

Akdeniz Üniversitesi  
Fen Fakültesi - Fizik Bölümü  
FİZ319 Kuantum Fiziği Ders Notları



Doç. Dr. Mesut Karakoç

September 27, 2018

# İçindekiler

<b>1</b>	<b>Kuantum Fiziğinin Ortaya Çıkışı</b>	<b>3</b>
1.1	Karacisim Işınması . . . . .	3
1.1.1	Klasik Fiziğe Göre . . . . .	3
1.1.2	Planck Dağılımı ve Kuantumlu Enerji Kavramı . . . . .	6
1.2	Fotoelektrik Etki . . . . .	8
1.3	Compton Etkisi . . . . .	8
	İçindekiler	

For, as it has once been said, “research is to see what everybody has seen and to think what nobody has thought.” But post iacturam quis non sapit! [?]

# 1 Kuantum Fiziğinin Ortaya Çıkışı

Kuantum fiziğinin doğum sürecinin 14 Aralık 1900 tarihinde başladığı kabul edilebilir. O gün Max Planck Alman Fizik Topluluğu’nun bir toplantısında “Normal Spektrumun Enerji Dağılım Yasasının Teoremi” başlıklı makalesini sunmuştu [?]. Bu makale çok ilgi görmemesine rağmen, bir elektronun enerjisinin kuantumlu olabileceğini ilk defa öne sürdüğü için önemlidir.

Kuantum fiziğinin bütünüyle sadece bu makaleyle başladığını söylemek pek doğru olmaz. On dokuzuncu yüzyılın başlarında gerçekleştirilen bazı deneyleri klasik fizik açıklamakta yetersiz kalmıştır. Bu ilk bölümde bu deneyleri ve bu deneylerin açıklanması için ortaya çıkan yeni kavramları (ışığın parçacık özelliği, maddenin dalga davranışı, fiziksel niceliklerin kuantumlanması) anlamaya çalışacağız.

## 1.1 Karacisim Işınması

### 1.1.1 Klasik Fiziğe Göre

On dokuzuncu yüzyılın başlarında fizikçilerin en çok ilgilendikleri konulardan birisi: ısıtılmış cisimlerin nasıl ışıma yaptıklarıdır? Bu nedenle ısıtılmış cisimlerin ışıması üzerine bir çok deney yapılmış ve teorik olarak açıklanmaya ihtiyaç duyan bir çok deneysel veri ortaya çıkmıştır [?]. Termal ışımlar üzerine teorik çalışmalar Gustav Kirchhoff’un 1859 yılındaki çalışmaları ile başlar [?].

Kirchhoff “Işık ve ısıнын yayılımı ve soğurulması arasındaki ilişki” [?, ?] adlı makalesinde etrafları mükemmel yansıtıcılarla sarılmış iki yayıcı ve soğurucu sonsuz paralel plakanın ısı dengeli durumundaki ışıma alışverişlerini inceledi. Plakaların yayıcılık (Emitting) ve soğuruculuk (Absorbing) özellikleri için  $E(\lambda, T)$  ve  $A(\lambda, T)$  şeklinde iki ifade tanımladı.

- $E(\lambda, T)$ : yayınlanma gücü herhangi bir  $T$  sıcaklığında herhangi bir  $\lambda$  dalga boyundaki ışımanın birim alan ve birim zaman başına şiddetini tanımlar ve birimi  $W/m^2 \equiv \frac{J}{s \cdot m^2}$ ’dir.
- $E/A$  yayınlanan ışının ne kadarlık kısmının soğurulduğunu tanımlar.

Kirchhoff ortaya attığı problemdeki termal denge durumundaki levhalardan birinden yayınlanan ışımanın enerjisinin diğeri tarafından soğurulanın enerjisine eşit olması gerektiğini gösterdi ve böylece her iki plaka içinde  $E/A$  oranının eşit olacağını gösterdi.

Daha sonra Kirchhoff “kara cisim” diye adlandırdığı bütün ışık spektrumunu soğurabilen bir nesne kavramını ortaya attı ve bu nesne için  $A = 1$  olduğunu fark etti. Bu durumda  $E(\lambda, T)$  bütün termal ışıma yapan nesneler için evrensel bir fonksiyon halini almaktadır.

