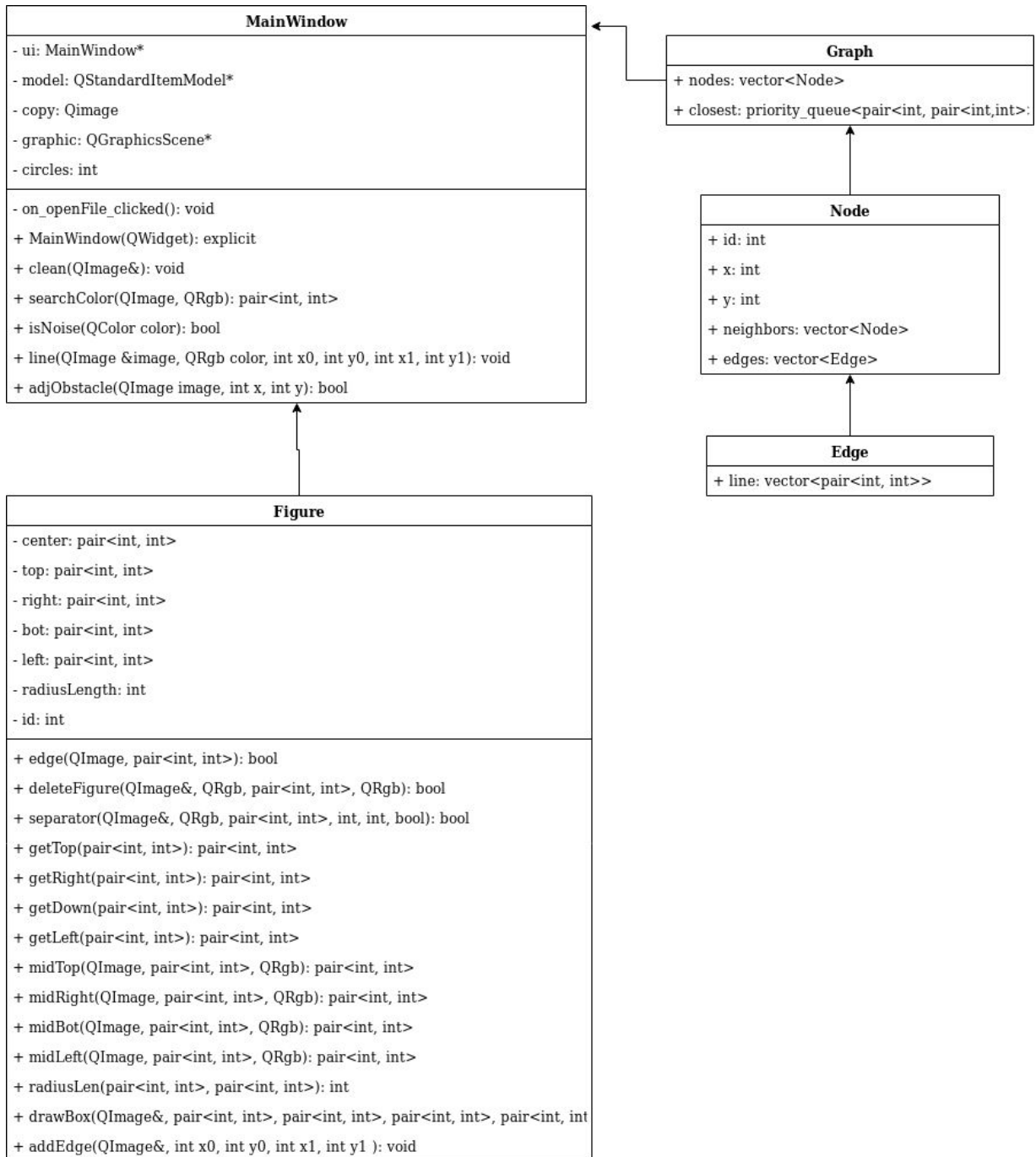


Fuerza bruta

Jesús Uriel Guzmán Mendoza

I. Diagrama de clases propuesto



II. Objetivo

El objetivo de esta actividad es es, ya con los los círculos que han sido detectados en la etapa de localización de círculo, crear conecciones entre cada uno de estos nodos, tal que no se encuentren figuras que obstruyan en la conexión de los círculos. La idea es crear un grafo en donde cada círculo sea un vértice y cada conexión sea una arista, cualquier figura que no sea una arista es un obstáculo, y por lo tanto, impide la conexión de un vértice a otro. Se encuentra el par de puntos más cercanos y se permite ordenar a los círculos de tal forma que estén descendientemente por criterio de los radios.

III. Marco teórico

Grafo

En matemáticas y ciencias de la computación un grafo es un conjunto de objetos llamados vértices o nodos unidos por enlaces llamados aristas o arcos, que permiten representar las relaciones binarias entre elementos de un conjunto.

Un grafo se representa como un conjunto de puntos unidos por líneas.

Los grafos permites representar las interrelaciones entre unidades que interactúan unas con otras. Prácticamente cualquier problema puede representarse mediante un grafo, y su estudio transcurre a diversas áreas de las ciencias exactas y las ciencias sociales.

Distancia euclideana

La distancia euclideana es la distancia “ordinaria” entre dos puntos utilizando el teorema de pitágoras. En un espacio bidimensional, la distancia P_1 y P_2 , de coordenadas cartesianas (x_1, y_1) y (x_2, y_2) respectivamente, es:

$$d_E(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Esta misma fórmula nos sirve para saber muchas cosas en esta actividad, la obvia: la distancia entre dos puntos (para saber el par de puntos más cercanos) y otra: si las coordenadas de un click de un cursor pertenecen a algún círculo. Esto es; si la distancia es menor o igual al radio de un círculo.

Fuerza bruta

Es un paradigma algorítmico general que consiste en sistemáticamente enumerar todos los posibles candidatos para la solución y revisar si cada candidato satisface el enunciado del problema. En esta actividad se utilizará este método de resolución dos veces: la primera es para saber si cada nodo satisface la condición de estar conectado con otro vértice si no hay obstáculos, y la otra es para encontrar el par de puntos más cercanos.

IV. Desarrollo

Desarrollando el grafo

Partiendo desde la localización de los círculos, el siguiente paso a desarrollar sería el de crear un grafo. Para esto, se ha creado un vector de nodos visitados, un índice, y un modelo de $n \times n$ para la matriz de adyacencia. Se itera desde 0 hasta el número de vértices que ya se saben que tendrá el grafo, y se le asigna un identificador a cada nodo con respecto a este ciclo. Los nodos reciben las posiciones de sus centros que ya han sido guardadas anteriormente, y se ejecuta un segundo ciclo de 0 hasta n con el objetivo de encontrar potenciales nodos vecinos.

De primero, se asume que todos son vecinos y se genera un algoritmo de fuerza bruta donde decimos que todos los nodos podrían conectados al menos que se pruebe lo contrario. Cuando se hace esta iteración de fuerza bruta, no nos interesa empatar un nodo que tenga el mismo identificador con otro ya que aquí no existen los lazos, también se revisa que sus identificadores no estén en la basura para la eliminación de vértices, de lo cual se hablará más adelante. Después de la primera iteración, mandamos el nodo i a el conjunto de nodos visitados ya que no nos interesa iterar sobre el mismo nodo dos veces (todos los caminos son bi-direccionales, por lo tanto si un nodo es vecino de otro, el otro también es vecino del nodo) y creamos un objeto Edge. Este objeto Edge contiene un atributo Line, el cual es un vector de coordenadas que nos indican el camino de un vértice a otro. Para rellenar este vector de coordenadas, se llama a una función addEdge, la cual realiza una búsqueda de obstáculos. Si no existe nada obstruyendo la conexión entre los vértices, entonces al nodo i se le asigna una arista y decimos que el nodo j es vecino del nodo i , y por lo tanto, comparten esta arista. A la misma vez, se va generando una matriz de adyacencia.

