

UTN.BA

Teoría de Circuitos 1

Divertidas notas de clase Métodos Sistemáticos de Resolución de Circuitos (II)

Diego Sebastián Sica
@SicaTc1
Versión 1.0

Apreciadas/os alumnas/os: El objetivo primordial de este documento, derivado de las notas de clases, es acercarles material que los referencie a los temas desarrollados durante nuestros encuentros. Está preparado con un enfoque basado en el alumno y realizado con mucha pasión, y si bien espero que lo consulten, los aliento fuertemente a que no dejen de leer la bibliografía. Destaco que las figuras y citas que eventualmente fueran empleadas tienen el único propósito de conformar el presente escrito y no pretenden obtener ningún beneficio adicional que pudiera afectar los derechos de los autores, a quienes se reconocen como fuente. Lejos del idealismo de la perfección, aceptaré agradecido sus sugerencias.

Métodos sistemáticos de resolución de circuitos

1. Introducción.

Hemos presentado en el documento anterior dos métodos sistemáticos de resolución de circuitos, muy potentes y bastante abarcativos. Para ello, presentamos algunas cuestiones relacionadas con las fuentes de tensión y de corriente, hablamos un poco de sistemas lineales, y consensuamos un método sistemático para resolver circuitos, es decir, conocer las variables de nuestro interés, para dos casos principales: circuitos formados por impedancias y fuentes de tensión (independientes y controladas), y circuitos con admitancias y fuentes de corriente. Fuimos muy felices.

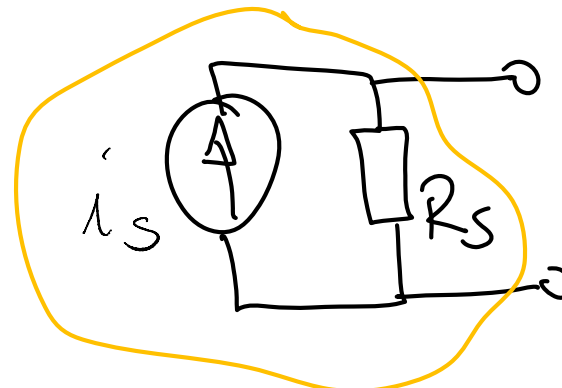
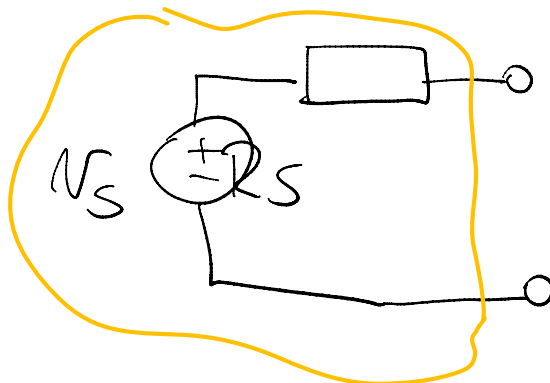
Después nos preguntamos qué hacer si en el circuito aparecían los dos tipos de fuentes. La respuesta fue casi inmediata: transformar las fuentes de tensión con una impedancia en serie, en una fuente de corriente con una impedancia en paralelo y viceversa, invocando la equivalencia entre ambas.

Pero siempre aparece algo para complicarnos la existencia. Y si hay fuentes de tensión que no tienen una impedancia en serie, o de corriente que no tienen una impedancia en paralelo? Podemos aun resolver el circuito? Por supuesto que sí! Planteamos las ecuaciones que sean necesarias, y hasta podemos darnos el lujo de expresarlas matricialmente, pero no llegaremos a la elegancia de la representación que obtendríamos si pudiéramos aplicar el enfoque sistemático.