Böyle bir karacisim şekilde gibi bir küresel kovukta açılan delikle temsil edilir. Bu deliğe gelen neredeyse bütün elektromanyetik ışınlar tekrar kovuktan çıkamazlar ve kovuk duvarları tarafından soğurulurlar. Böylece kovuğun bu çok küçük deliği bütün elektromanyetik spektrumu soğuran bir kara cisim halini alır.

- Termodinamiğin ikinci yasasına göre yalıtılmış bir sistemin entropisi ya artar ya da ideal bir denge durumunda sabit kalır.

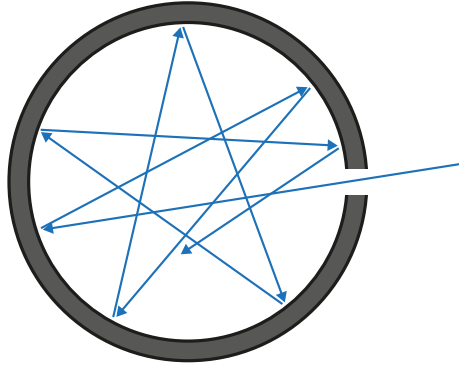


Figure 1: Kara cisim, küre şeklindeki kovukta açılan deliktir.

Kirchhoff bu yasaya dayanarak kovuğun içinde termal ışımanın homojen olması gerektiğini ve ısıma akısının yönden bağımsız olması gerektiğini ve aynı sıcaklığa sahip herhangi bir kovuk sistemi için bu durumun geçerli olduğunu gösterdi.

Kovuğun içindeki enerji yoğunluğunun ( $w(\lambda, T)$ ) yayınlama gücü  $E$  ile olan ilişkisi aşağıdaki gibidir,

$$w(\lambda, T) = \frac{4E(\lambda, T)}{c}. \quad (1)$$

burada  $c$  ışığın boşluktaki hızıdır. Wilhelm Wien 1894 yılında enerji yoğunluğunun (deneysel verilerin bir sonucu olarak),

$$w(\lambda, T) = \lambda^{-5} f(\lambda T) \quad (2)$$

gibi bir fonksiyon cinsinden yazılabileceğini gösterdi. Bu fonksiyonun bir benzerini frekansa

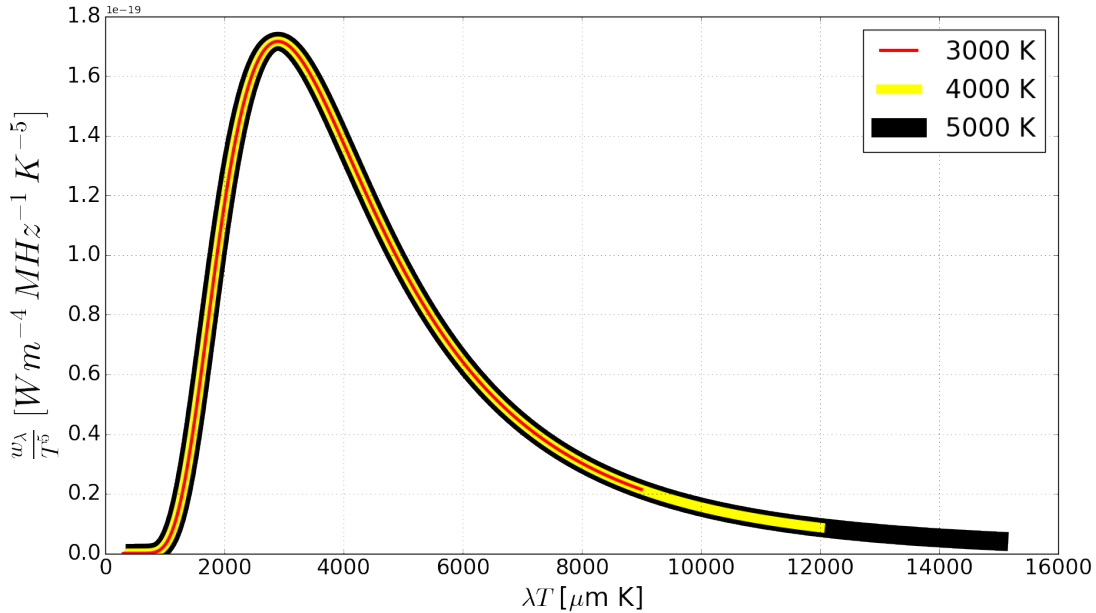


Figure 2: Denk. 2'deki fonksiyonun varlığını gösteren spektrum.

bağlı olarak aşağıdaki eşitliği kullanarak yazmak da mümkündür.

