ошибки – 0000010

Ошибка в символе – i_3

Правильное сообщение – 0000

• Задание №5 – 110

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | r_4 | i_5 | i_6 | i_7 | i_8 | i_9 | i_{10} | i_{11} |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|-------|
| 2^x | r_1 | r_2 | i_1 | r_3 | i_2 | i_3 | i_4 | r_4 | i_5 | i_6 | i_7 | i_8 | i_9 | i_{10} | i_{11} | S |
| 1 | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | S_1 |
| 2 | | X | X | | | X | X | | | X | X | | | X | X | S_2 |
| 4 | | | | X | X | X | X | | | | | X | X | X | X | S_3 |
| 8 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | S_4 |

Синдром(S_1, S_2, S_3, S_4) – 1111

Конфигурация ошибки – 0000000000000001

Ошибка в символе – i_{11}

Правильное сообщение – 01101100111

- Задание №6

i – число информационных разрядов в сообщении

r – минимальное число проверочных разрядов

k – коэффициент избыточности

$$i = (45 + 77 + 109 + 29 + 110) * 4 = 1480$$

$$2^r \geq r + i + 1$$

$$r = 11$$

$$k = \frac{r}{i + r} = \frac{11}{1491} = 0,0073776$$

Ответ: $r = 11$, $k = 0,0073776$.

Программное решение

Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

```
def hamming_decode(bits):  
    #Проверочные биты  
    p1 = bits[0]  
    p2 = bits[1]  
    p4 = bits[3]  
  
    #Информационные биты  
    d3 = bits[2]  
    d5 = bits[4]  
    d6 = bits[5]  
    d7 = bits[6]  
  
    #Вычисление синдромов  
    s1 = (p1 + d3 + d5 + d7) % 2  
    s2 = (p2 + d3 + d6 + d7) % 2  
    s3 = (p4 + d5 + d6 + d7) % 2  
    #Синдром: если не равен 0, указывает на ошибку  
    error_position = s1 + (s2 * 2) + (s3 * 4)  
  
    #Если синдром не равен 0, исправляем бит с ошибкой  
    if error_position != 0:  
        print(f"Ошибка в бите {error_position}")  
  
        #Инвертируем бит  
        bits[error_position - 1] ^= 1  
    else:  
        print("Ошибок нет")  
  
    #Возвращаем информационные биты (d3, d5, d6, d7)  
    message = [d3, d5, d6, d7]  
    print("Правильное сообщение:")  
    return message  
  
#Ввод последовательности и преобразование в массив  
input_string = input("Введите 0 и 1 подряд: ")  
bits = [int(dig) for dig in input_string]  
  
#Проверка на дурака  
if len(bits) != 7 or max(bits) != 1 or min(bits) <= 0:  
    print("Введена неправильная последовательность")  
else:  
    print(hamming_decode(bits))
```

Заключение

В этой работе я научился строить схему классического декодирования кода Хэмминга(7;4) и (15;11), так же вычислять минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Список использованных источников

https://pikabu.ru/story/kod_khyemminga_7_4_4201380

<https://habr.com/ru/articles/511348/>