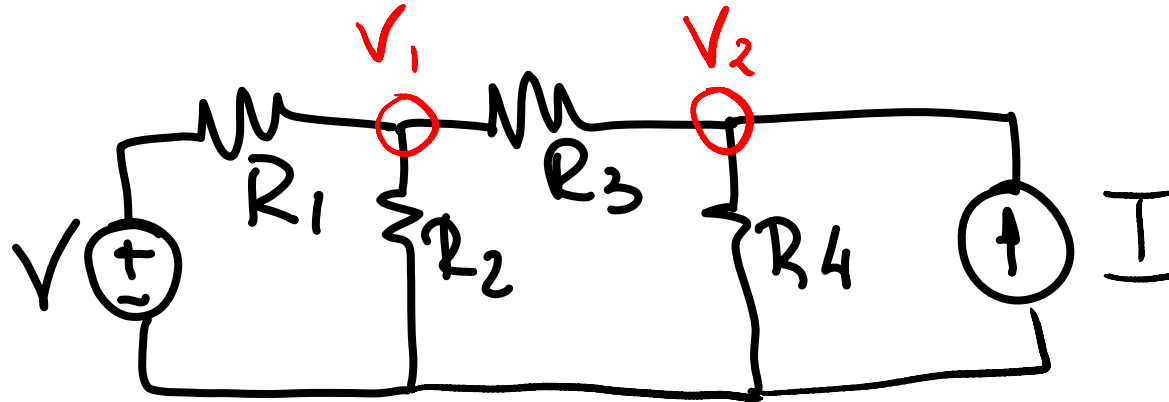
El propósito de estas humildes páginas es brindar un aporte para esta problemática. Como siempre, vamos de menor a mayor.

2. Circuitos con dos tipos de fuentes.

Sea que tenemos un circuito con dos tipos de fuentes, las cuales pueden representarse como:



Un circuito que podemos tomar como ejemplo, sería:



Las ecuaciones nos dicen que:

$$\frac{V - V_1}{R_1} = \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1 - V_2}{R_3}$$

$$\frac{V_1 - V_2}{R_3} + I = \frac{V_1}{R_4}$$

Claramente, las incógnitas que nos importan son las tensiones V_1 y V_2 . Así que:

$$\frac{V}{R_1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V_1 - \frac{1}{R_3} V_2$$

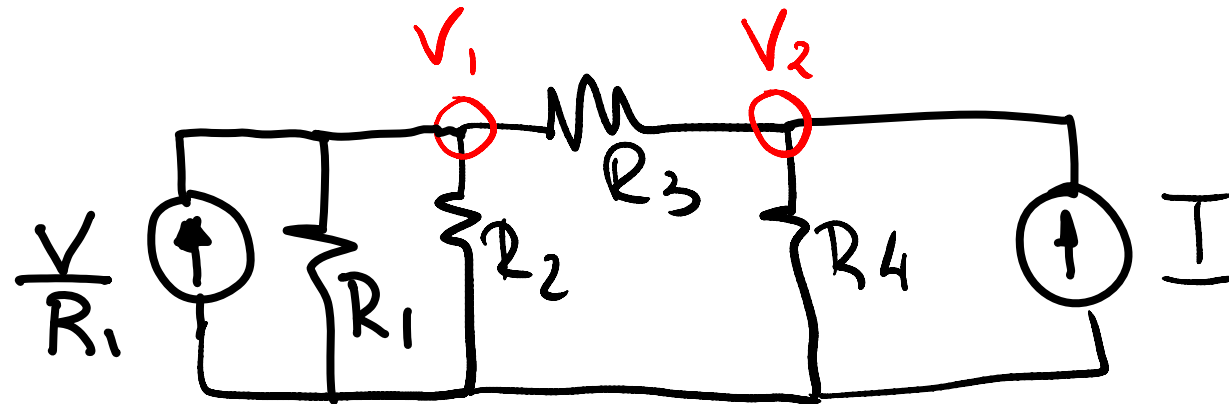
$$I = -\frac{1}{R_3}V_1 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)V_2$$

Organizando en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3} & -\frac{R_1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Lo dejo así expresado a propósito, para que vean que la forma de encarar el ejercicio puede determinar una manera especial de dejarlo planteado.

Ahora bien, recordando la equivalencia entre fuentes de corriente y fuentes de tensión, podríamos haber reemplazado la fuente de tensión con la resistencia R_1 en serie, por una fuente de corriente con una resistencia en paralelo. El circuito quedará:



Si aplicamos el método sistemático de resolución por nodos, se resuelve como piña:

$$\begin{bmatrix} V \\ \frac{1}{R_1} \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Si se fijan bien, es la forma matricial de expresar las dos ecuaciones encerradas en líneas punteadas verdes. Este breve análisis nos lleva a resumir lo siguiente:

Análisis de redes que contienen fuentes de corriente y de tensión (independientes): Aquellas redes circuitales que contienen fuentes independientes de tensión con impedancias en serie, y fuentes de corriente con impedancias en paralelo, pueden describirse en términos de las ecuaciones de nodos, y por lo tanto a través del método sistemáticos, si las fuentes de tensión con las impedancias en serie se sustituyen por fuentes de corrientes con impedancias en paralelo, respetando la relación de equivalencia. Del mismo modo, puede emplearse el método sistemático de mallas, haciendo los reemplazos de las fuentes de corriente con impedancias en paralelo por fuentes de tensión con impedancias en serie, convenientemente.