$$u(\nu, T) = w(\lambda, T) \left| \frac{d\lambda}{\nu} \right| = w\left(\frac{c}{\nu}, T\right) \frac{c}{\nu^2}. \quad (3)$$

Böylece Wien'in önerdiği tek parametrelili bilinmeyen fonksiyon,

$$u(\nu, T) = \nu^3 g\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (4)$$

olarak da önerilebilir. Wien bilinmeyen bu fonksiyon için Lummer ve Pringsheim tarafından önerilen deneylere dayanarak,

$$g(\nu/T) = Ce^{-\beta\nu/T} \quad (5)$$

formunu önermiştir ve ışıma spektrumun yüksek frekanslı (düşük dalga boylu) kısımlarını açıklamayı başarmıştır. Yine aynı fonksiyondan faydalanarak,

$$\lambda_{enb} = b/T \quad (6)$$

Wien kayma yasası olarak bilinen eşitliği bulmuştur. Burada  $b = 2.8977729(17) \times 10^{-3}$  m

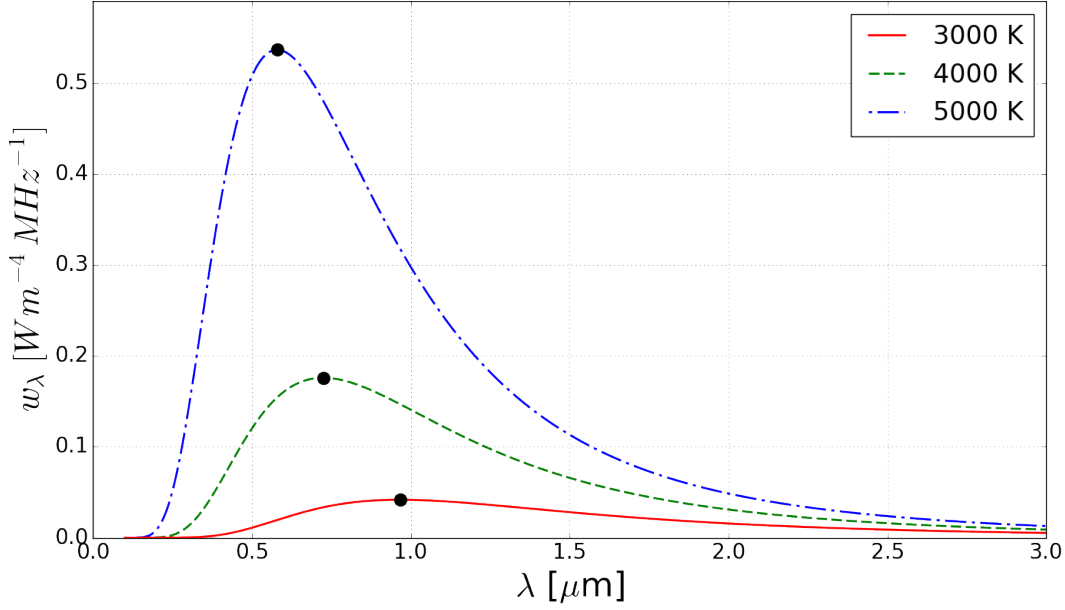


Figure 3: 3000, 4000 ve 5000 Kelvin sıcaklıklarındaki sistemlerin kara cisim spektrumları.

K değerindedir ve biraz önce bahsedilen deneyden elde edilen bir sabittir. Bütün kara cisim spektrumları için geçerlidir. Bu yasa ile belirli bir sıcaklıkta hangi dalga boyunda en büyük ışıma şiddetinin gerçekleşeceği belirlenebilir.

Örneğin Şekil 3'teki spektrumlar için Wien yasasından faydalanılarak Tablo 1'deki değerler bulunur.

T (°K)	$\lambda_{enb} (\mu m)$
3000	0.966
4000	0.724
5000	0.580

Table 1: Wien kayma yasası ile elde edilen dalga boyu değerleri. Şekil 3'de spektrum eğrileri üzerinde içi dolu noktalar olarak işaretlenmişlerdir.

