

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO)

EDO de Primer Orden		
1	Homogéneas	$\frac{dy}{dx} = F\left(\frac{y}{x}\right); \Rightarrow z(x) = \frac{y}{x}$
2	Reducibles a Homogéneas	$\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2}\right) \Rightarrow$
		Si $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = u + x_0 \\ y = v + y_0 \end{cases}$
		Si $a_1b_2 - a_2b_1 = 0 \Rightarrow z(x) = a_2x + b_2y$
3	Lineales (Lagrange)	$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \Rightarrow$ $y(x) = u(x) \cdot v(x) = e^{-\int P(x)dx} \cdot \left(\int Q(x) \cdot e^{\int P(x)dx} dx + c\right)$
4	Bernoulli (reducible a Lineal)	$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \cdot y^n; n \in \mathbb{R} - \{0,1\} \Rightarrow z(x) = y^{1-n}$
EDO de Orden Superior		
5	Ausencia de $y(x)$	$F\left(x, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = p(x) \text{ y } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp(x)}{dx}$
6	Ausencia de x	$F\left(y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = p(y) \text{ y } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp(y)}{dy} p(y)$
Lineales Homogéneas de Orden n a Coeficientes Constantes		
$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_2 \frac{d^2y}{dx^2} + a_1 \frac{dy}{dx} + a_0 y = 0; EC \Rightarrow a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \dots + a_2 r^2 + a_1 r + a_0 = 0$		
7	Raíces Reales y distintas	$y_h(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x} + \dots + c_n e^{r_n x}$
8	Raíces Reales e Iguales	r raíz de multiplicidad $n \Rightarrow y_h(x) = c_1 e^{rx} + c_2 x e^{rx} + \dots + c_n x^{n-1} e^{rx}$
9	Raíces Complejas Conjugadas	$r = \alpha \pm j\beta \Rightarrow$ para cada par de raíces se tendrá: $y_h(x) = e^{\alpha x} [c_1 \cos(\beta x) + c_2 \sin(\beta x)]$
Lineales Completas de Orden n (Método de Coeficientes Indeterminados)		
$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 \frac{dy}{dx} + a_0 y = f(x) \Rightarrow y(x) = y_h(x) + y_p(x)$		
10	$f(x) = P_k(x)$ Polinomio grado k	Si $r \neq 0$ no es raíz de EC $\Rightarrow y_p(x) = Q_k(x)$ Si $r = 0$ es raíz de EC (mult. m) $\Rightarrow y_p(x) = x^m Q_k(x)$
11	$f(x) = e^{\alpha x} P_k(x)$	Si $r = \alpha$ no es raíz de EC $\Rightarrow y_p(x) = e^{\alpha x} Q_k(x)$ Si $r = \alpha$ es raíz de EC (mult. m) $\Rightarrow y_p(x) = x^m e^{\alpha x} Q_k(x)$
12	$f(x) = u \cos(\omega x) + v \sin(\omega x)$, con $u, v \in \mathbb{R}$	Si $r \neq \pm j\omega \Rightarrow y_p(x) = A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)$ Si $r = \pm j\omega$ es raíz de la EC (mult. m) \Rightarrow $y_p(x) = x^m [A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)]$
Lineales Completas de Orden n (Método de Variación de los Parámetros)		
$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 \frac{dy}{dx} + a_0 y = f(x) \Rightarrow y(x) = y_h(x) + y_p(x); y_h(x) = \sum_{v=1}^n c_v y_v(x)$		
13	Solución Particular	$y_p(x) = L_1(x)y_1(x) + L_2(x)y_2(x) + \dots + L_n(x)y_n(x)$
		$\begin{cases} y_1 L_1' + y_2 L_2' + \dots + y_n L_n' = 0 \\ y_1' L_1 + y_2' L_2 + \dots + y_n' L_n = 0 \\ \vdots \\ y_1^{(n-1)} L_1 + y_2^{(n-1)} L_2 + \dots + y_n^{(n-1)} L_n = x(t)/a_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dL_1/dx \\ dL_2/dx \\ \vdots \\ dL_n/dx \end{cases} \Rightarrow \int \Rightarrow \begin{cases} L_1(x) \\ L_2(x) \\ \vdots \\ L_n(x) \end{cases}$