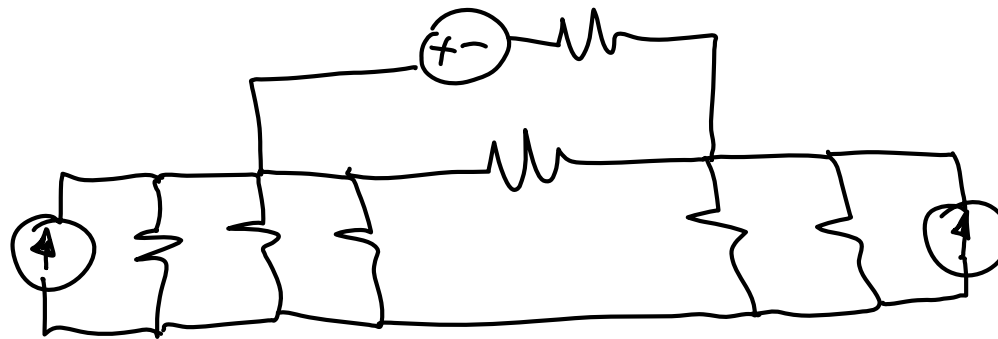
Todo muy lindo, pero dado que una red circuital de impedancias que satisfaga las condiciones antes mencionadas obviamente puede describirse en términos de ecuaciones de nodos o de ecuaciones de mallas, cabe preguntarse para qué lado del océano debemos nadar para que el sistema sea más fácil de resolver. Para tener una guía:

- I. Pasiven todas las fuentes (recordemos que estamos analizando circuitos sin fuentes controladas).
- II. En el circuito resultante, que debe incluir las impedancias internas de las fuentes pasivadas, cuenten:
 - a. El número total de nodos n_t (incluyendo el nodo de referencia).
 - b. El número total de mallas b .

Entonces, el número de ecuaciones necesarias para describir al circuito será:

- $n_t - 1$
- $b - (n_t - 1)$

No se preocupen demasiado por esto porque con la práctica, uno toma la decisión de qué método usar. Y por lo general esa decisión es la correcta. Pero hace falta hacer varios ejercicios para hacerlo con naturalidad. A modo de ejemplo, para el siguiente circuito, qué método elegirían? (no vale seguir leyendo para responder)



Sin asociar resistencias en paralelo, convertirían la fuente de tensión con una resistencia en serie a un equivalente de una fuente de corriente con una resistencia en paralelo y resolverían con el método sistemático por nodos, o pasarían los generadores de corriente con sus resistencias en paralelo a equivalentes de tensión con resistencias en serie y trabajarían con el método sistemático por mallas? Qué dice su intuición?

Yo preferiría convertir la fuente de tensión en una de corriente, y avanzar con el método sistemático por nodos. Pero cómo puedo justificarlo? Observad:

- $n_t - 1 = 2$
- $b - (n_t - 1) = 7 - (3 - 1) = 5$

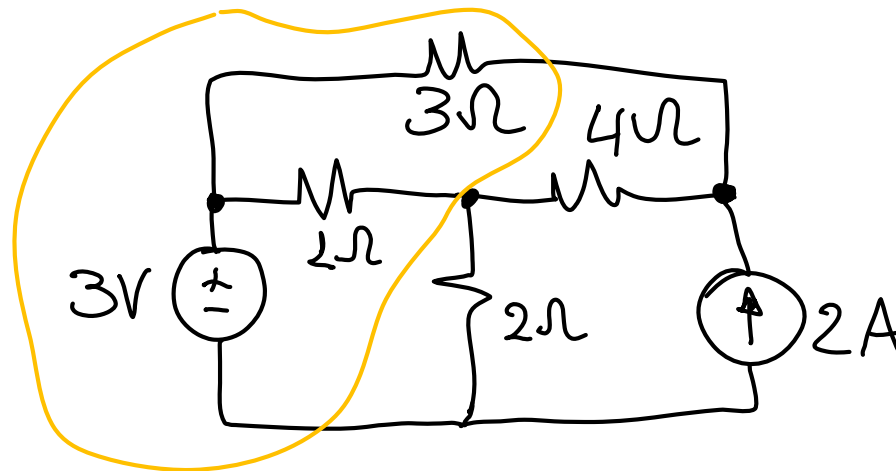
Entonces, si decidiera resolver por método sistemático por nodos, debería enfrentarme a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (una matricita de 2×2). Pero si me dejara llevar por el lado oscuro de las mallas, habría que trabajar en una base de 5 ecuaciones con 5 incógnitas (una matrizota de 5×5).

