

**ППМГ „АКАД. НИКОЛА ОБРЕШКОВ“  
V ППМГ БУРГАС CHALLENGE**

*Състезание по математика, 10 юни 2023 г.*

*Тема за 6 клас*

**Задача 1.** (6 точки)

- а) Колко са естествените числа, по-малки или равни на 2023, които имат точно 18 естествени делителя и се делят на 36?
- б) По случаен начин е избран един от естествените делители на най-малкото число със свойството от а). Каква е вероятността този делител да е точен квадрат на естествено число?

**Задача 2.** (6 точки) Произведението на три последователни цели числа, средното от които се дели на 3, е три пъти по-голямо от точен квадрат на някое цяло число. Кой са всички възможности за числата?

**Задача 3.** (7 точки) Върху страната  $BC$  на  $\triangle ABC$  е избрана точка  $A_1$ , такава че  $BA_1 : A_1C = 3 : 5$ , а върху страната  $AC$  е избрана точка  $B_1$ , такава че  $AB_1 : B_1C = 1 : 4$ . Точките  $A_2$  и  $A_3$  върху страната  $BC$  и точките  $B_2$  и  $B_3$  върху страната  $AC$  са такива, че  $AA_1 \parallel B_1A_2 \parallel B_2A_3$  и  $BB_1 \parallel A_1B_2 \parallel A_2B_3$ . Нека  $AA_1 \cap BB_1 = M$ ,  $B_1A_2 \cap A_1B_2 = N$  и  $B_2A_3 \cap A_2B_3 = P$ . Ако  $S_{MA_1NB_1} + S_{NA_2PB_2} = 9 \text{ cm}^2$ , да се намери лицето на  $\triangle ABC$ .

**Задача 4.** (7 точки) Даден е бял квадрат със страна  $2^n$ , където  $n$  е цяло неотрицателно число. На всеки ход можем или да разделим бял квадрат на четири бели части чрез двете прави през средите, успоредни на страните му (стига обаче белият квадрат да е с дължина на страната поне 2), или да оцветим бял квадрат в един от цветовете синьо, зелено, червено и жълто. Накрая не може да има бяла част. Нека  $A_n$  е броят на всички различни таблици, които можем да получим (таблиците, които могат да се получат една от друга чрез завъртане или обръщане, се считат за различни). Да се намерят всички естествени числа  $n$ , за които  $A_n$  е число от вида  $420180420180 \dots 420180$ , т.е. няколко копия на 420180, записани едно след друго.

*Време за работа – 4 часа и 30 минути.*

**Журито Ви пожелава успех!**