La complejidad algorítmica de la construcción de este grafo es de $O(n^2)$.

Descubriendo obstáculos

Para construir el vector de coordenadas que pertenecen a la arista de un nodo a otro, se llama a la función `addEdge`. Esta función lo que hace es que recibe con parámetro los centros de los dos nodos que se quiere buscar su conectabilidad, y se traza una línea recta utilizando el algoritmo de Bresenham (Apéndice A). Para saber si hay un obstáculo, se requiere saber cuántas veces se ha entrado y salido de diferentes figuras (FIG. 22). Decimos que si el número de veces que se ha salido de una figura es mayor o igual a 1, entonces hay un obstáculo y si es igual a 1, ha sido una conexión exitosa (ya que se requiere salir de una figura al menos una vez para entrar a otra). En el caso de haber encontrado un obstáculo, devolvemos el vector con valores de -1 para indicar que no se pudo conectar exitosamente. En el caso contrario, se regresan todas las coordenadas.

En el caso de que no se hayan encontrado obstáculos, se manda a llamar la función `line()`, que viene siendo básicamente lo mismo que `addEdge()`, pero en este ya se tiene la seguridad de que es una conexión y por lo tanto va a dibujar la arista de un color.

Par de nodos más cercanos

Para este algoritmo, se requiere saber x_0, y_0, x_1, y_1 , donde $\{x_0, y_0\}$ pertenecen al centro de algún nodo, y $\{x_1, y_1\}$ pertenecen al centro de algún otro nodo. Mediante otro algoritmo de fuerza bruta, a cada comparación de le saca la distancia utilizando la fórmula $d = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$ y se empuja el par ordenado a un `priority_queue` perteneciente a la clase `Graph`. También se guarda que el par ya fue visitado en un `set` para no tener el mismo resultado dos veces. El `priority_queue` es muy útil ya que ordena automáticamente los pares con respecto al mapeado de sus distancias, haciendo que para saber cuál es el par ordenado más cercano, insertamos los números en negativo (para ordenar descendientemente negativamente) y luego multiplicar cada valor por -1, lo cual crea un ordenamiento de forma ascendente; a este le sacamos el método de `top()` para saber el par ordenado con la distancia más pequeña. Después, como se conoce el centro de estos nodos ya que fueron guardados en la práctica anterior, reutilizamos la función de pintar círculos para pintarlos de un color que represente su cercanía.

Su complejidad algorítmica es de $O(n^2)$.

Eliminación de vértices

(FIG. 19, FIG. 20 y FIG. 21) Para esto, se utilizó la función de Qt *mousepressevent*, la cual nos dice las coordenadas relativas con respecto a la imagen utilizando la clase *QPoint*. En el *mainwindow* se tiene un registro de cual coordenada fue marcada para la eliminación, y en una función, determinamos si la coordenada pertenece o no pertenece a un nodo. Si no pertenece, no se hace nada, si pertenece a un nodo activo, entonces se manda su id a la basura y este no puede ser recuperado hasta que se vuelva a cargar otra vez la imagen. El atributo de basura marca a los nodos como “ignorados” y se vuelve a correr el algoritmo sin tomar en cuenta a estos nodos en la basura.

Para saber si una coordenada pertenece o no pertenece a un nodo, averiguamos $\{x_p, y_p\}$ como la coordenada regresada del cursor, $\{x_c, y_c\}$ son las coordenadas de algún nodo, r es el radio de el *iésimo* nodo y d la distancia. Decimos que si la distancia $d = \sqrt{(x_p - x_c)^2 + (y_p - y_c)^2}$ es menor al radio del *iésimo* nodo, entonces la coordenada pertenece a ese vértice y por lo tanto será mandado a la basura.

La eliminación de los vérticos se ve instantáneamente en el display de la tabal de información y la matriz de adyacencia (FIG. 18).

Si existía un vértice que estaba obstruyendo la conexión a otro vértice, la eliminación de este vértice ocasiona que los nodos que no se podían conectar por culpa de este vértice se vuelvan a conectar. Esto también se ve reflejado inmediatamente en las tablas.

Ordenamiento de radios

(FIG. 16 y FIG. 17) El ordenamiento de los radios se lleva al cabo creando una estructura *compare* y creando una función booleana aprovechando el operador $()$ que nos brinda `std::sort`, en la función se reciben dos nodos y el output de la función es verdadero si el radio del primero nodo es mayor al radio del segundo nodo y falso si son iguales o el segundo radio es mayor al primer radio. Se crea una copia del grafo para no modificar el original y se vuelve a llamar la función que genera la tabla. El botón para ordenar es un *toggle*, por lo tanto existe un estado de ordenado y un estado de no-ordenado, como un prendido y apagado.

Su complejidad algorítmica es de $O(n^2)$.