3. Utilización de fuentes adicionales.

Finalmente..... La pregunta..... Qué podríamos hacer si en una red circuital hay dos tipos de fuentes, pero no podemos identificar equivalentes? Es decir, si hay fuentes de tensión que no tienen impedancias en serie, y/o fuentes de corriente que no tienen impedancias en paralelo, qué hacemos? Obviamente podemos volver a las bases y resolver lo que necesitemos aplicando las leyes de Kirchhoff y Ohm. Pero qué tal si ya le tomamos e gusto a los métodos sistemáticos, y no podemos dejar de aplicarlos¹?

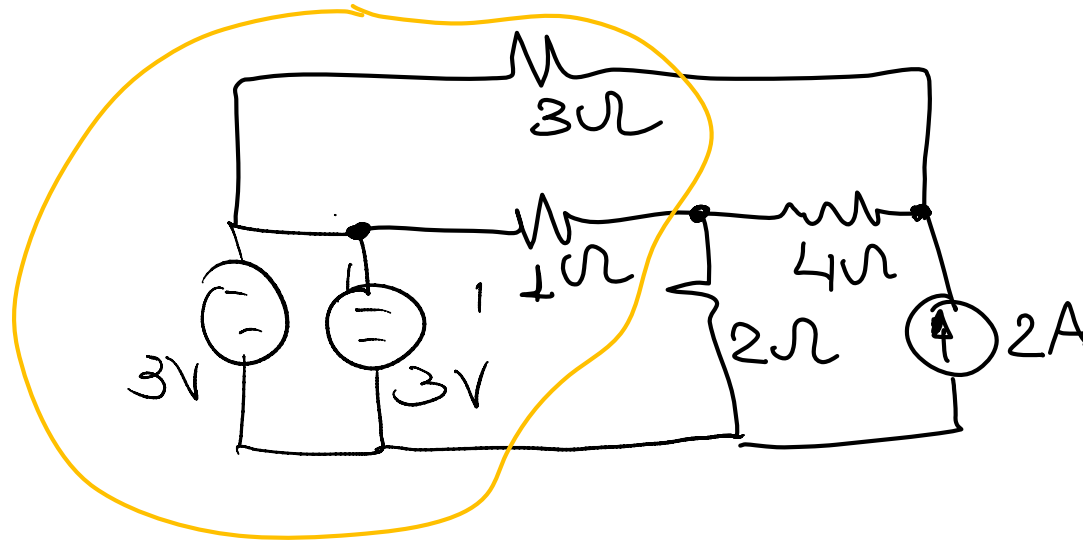
Podemos recurrir al viejo truco de agregar fuentes de tensión en paralelo con fuentes de tensión (obvio del mismo valor), o fuentes de corriente en serie con fuentes de corriente (naturalmente del mismo valor). Recuerden que esta propuesta es un recurso teórico! Colocar fuentes de tensión adicionales en circuitos reales tiene sus cuestiones, que ya hemos discutido en clase.

Algunos ejemplos valen más que muchas palabras. Sea el siguiente circuito, en el que no podemos identificar fuentes de tensión con resistencias en serie, o fuentes de corriente con resistencias en paralelo. Miren esta serie de transformaciones:

