Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №6
Работа с системой компьютерной вёрстки $\TeX$
Вариант: 28

Выполнил:
Новиков Даниил Дмитриевич
Группа P3131
Проверил:
Доцент, Авксентьева Елена Юрьевна

Санкт-Петербург, 2024

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$P\ (n)$	3	5	7	8	10	11	13	14	15	17	18	19	20	21	23	24	25	26
$I\ (n)$	3	5	7	9	10	11	13	14	16	17	18	19	20	21	23	24	25	26
$Q\ (n)$	4	5	8	9	10	11	14	15	16	17	18	19	20	21	24	25	26	27

могут осуществляться, как видно из приведенной таблицы.

Как именно ведет себя $I\ (n)$, мы расскажем подробнее в другой раз. А пока попытайтесь разобраться в этом самостоятельно. Попробуйте решить также следующие задачи.

1. Проверить приведенную выше таблицу.

У к а з а н и е. Наметим решения этой задачи для $n = 20$. В этом случае $P\ [n] = P\ [20] = 26$.

Разделим 20 шахматистов на две группы: в первой группе 16 человек, во второй — четыре. В первой группе определим стандартным способом (см. параграф 1 и параграф 2 III) 1-го призера A и 2-го призера B. На это уйдет $15+3 = 18$ партий. При этом $\underline{B}$ выиграет не больше, чем у четырех человек (см. параграф 3).

Во второй группе определим сильнейшего C по олимпиадной системе (3 партии). При этом C выиграет у двоих

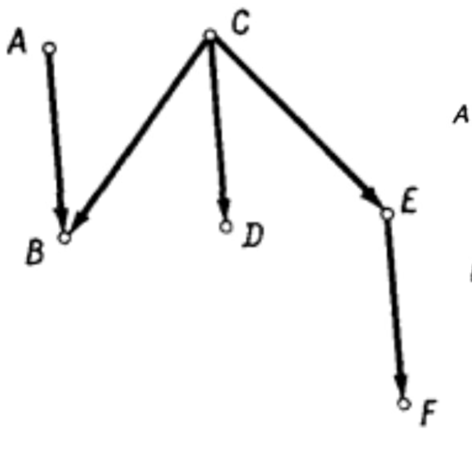

Рис. 1

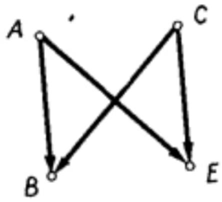

Рис. 2

Следующую (22-ю) партию проведем между B и C. Если победит B, то ясно, что A — чемпион, B — второй призер, а на третье место претендуют пятеро, проигравших B. За оставшиеся 4 партии можно найти среди них третьего призера.

Пусть наоборот, победит C. Тогда возникнет следующая ситуация (см. рис. 1): на призовые места претендуют шахматисты A, B, C, D, E и F (стрелки ведут от победителя к побежденным). Проверим 23-ю партию между D и E; пусть в этой партии победит E (случай, когда победит D, проще и рассматривается аналогично).

24-ю партию проведем между A и E. Если выиграет E, то C — чемпион, E — второй призер, а на третье место претендуют A, D и F. За оставшиеся 2 партии найдём среди них третьего призера.

Если 24-ю партию выиграет A, то (см. рис. 2) на первые два места претендуют A и C, на третье — B и E. Проведя две партии (между A и C и между B и E), мы определим 1-го, 2-го и 3-го призеров. Итак, $I\ (20) = 26 = P\ (20)$.

Только что приведенные правила резко отличаются от стандартных правил из главы III. По стандартным правилам шахматисты, проигравшие хоть одну партию , не участвуют в следующих играх до тех пор, пока не определится чемпион. Только отказавашись от этого , нам удалось определить 1-го, 2-го и 3-го призеров среди 20 шахматистов за 26 (а не за 27) партий.

2. Доказать, что 1-го и 2-го призеров среди n шахматистов наверняка можно определить за $l\ [n]+n-2$ партий и может не удаться определить за меньшее число партий.

3. Пусть мы хотим определить среди n шахматистов k сильнейших (1-го, 2-го, .., k-го призеров). Докажите, что

а) это наверняка можно сделать за $(k-1)\ l\ [n]+n-k$ партий;

б) если

$$R < l\ [n(n-1)\dots(n-k+2)]+n-k$$

то результаты партий могут оказаться такими, что это не удается сделать за R партий.

У к а з а н и е. В задаче б) мы рекомендуем расуждать так же, как в главе II, рассматривая «команды» $A_1, A_2, \dots, A_{k-1}$, состоящие из k-1 участника. Общее число таких команд равно $n(n-1)\dots(n-k+2)$