V. Pruebas y resultados

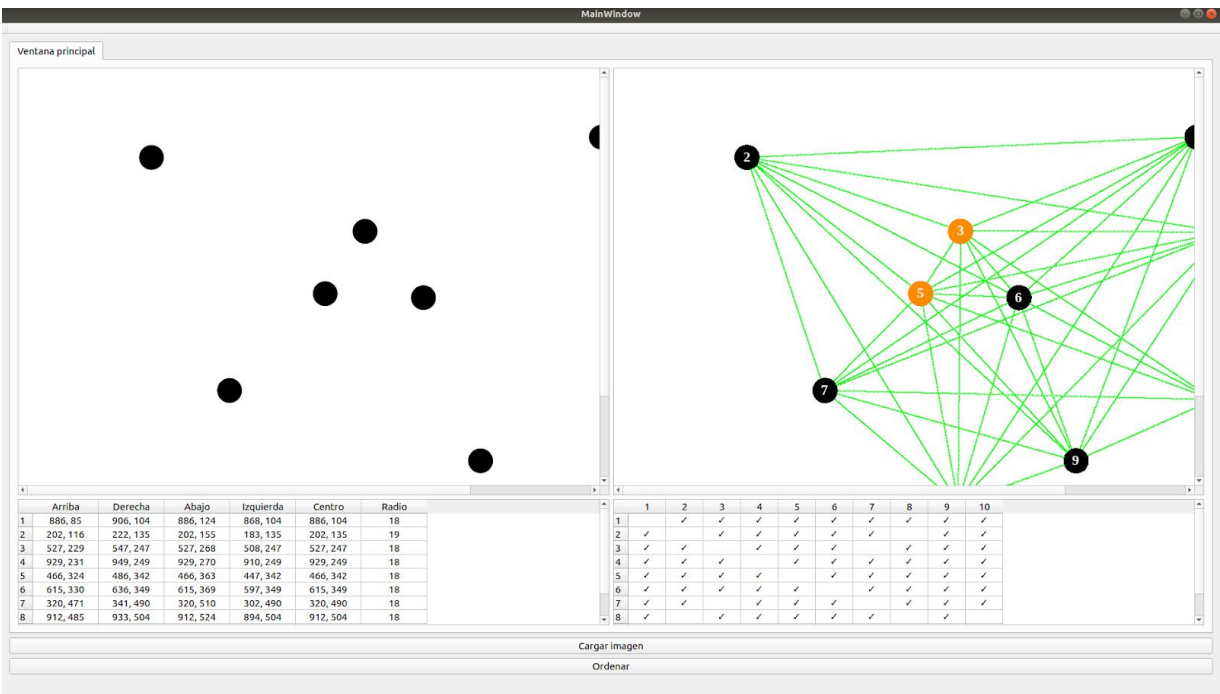


FIG. 1

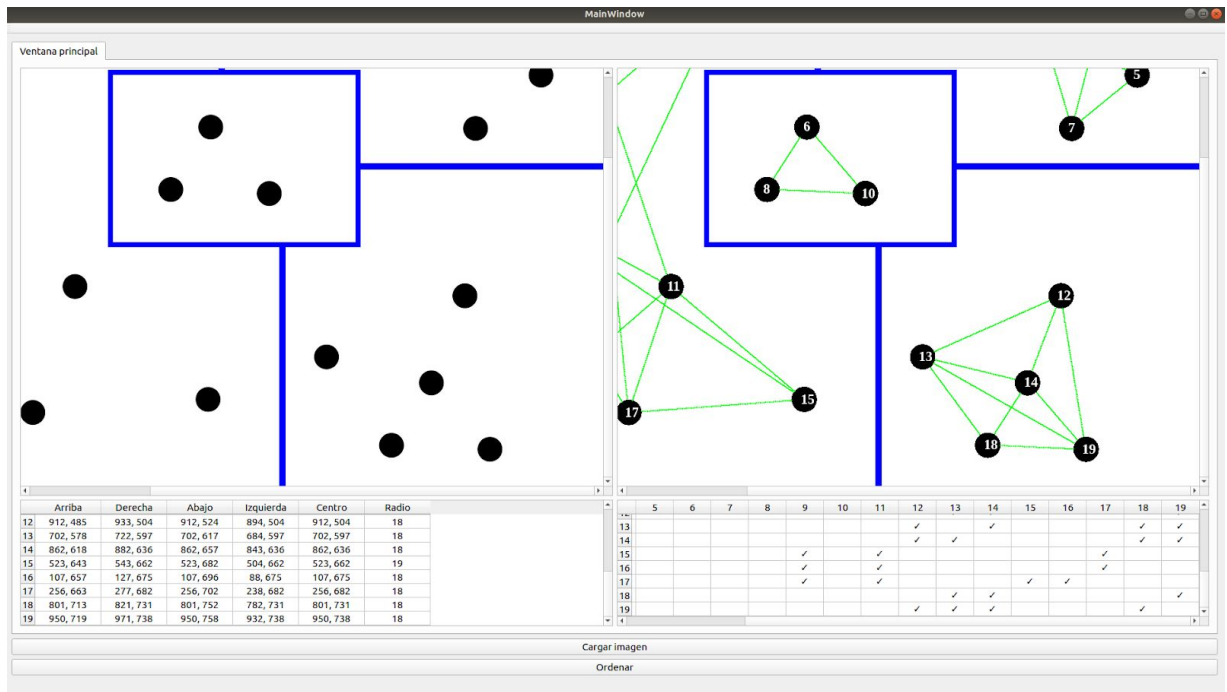


FIG. 4

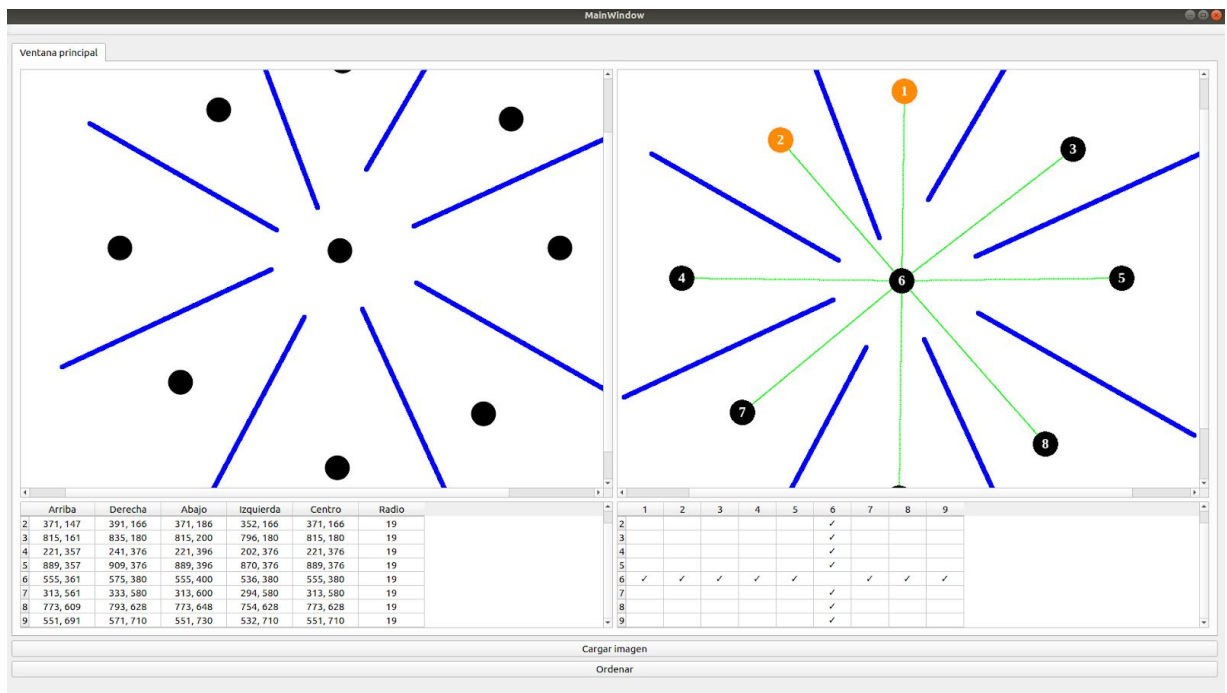


FIG. 5



FIG. 6

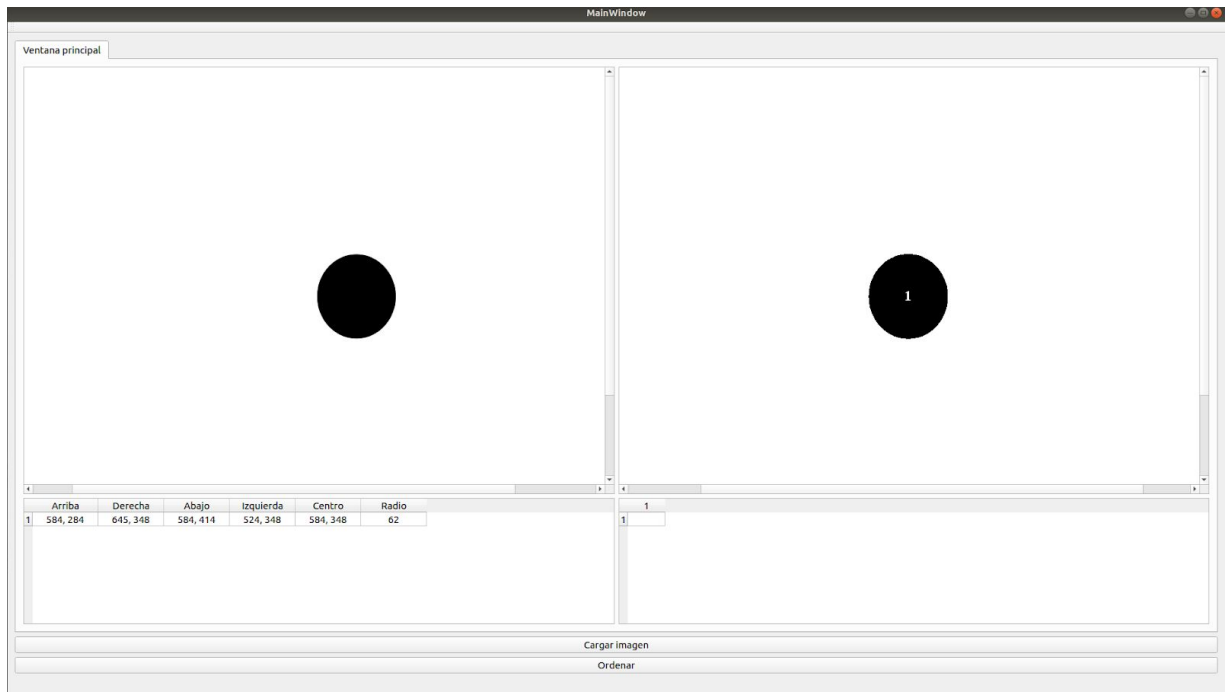


FIG. 7

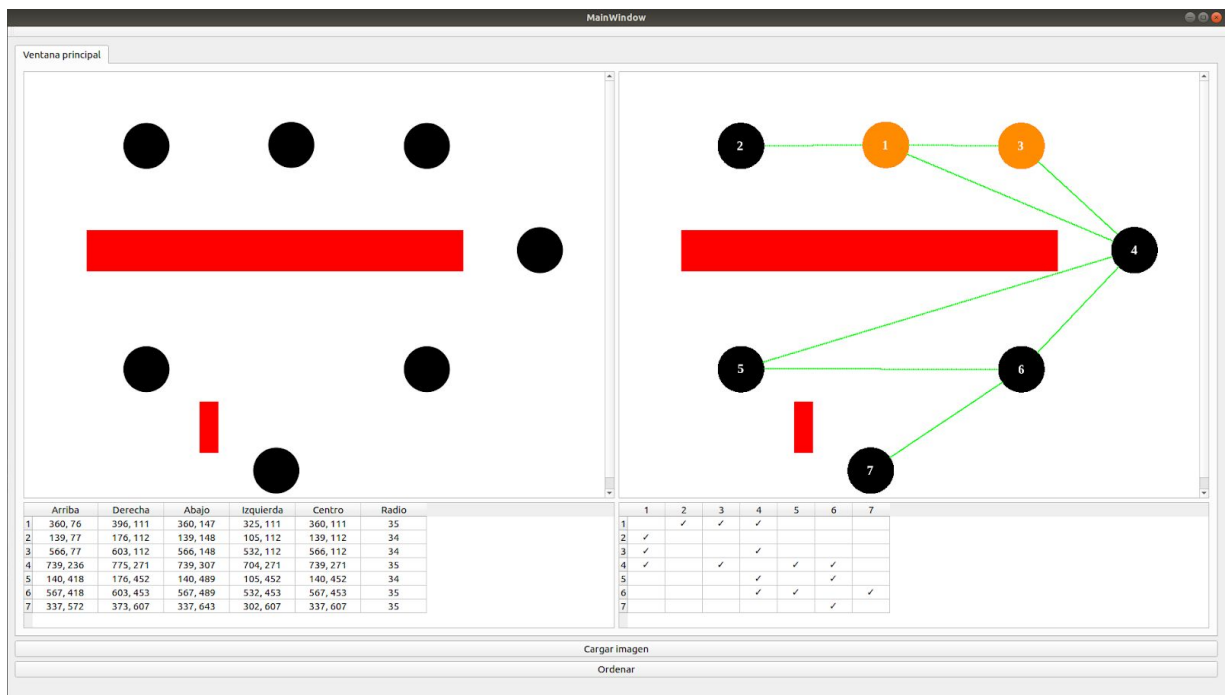