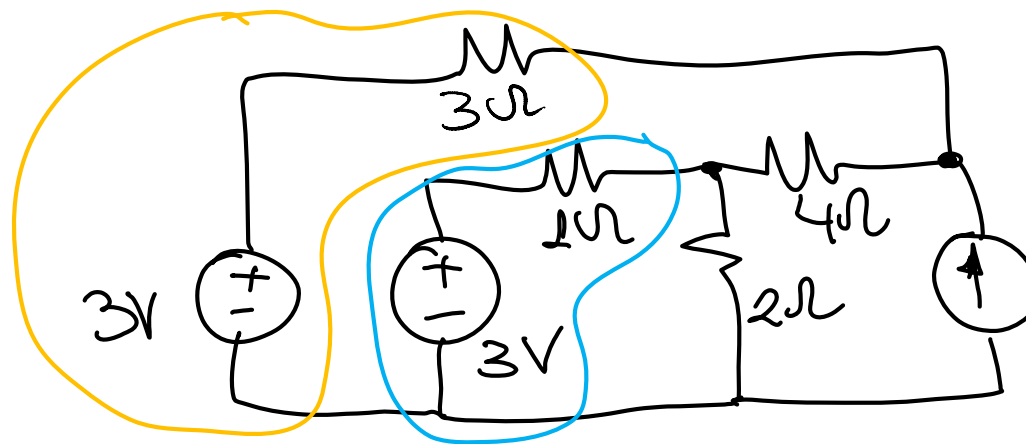


¹ Una pregunta acerca de la pregunta: Por qué deseáramos no alejarnos del método sistemático?

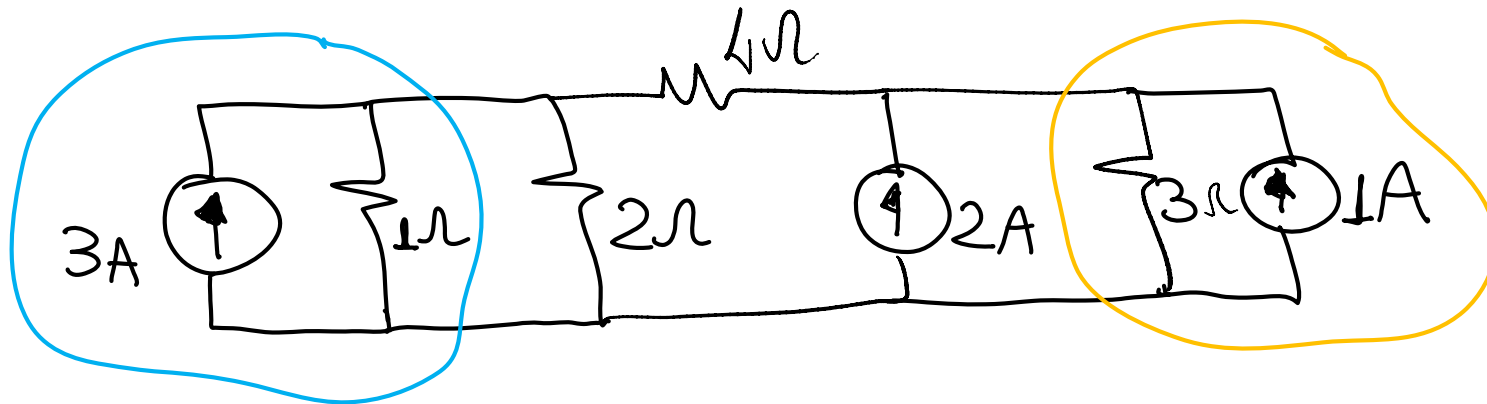
Agregamos una fuente de tensión en paralelo (no cambia ningún potencial de nodo)



Luego, las separamos (también sin afectar los potenciales de los nodos), y goooooool de media cancha:

