

ППМГ „АКАД. НИКОЛА ОБРЕШКОВ“
V ППМГ БУРГАС CHALLENGE

Състезание по физика, 24 юни 2023 г.

Решения на темата за 6 клас

Задача 1. Трябва да сме бързи!

Част 1. Само с едно колело

Търсейки си обяд, Ани, Биби и Вики са се озовали в Меден Рудник. След като похапнали, осъзнали, че им остават само 30 минути до училище. Те трябва да стигнат до ППМГ “Акад. Н. Обрешков”, която се намира на $s = 7,5$ km от тях. За съжаление те сега не са в състояние да тичат и за такова голямо разстояние биха развили скорост до $v = 8$ km/h. Освен това са си изхарчили всички пари и не могат да си купят билети за градски транспорт или да наемат такси.

а) За колко време биха стигнали до училище, в случай, че все пак решат да тичат? [1 т.]

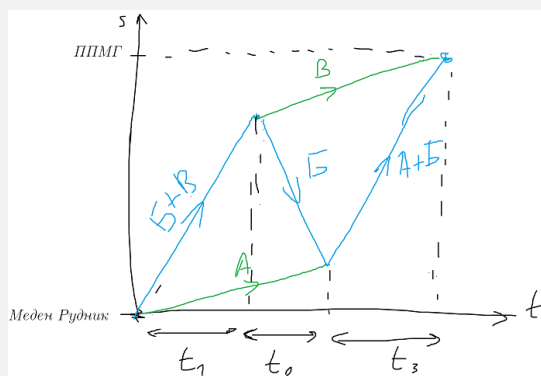
$$t = \frac{s}{v} = \frac{7,5}{8} \text{ h} = 56,25 \text{ min}$$

Те разполагали с едно колело, на което обаче могат да се качат най-много двама човека едновременно. Колелото може да развие скорост $u = 24$ km/h.

б) Опишете по какъв начин момичетата ще могат да се придвижат най-бързо до училище. [1,5 т.]

В началото с колело могат да тръгнат само двама, например Б и В. След като наближат училище, Б може да се върне с колелото до А и да я закара обратно с колелото до училище. Биха били най-бързи, ако Б избере такъв момент за връщане обратно, че накрая А, Б и В да пристигнат едновременно в училище.

в) За колко време ще стигнат до училище по посочения начин? [2,5 т.]



Нека Б се придвижва напред с колелото за време t_1 , после се връща обратно за време t_2 и накрая продължава пак напред за време t_3 .

Общият изминат път от А е $s = v(t_1 + t_2) + ut_3$, а от В – $s = ut_1 + v(t_2 + t_3) \Rightarrow t_3 = t_1$. Б се движи напред-назад, като общото ѝ преместване е $s = u(t_1 - t_2 + t_3) = u(2t_1 - t_2)$. Тогава

$$48t_1 - 24t_2 = 7,5 \text{ h}; \quad 32t_1 + 8t_2 = 7,5 \text{ h}$$

$$16t_1 = 32t_2 \rightarrow t_1 = 2t_2$$

$$36t_1 = 7,5 \text{ h} \rightarrow t_1 = 12,5 \text{ min}$$

$$t = 2t_1 + t_2 = 31,25 \text{ min}$$

г) Колко време ще се наложи на една от тях да прекара сама в околностите на Меден Рудник? [1 т.]

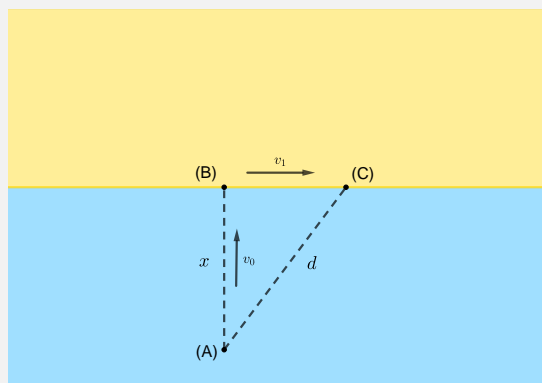
А ще бъде сама в продължение на $t_1 + t_2 = 18,75 \text{ min}$ от страната на Меден рудник.

Част 2. В морето или по суша?

Ани се намира в морето, на разстояние $x = 20 \text{ m}$ от брега. Нейната скорост на плуване е $v_0 = 1,5 \text{ m/s}$. Ако бяга по пясък обаче може да развие скорост $v_1 = 4 \text{ m/s}$.