FIG. 8

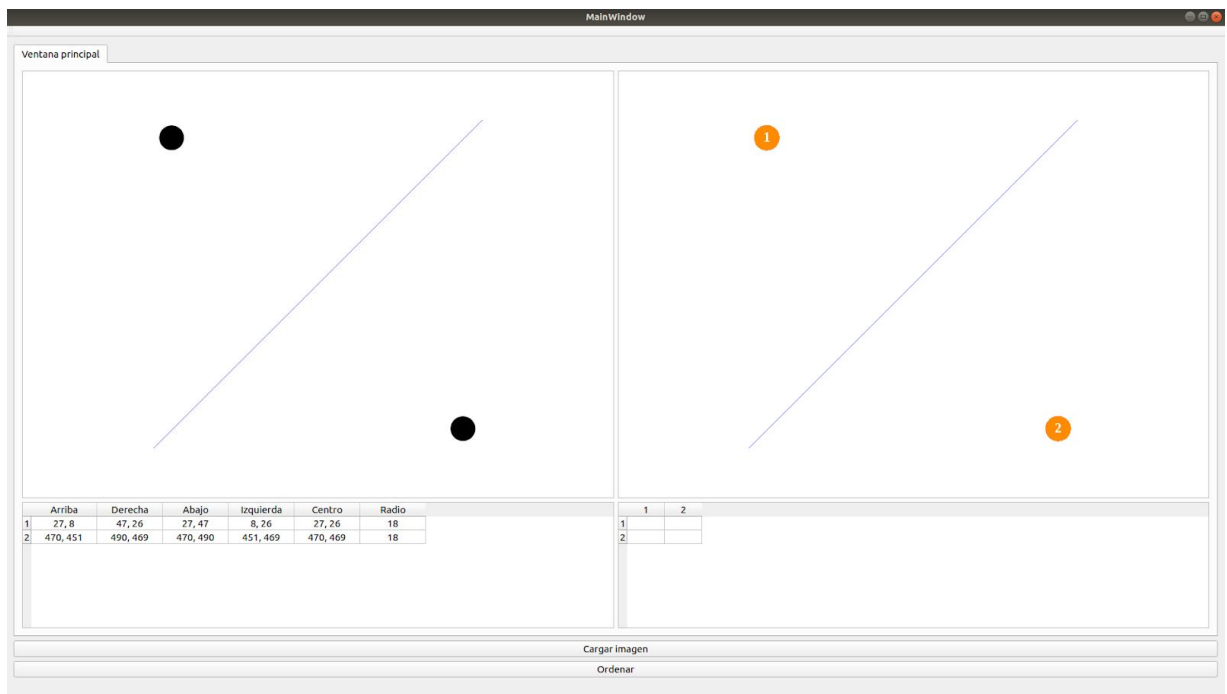


FIG. 9

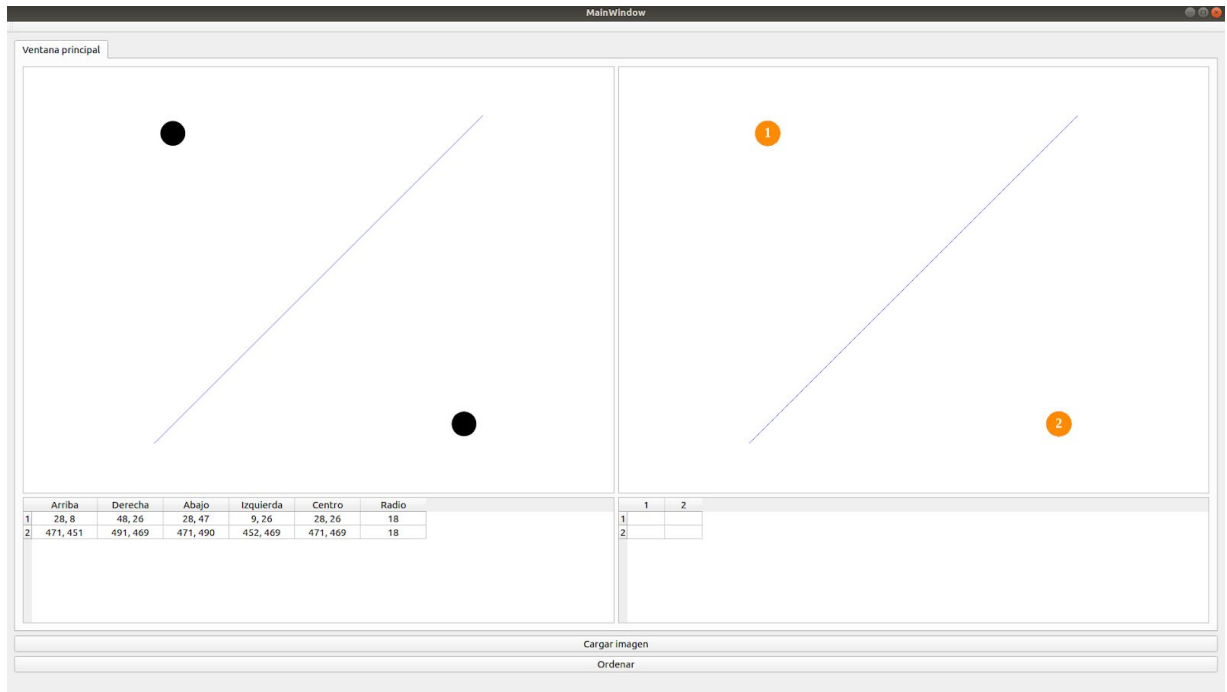


FIG. 10

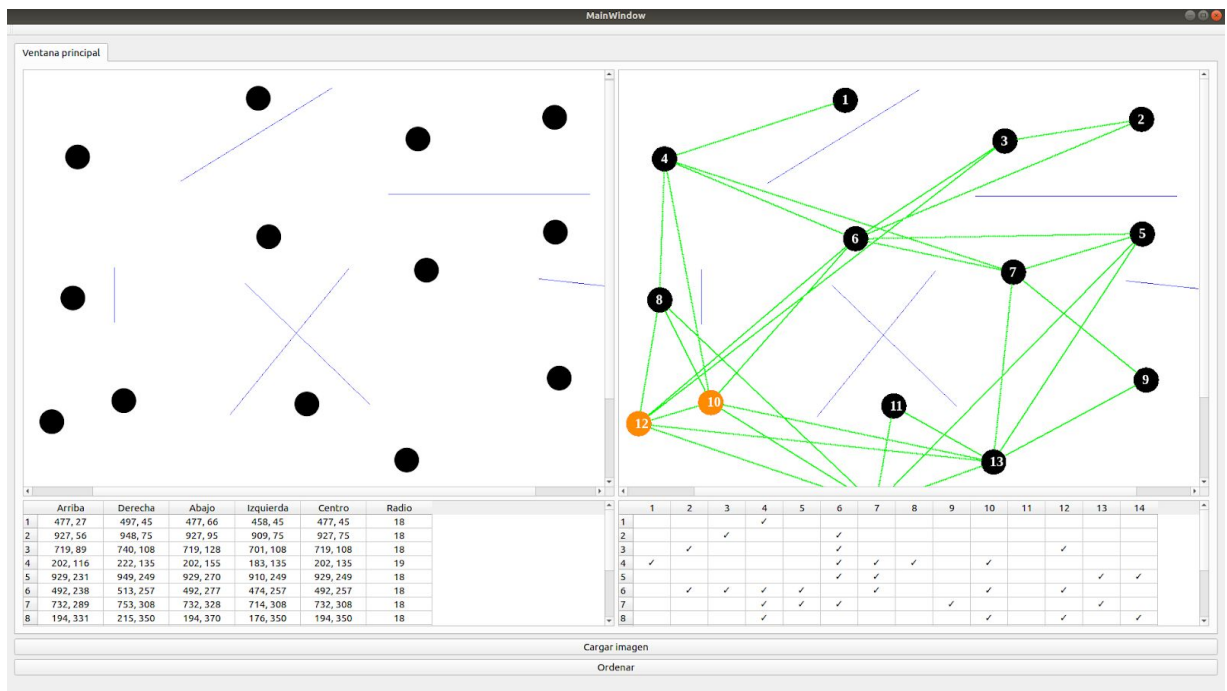


FIG. 11

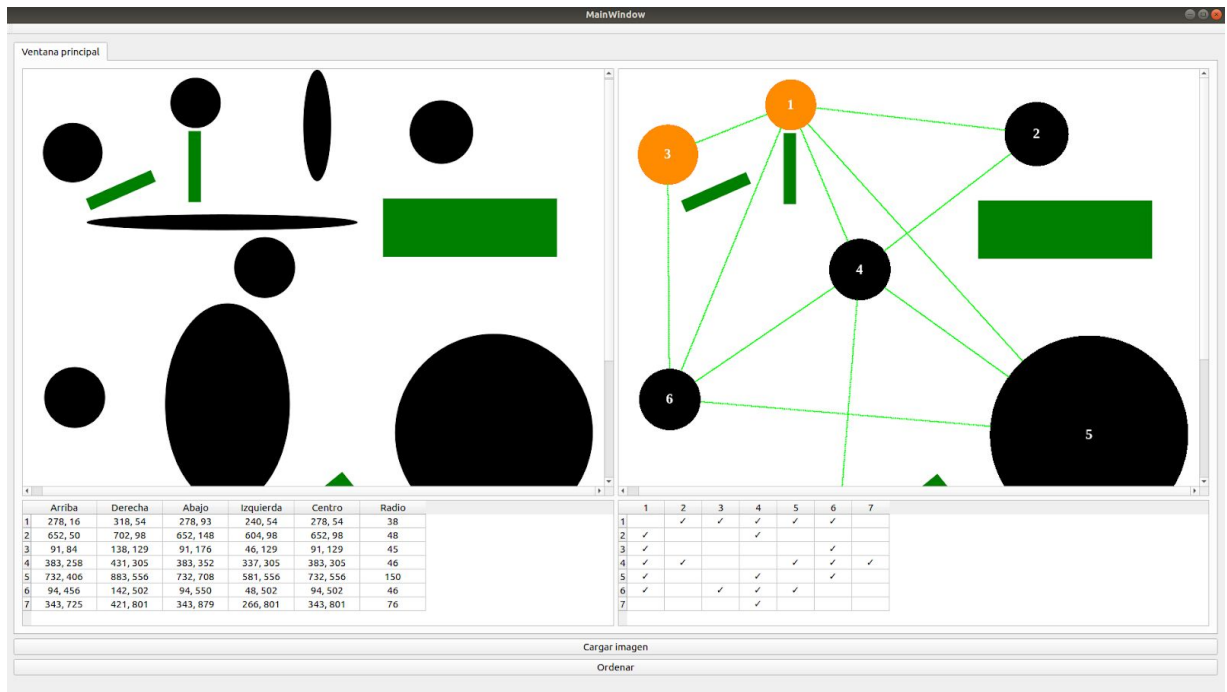


FIG. 12

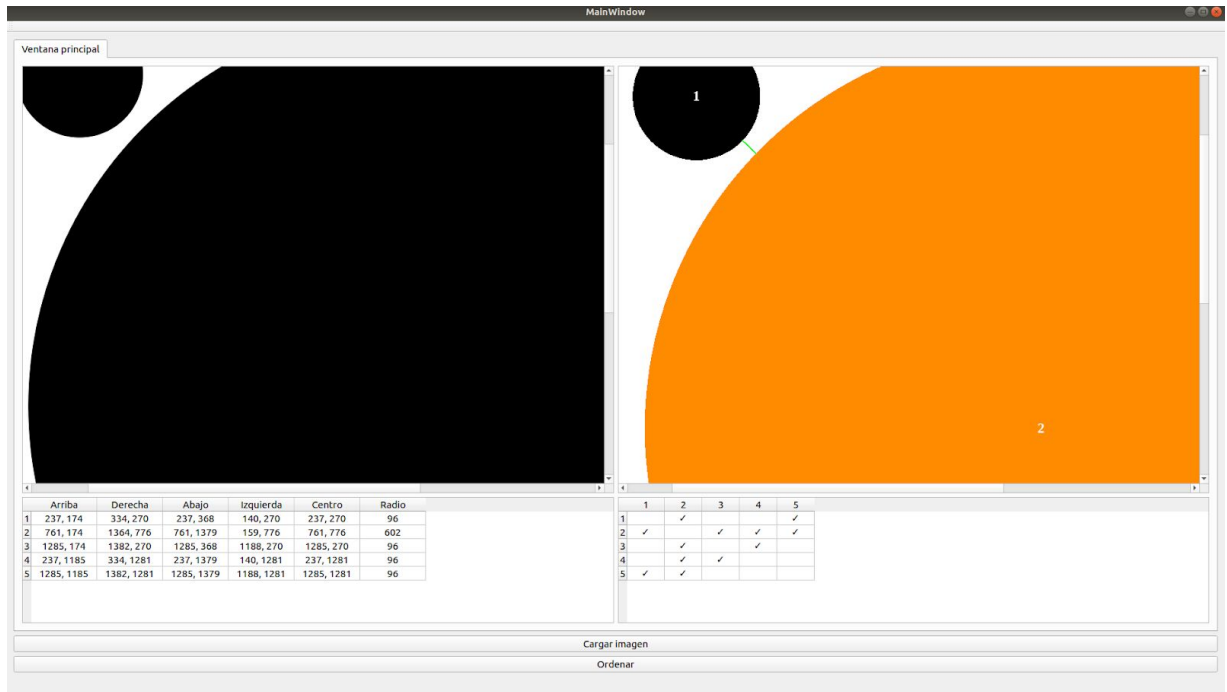


FIG. 13