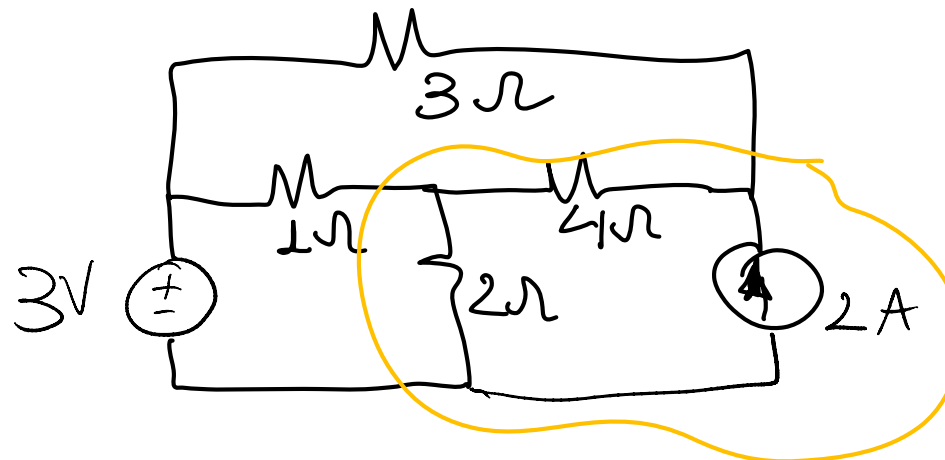


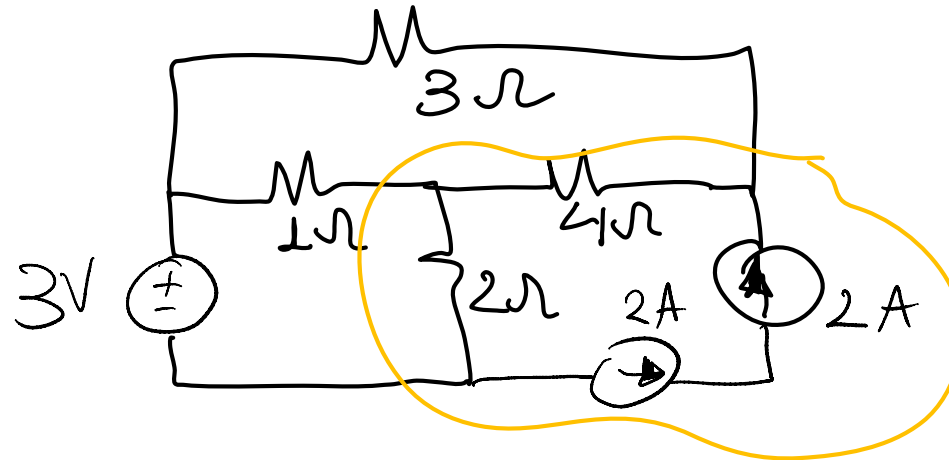
Convertimos las fuentes de tensión con resistencias en serie en fuentes de corriente con resistencias en paralelo, y dejamos todo listo para aplicar el método sistemático por nodos!



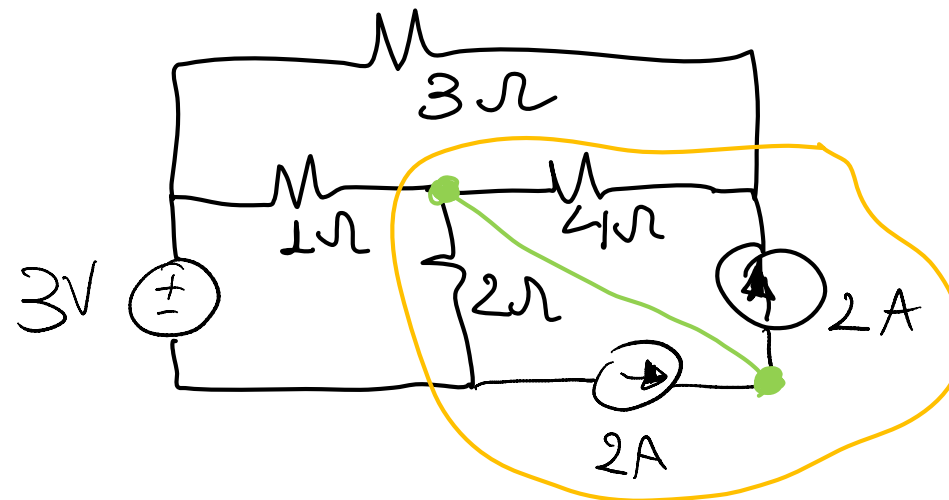
Aplausos!

Vamos con otra idea. Ahora nos queremos deshacer de la fuente de corriente. Entonces, agregamos una en serie (sin alterar las corrientes de malla)