Целта ѝ е да достигне до чадър, който се намира точно на бреговата линия, на разстояние $d = 25 \text{ m}$ от Ани.

а) Начертайте в мащаб Ани, бреговата линия и точката, която трябва да достигне. [0,5 т.]



б) Кое би било по-бързо – Ани да преплува директно най-прекия път от нея до чадъра или първо да стигне по най-краткия път до брега, след което да тича до чадъра? [1,5 т.]

Времето за изминаване на най-прекия път е $t_1 = d/v_0 = 16,7 \text{ s}$.

Нека най-близката точка от брега е т. B, а чадърът е т. C. Тогава времето за плуване (A-B) и тичане (B-C) е

$$t_2 = \frac{AB}{v_0} + \frac{BC}{v_1} = 17,1 \text{ s},$$

където $BC = 15 \text{ m}$ може да получим, измервайки разстоянието по чертежа (който трябва да е в мащаб). Значи Ани е по-добре да плува.

в) Има ли още по-бърз вариант? Ако има, начертайте една такава траектория и покажете, че за нея времето наистина е по-кратко и от двете възможности в предишната подточка. [2 т.]

Ако вземем например средата M на BC, $MC = 7,5 \text{ m}$ и измерваме $AM \approx 21,4 \text{ m}$.

По тази траектория времето, което ще отнеме на Ани да стигне до чадъра е

$$t_3 = \frac{AM}{v_0} + \frac{MC}{v_1} \approx 16,1 \text{ s}.$$

Задача 2. Хидроинженер

Ахмед е назначен да контролира изтичането на водата от язовир Мандра. Площта на земята, върху която се намира язовирът, е $S = 13 \text{ km}^2$. През цялата задача може да приемете основата на язовира за плоска. Плътността на водата е $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

а) Ако дълбочината на водата е $h = 2,5 \text{ m}$, намерете колко тона вода има в язовира. [2 т.]

Язовирът е пълен с вода с обем $V = Sh = 32\,500\,000 \text{ m}^3$. Масата ѝ е $m = \rho V = 32,5 \cdot 10^9 \text{ kg} = 32,5 \cdot 10^6 \text{ t}$.

Ахмед е изпразнил целия язовир, след което затворил шлюзовете, така че постъпилата вода да не изтича от язовира. В язовира се стича вода от четири реки - Изворска (1), Факийска (2), Средецка

(3) и Русокастренска (4). Да приемем, че в настоящия момент от тях към язовира се стича вода с дебит съответно $Q_1 = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_2 = 0,8 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_3 = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ и $Q_4 = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$. Дебит на реката означава изтекло количество обем на единица време.

б) Колко килограма вода се стича за единица време в язовира? [2 т.]

Общият дебит на четирите реки е $Q_{\text{in}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 3,8 \text{ m}^3/\text{s}$. Тъй като $m = \rho V$, изтеклата маса на единица време е равна на обемния дебит, умножен по плътността.

$$Q_m = 3\,800 \text{ kg/s}.$$

в) За колко време язовирът ще се напълни отново до $h = 2,5 \text{ m}$? [1,5 т.]

Вече знаем, че обемът, до който трябва да се напълни язовирът, е $V = 32,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, а дебитът, с който се пълни, е $Q_{\text{in}} = 3,8 \text{ m}^3/\text{s}$. Тогава необходимото време е

$$t = \frac{V}{Q_{\text{in}}} = 99 \text{ d}.$$

Ахмед разполага с два шлюза. Ако отвори и двата, целият язовир би се изпразнил за време $t_1 = 10 \text{ d}$. Ако отвори само първия, язовирът би продължил да се пълни, като нивото на водата ще расте със скорост $v = 0,2 \text{ mm/h}$.

г) Намерете дебитите, с които изтича водата през двата шлюза. [3 т.]

Нека двата дебита са Q_3 и Q_4 . Ако отворим само първия шлюз, язовирът ще се пълни с $Q' = Q_{\text{in}} - Q_3 = vS = 0,0002 \text{ m/h} \cdot 13\,000\,000 \text{ m}^2 = 2600 \text{ m}^3/\text{h} \approx 0,72 \text{ m}^3/\text{s}$.

$$Q_3 = Q_{\text{in}} - Q' = 3,08 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Ако отворим и двата шлюза, язовирът ще се изпразва с $Q'' = Q_3 + Q_4 - Q_{\text{in}}$ за време $t_1 = 10 \text{ d}$, като е имал начален обем $V = 32,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$,

$$Q'' = \frac{V}{t_1} \approx 37,62 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q_4 = Q'' + Q_{\text{in}} - Q_3 \approx 38,3 \text{ m}^3/\text{h}$$

д) Ако Ахмед държи първия шлюз постоянно отворен, през каква част от времето трябва да оставя втория шлюз отворен, така че нивото на водата да остава приблизително постоянно? [1,5 т.]