Wien'in modeli yüksek frekanslarda deneyle uyumlu olmasına karşın düşük frekanslarda bu başarıyı yakalayamamıştır. Ek olarak Wien'in modeli klasik fiziğin temel bazı varsayımlarını göz önüne almamıştır. J. W. S. Rayleigh klasik fizikteki enerjinin eş bölüşümü teoremini ve elektromanyetik dalgaların kovuk içerisindeki normal modlarını hesaba katarak,

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T \quad (7)$$

sonucuna ulaşmıştır. Burada  $k_B = 1.38064852 \times 10^{-23}$  J/K, Boltzmann sabitidir ve enerjinin eş bölüşüm teoremine göre  $k_B T$  serbestlik derecesi başına ortalama enerjidir. Elde edilen bu

dağılım Rayleigh-Jeans dağılımı olarak bilinir. Jeans'in katkısı Rayleigh'in hesaplarında yaptığı bir düzeltmeden kaynaklanmaktadır. Rayleigh-Jeans dağılımı Wien dağılımının aksine yüksek frekanslarda başarısızdır. Ek olarak bütün frekanslar üzerinden alınan integral sonucunda elde edilen kovuk içindeki toplam enerji yoğunluğu ıraksar ve sonsuz değer verir, böylece fiziksel açıdan doğru olmayan bir sonuç elde edilmiş olur.

### 1.1.2 Planck Dağılımı ve Kuantumlu Enerji Kavramı

Planck, Wien ve Rayleigh-Jeans dağılımlarını dikkate alarak deneysel eğriyi çok iyi açıklayan,

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (8)$$

dağılım formülünü elde etmiştir. Burada  $h$  daha sonra çok ünlenen fakat Planck tarafından sadece deneysel ve teorik eğriyi birbirine uydurabilmek için eklenmiş bir serbest parametredir. Serbest parametrenin(!) değerinin  $h = 6.626070040 \times 10^{-34}$  J s olduğu bulunmuş ve adına Planck sabiti denmiştir. Planck'ın elde ettiği dağılım ifadesi  $\frac{h\nu}{k_B T} \ll 1$  için Rayleigh-Jeans dağılımına indirgenirken,  $\frac{h\nu}{k_B T} \gg 1$  için Wien dağılımına indirgenmektedir.

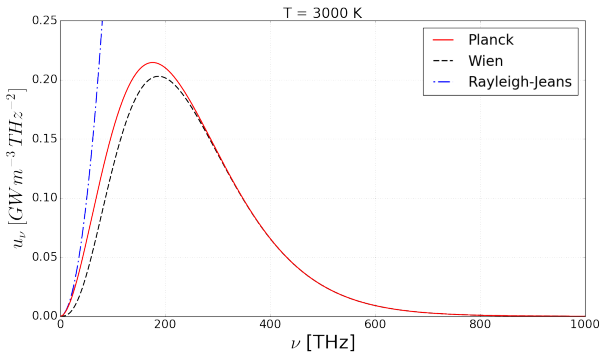


Figure 4: Üç farklı modelle elde edilen kara cisim ısıma spektrumlarının frekansa göre davranışı.

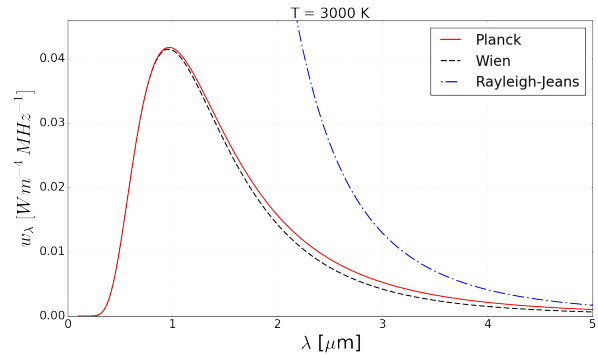


Figure 5: Üç farklı modelle elde edilen kara cisim ısıma spektrumlarının dalga boyuna göre davranışı.

Planck ilk önceleri bu ifade için teorik bir temel kuramasa da daha sonra, kovuğun duvarlarındaki ışıının yayılma ve soğurulma dinamik dengesini izah edebilmek için kovuğun duvarlarının basit salıncıklar (osilatör) gibi davrandığını ortaya atmıştır. Bu düşüncüyü ortaya atarken önemli bir varsayımda bulunmuştur: “herhangi bir  $\nu$  frekanslı ışıının sadece  $E = h\nu$  enerjili paketler (kuanta) halinde yayılabilir veya soğurabilir”.