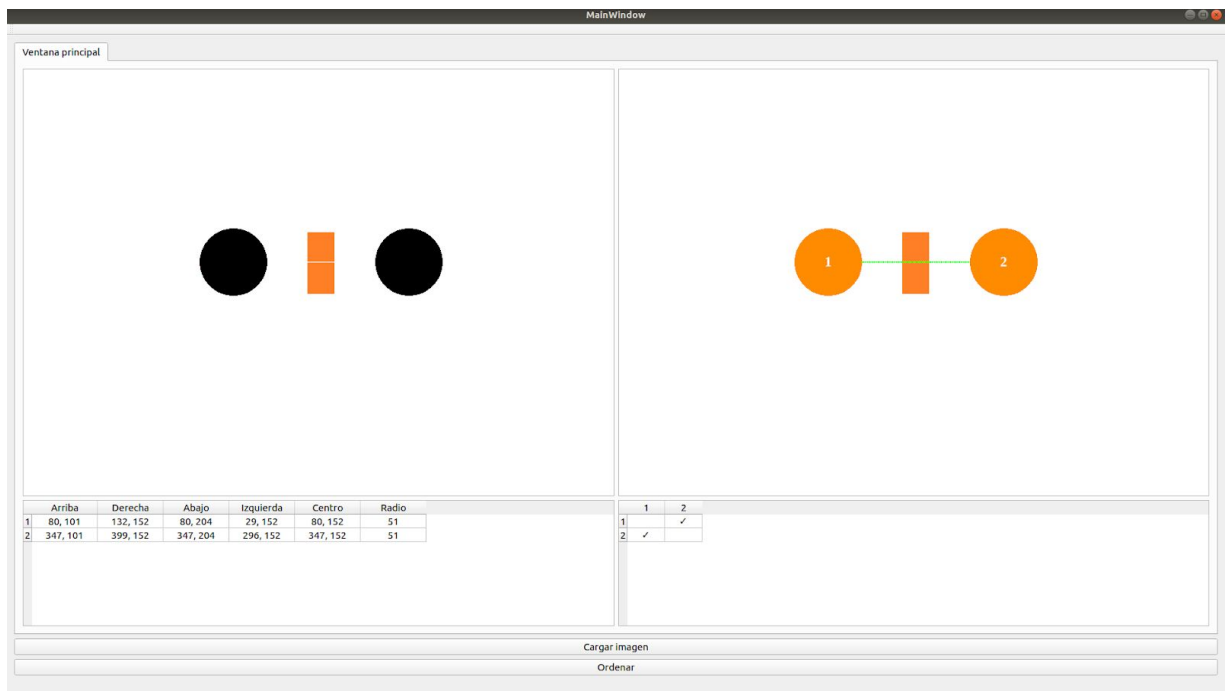


FIG. 14

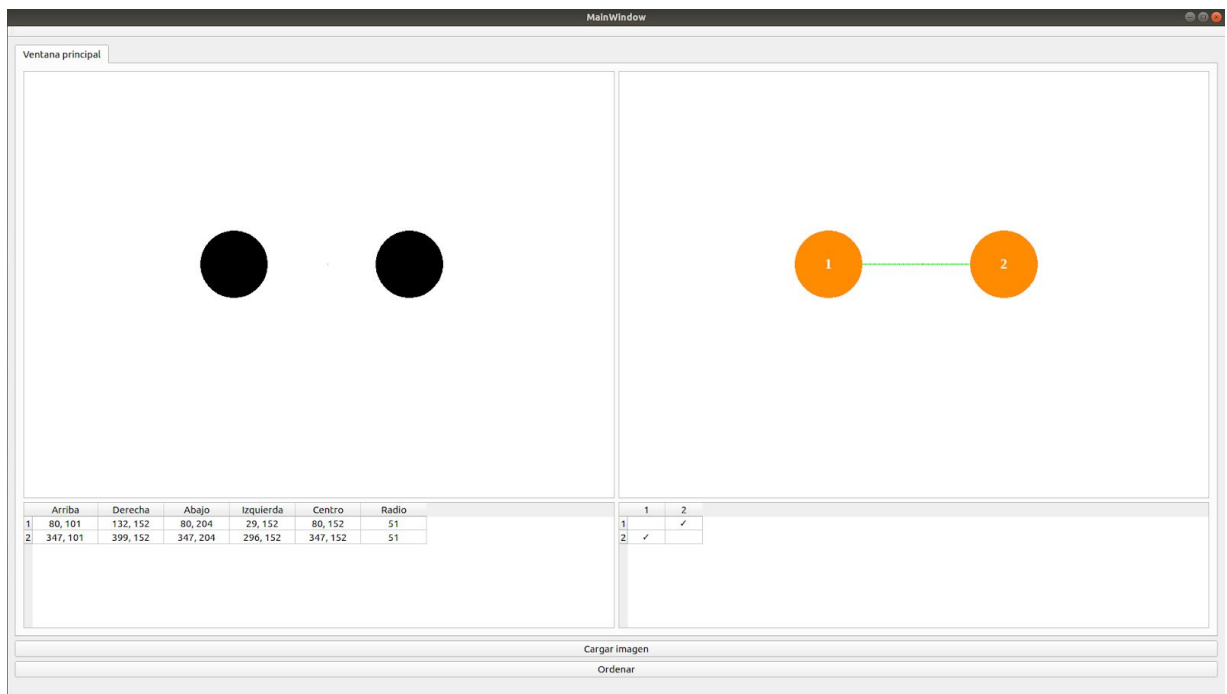


FIG. 15

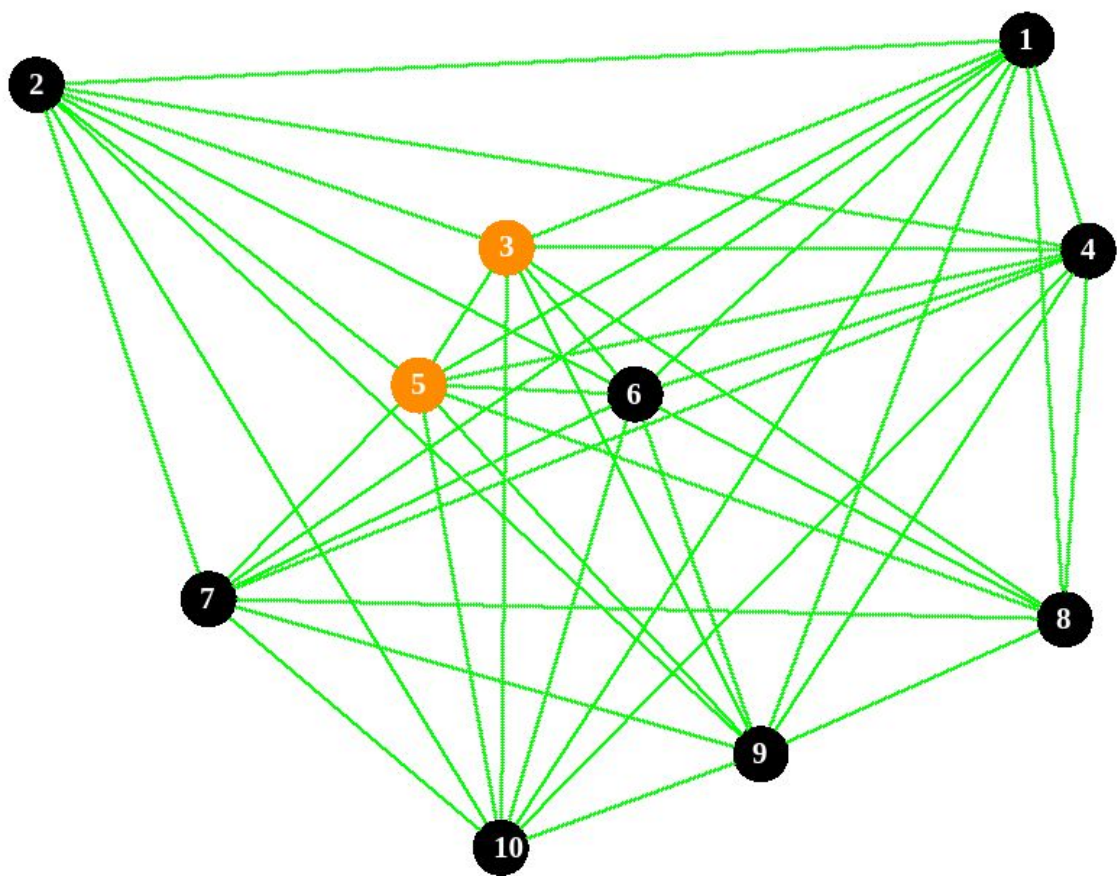
	Arriba	Derecha	Abajo	Izquierda	Centro	Radio
1	237, 174	334, 270	237, 368	140, 270	237, 270	96
2	761, 174	1364, 776	761, 1379	159, 776	761, 776	602