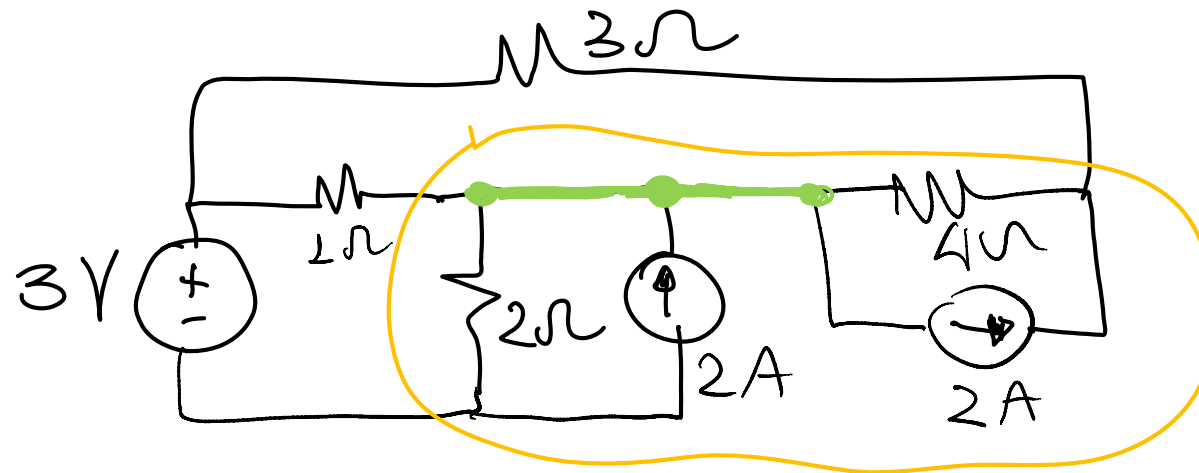




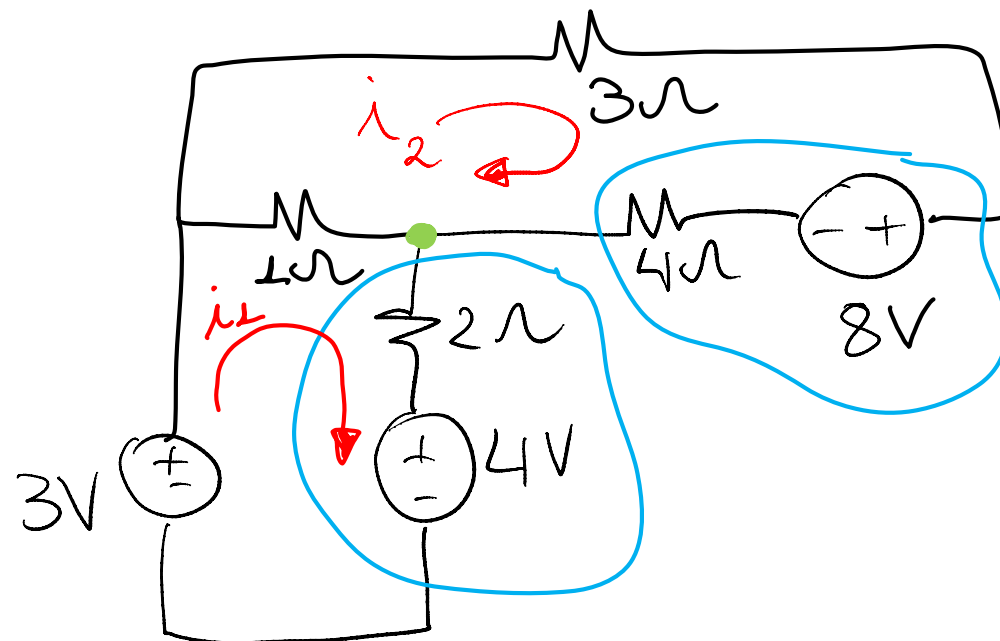
Ahora puedo unir el punto en el que se conectan las dos fuentes de corriente con un nodo, pues siguen sin afectarse las corrientes de mallas (las fuentes de corriente modificaran su diferencia de potencial con tal de mantener la corriente):



Redibujo para que quede más lindo:



Y transformo las fuentes de corriente con resistencias en paralelo en fuentes de tensión con fuentes en serie:



Y estamos listos para aplicar el método sistemático de resolución por mallas. Colosal!

Comentarios finales

Comentario #1. Pueden agregar fuentes adicionales siempre que no modifiquen las variables del circuito (tensiones de nodo cuando agreguen fuentes de tensión en paralelo) y corrientes de mallas (cuando agreguen fuentes de corriente en serie).

Comentario #2: Lo anterior no significa que no haya ningún cambio. Las fuentes de tensión a las que les agreguen fuentes de tensión en paralelo modificarán su corriente, pero no hay problema porque en el mundo del lápiz y papel, las fuentes de tensión harán lo que sea con la corriente para mantener su diferencia de potencial. Del mismo modo, las fuentes de corriente a las que se les agregue fuentes de corriente en serie, modificarán la diferencia de potencial entre sus bornes, con tal de mantener los valores de corriente que les fueron encomendados.

Esto no es magia, sino que se debe a que siempre tenemos que hacer cumplir la ley de Kirchhoff.