Ако вторият шлюз е отворен η част от времето, средният му дебит ще е ηQ_4 .

За да остава нивото на водата постоянно, трябва $Q_{\text{in}} = Q_3 + \eta Q_4$.

$$\eta = \frac{Q_{\text{in}} - Q_3}{Q_4} \approx 1,9\%.$$

Задача 3. Преплетени вериги

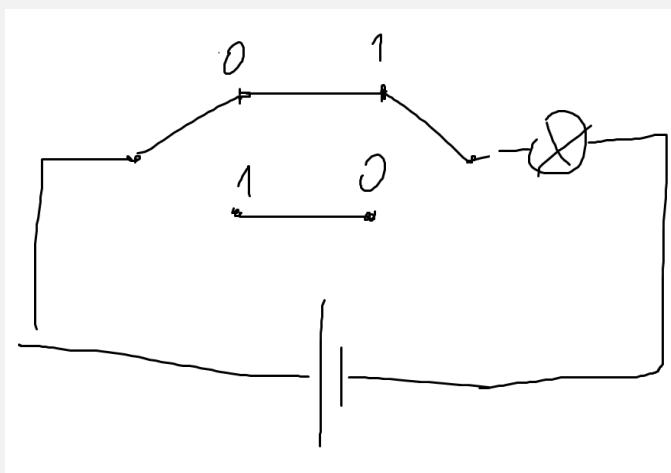
Мишо мечтае да си построи сам компютър, или поне проста сметачна машина, в която в ролята на битове да влязат лампички и ключове. За целта той се е сдобил с огромно количество лампички и батерийки, а ако попаднеш в стаята му, още с влизането си ще се препънеш от някой кабел.

Сега Мишо се е сдобил със странен вид ключове, които са показани на Фиг. ??. Вместо “включено” и “изключено”, ключът има 2 положения. В първото положение лявата жичка е свързана с горната дясна жичка. Във второто положение лявата жичка е свързана с долната дясна.

а) Ако разполагате с два такива ключа, една батерия, една лампичка и произволно количество жички, изобретете верига, в която който и ключ да натиснем, лампичката от изключена да става включена и от включена – изключена. [4 т.]

Описаната горе схема Мишо ще използва като логическата операция “изключващо или” (XOR).

б) Номерируйте положенията на ключовете с **1** и **0**, така че лампичката да свети в положения **0+1** и **1+0** и да е изключена в положения **0+0** и **1+1**. [1 т.]

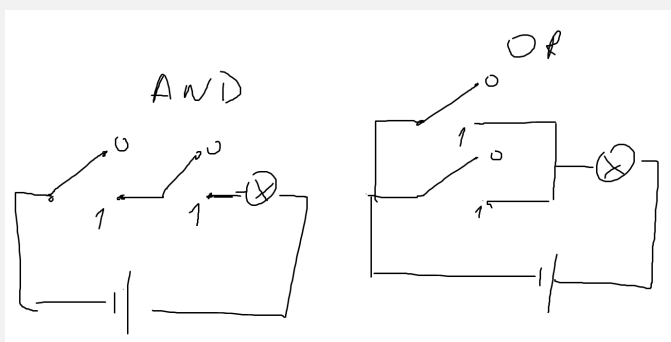


Сега той решава да я използва като логическата операция “изключващо не-или” (XNOR).

в) Номерируйте положенията на ключовете с **1** и **0**, така че лампичката да свети в положения **0+0** и **1+1** и да е изключена в положения **0+1** и **1+0**. [1 т.]

Тук е нужно само да разменим 0 и 1 при левия ключ.

г) Използвайки *обикновени ключове*, постройте схеми, които да съответстват на логическите операции “и” (AND) и “или” (OR). В първия случай лампичката трябва да свети само ако и двата ключа са в избраното от вас положение **1**, а във втория случай – ако поне един от ключовете е в положение **1**. [4 т.]



Задачите от тази тема са съставени от Георги Александров.