3	1285, 174	1382, 270	1285, 368	1188, 270	1285, 270	96
4	237, 1185	334, 1281	237, 1379	140, 1281	237, 1281	96
5	1285, 1185	1382, 1281	1285, 1379	1188, 1281	1285, 1281	96

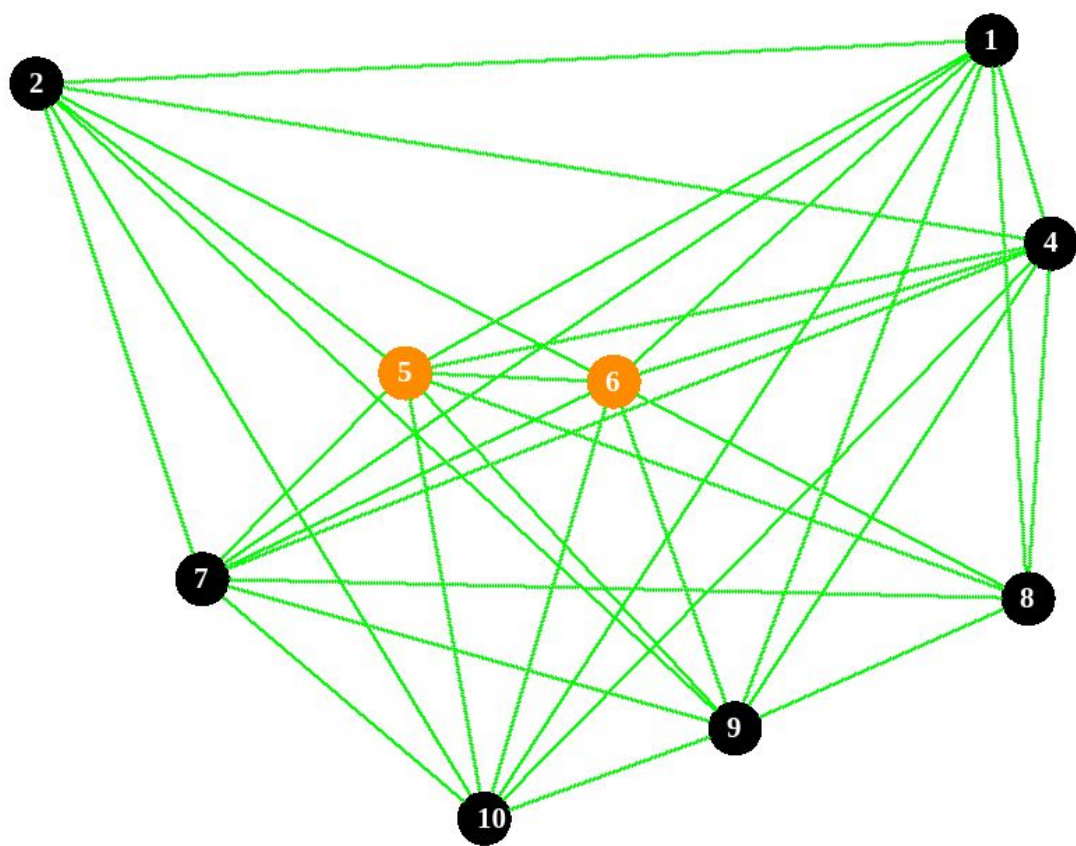
	Arriba	Derecha	Abajo	Izquierda	Centro	Radio
2	761, 174	1364, 776	761, 1379	159, 776	761, 776	602
1	237, 174	334, 270	237, 368	140, 270	237, 270	96
3	1285, 174	1382, 270	1285, 368	1188, 270	1285, 270	96
4	237, 1185	334, 1281	237, 1379	140, 1281	237, 1281	96
5	1285, 1185	1382, 1281	1285, 1379	1188, 1281	1285, 1281	96