Boltzmann dağılımı ile kara cisim kovuğu içindeki ortalama enerji,

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} E P(E) dE}{\int_0^{\infty} P(E) dE} \quad (9)$$

ifadesi ile hesaplanabilir. Burada  $P(E)$  basit harmonik salıncıkların  $E$  enerjisine sahip olma olasılığını tanımlayan Boltzmann dağılımıdır ve

$$P(E) = \frac{e^{-E/k_B T}}{k_B T} \quad (10)$$

olarak tanımlanır. Planck  $E$ 'nin sürekli bir değişken değilde izinli ve kesik değerlere sahip olmasını gerektüğünü düşündüğünden,  $n = 0, 1, 2, \dots$  olmak üzere, Denk. 9,

$$\overline{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} EP(E)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(E)} \quad (11)$$

olarak yazılabilir. Böylece, herhangi bir radyasyon yayılımı ve soğurulması  $E = nh\nu$  enerjili değerler alabildiğine göre,

$$\overline{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \frac{e^{-E/k_B T}}{k_B T}}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-E/k_B T}}{k_B T}} \quad (12)$$

sonucuna ulaşılır. Gerekli matematiksel işlemler tamamlandığında [?] kovuk içi basit salınıcıların (harmonik osilatörlerin) ortalama enerjisi,

$$\overline{E} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (13)$$

olarak bulunur. Elde edilen bu sonuç birim hacimdeki harmonik osilatör sayısı ile çarpıldığında Denk. 8'deki Planck dağılımı elde edilmiş olur.

Şekil 4 ve 5'te sürekli çizgiyle çizilen dağılım Planck dağılımıdır ve deneysel verileri en iyi açıklayan dağılımdır. Ek olarak Planck enerji yoğunluğu dağılımının bütün frekanslar üzerinden integrali alındığında Rayleigh-Jeans gibi ıraksamaz ve sonlu bir değerde kalır. Integral ve sonucu aşağıdaki gibidir.

$$U(T) = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^{\infty} d\nu \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} = aT^4 \quad (14)$$

Eğer integral yayının gücü yoğunluğu üzerinden alınmış olsaydı sonuç,

$$E(T) = \sigma T^4 \quad (15)$$

olurdu. Her iki ifade de karacisim ışıınımı için benzeri bir sonucu ifade etmektedir ve Stefan-Boltzman yasası olarak bilinmektedir: "bütün ışıma spektrumu üzerinden alınan integral sonucu elde edilen ışıma enerji yoğunluğu veya ışıma yayının gücü sıcaklığın dördüncü kuvvetiyle doğru orantılıdır". Her iki ifadedeki sabitlerin değerleri,

$$\begin{aligned} \sigma &= 5.670367(13) \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \\ a &= 4 \frac{\sigma}{c} \end{aligned} \quad (16)$$

olarak verilir ve  $\sigma$  Stefan-Boltzmann sabiti [?] olarak adlandırılır.

Planck neden bu şekilde kesikli bir davranışın gerçekleştiğine bir açıklama getiremedi ve bilinmeyen bir neden kovuk duvarlarındaki atomların paketler (kuantlar) halinde kesikli enerjiler yayınladıklarını öne sürdü. Bilinmeyen nedenin açıklaması fotoelektrik etkinin Einstein tarafından çalışılmasıyla ortaya çıktı.

Günlük hayatımızda ışığın kesikli veya parçacıklı doğasını görememiz doğaldır. Örneğin, beyaz ışık yayan ve 5 Watt'lık tasarruflu bir ampulden gözümüze 400 nm (mor) ve 700 nm (kırmızı) dalga boyu aralığında bir çok ışık gelmektedir. Ampulden gelen bütün ışığın en küçük dalga boyuna yani en fazla enerjiye sahip olduğunu varsayalım. Bu durumda bir tek ışık paketinin sahip olacağı enerji,

$$h\nu = hc/\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J s} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{400 \times 10^{-9} \text{ m}} \approx 5 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (17)$$

olur. Bu çok küçük bir enerji miktarıdır. 5 Watt'lık tasarruflu ampülün bir saniyede yayınlayacağı ışık paketi sayısı ise,

$$N = \frac{5 \text{ J/s}}{5 \times 10^{-19} \text{ J}} \approx 10^{19} \text{ paket/s} \quad (18)$$

olur. Bu miktarda paketin bir saniyede insan tarafından tek tek sayılması mümkün değildir!  
DENEMEEEEEEEEEEEEE

## 1.2 Fotoelektrik Etki

1. silinecek  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

*numarasızdenklem*

## 1.3 Compton Etkisi