FIG. 16 y FIG. 17

	1	2	3	4	5
1		✓			✓
2	✓		✓	✓	✓
3		✓		✓	
4		✓	✓		
5	✓	✓			

FIG. 18





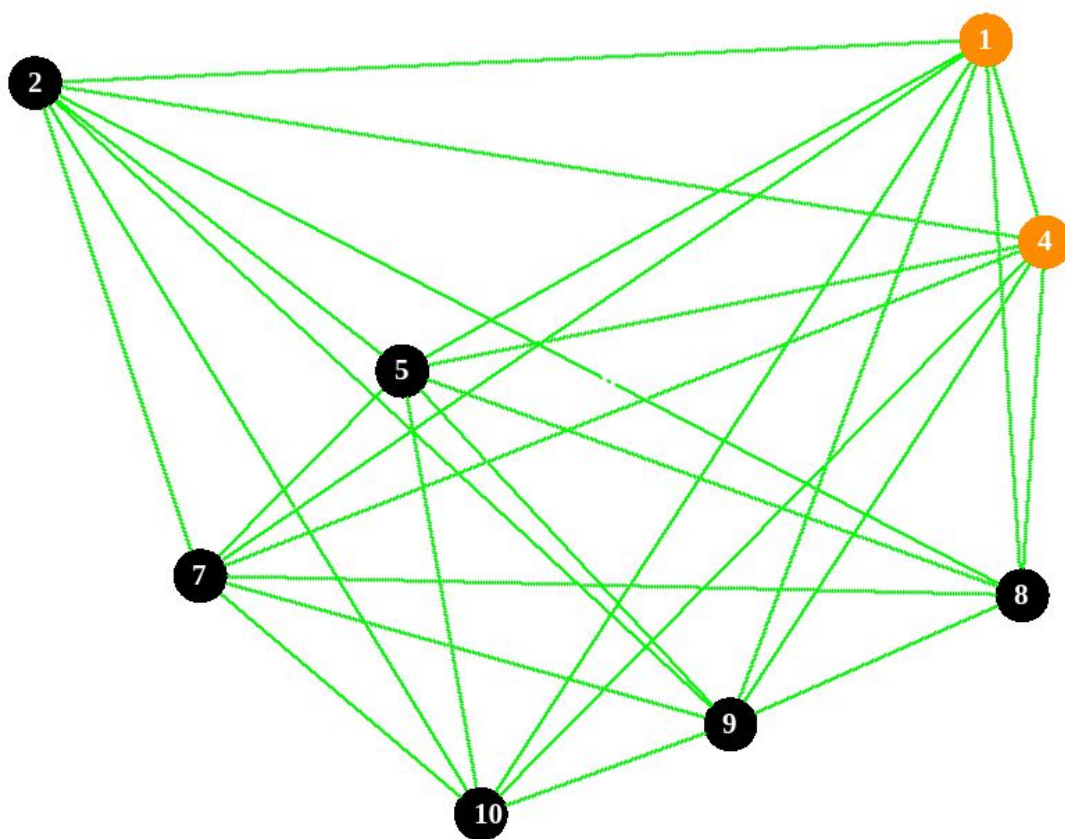


FIG. 19, FIG. 20, y FIG. 21

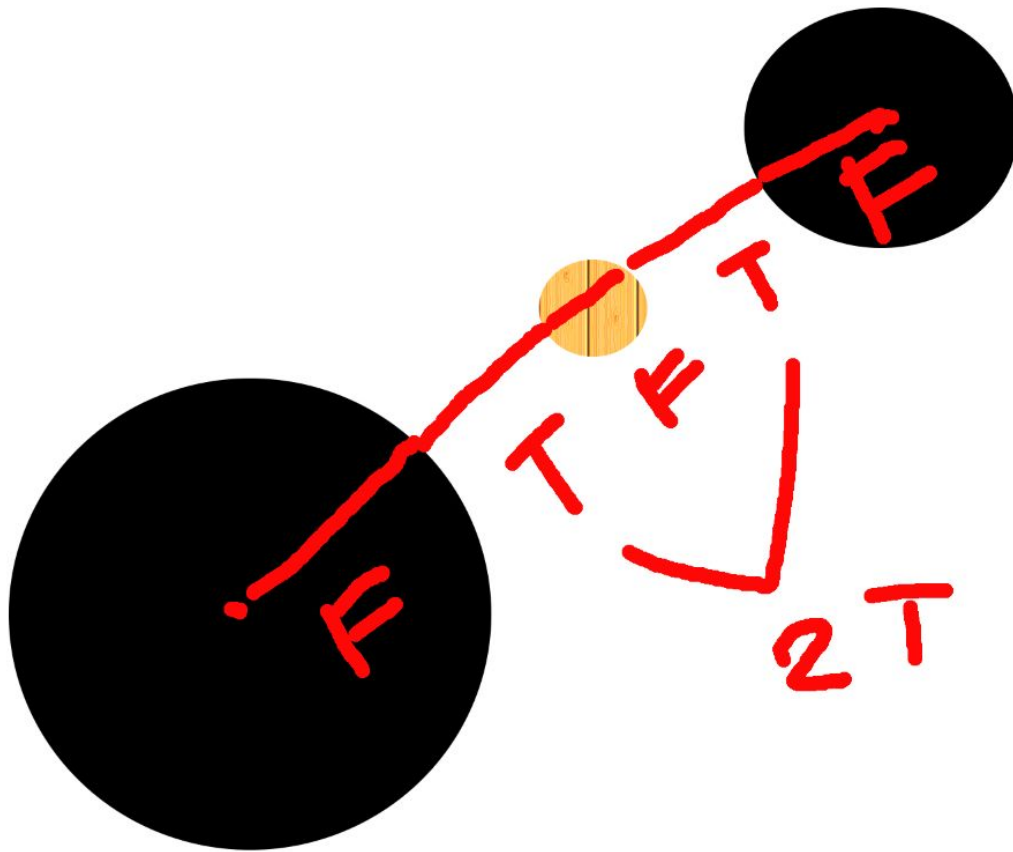


FIG. 22

VI. Conclusiones

Aunque un algoritmo de fuerza bruta es fácil de implementar, y siempre encontrará la solución si es que existe, su costo es proporcional al número de candidatos para una solución. Lo cual en varios problemas puede crecer muy, muy rápidamente mientras el tamaño de el problema aumenta. Por lo tanto, solamente veo razonable utilizar algoritmos de fuerza bruta cuando el tamaño del problema es reducido (como en el caso de esta actividad, a lo mucho, existen no más de 20 vértices, por lo cual son bastante rápidos los algoritmos).

También puedo ver que este paradigma de la programación puede resulta a ser útil cuando se está más preocupado de la simplicidad de encontrar una solución sobre la eficiencia del algoritmo.

VII. Apéndice A

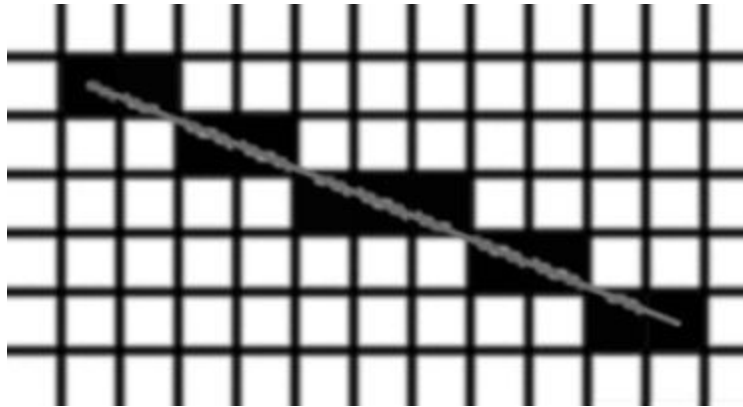


FIG. 23

El Algoritmo de Bresenham es un método rápido para el trazado de líneas en dispositivos gráficos, cuya cualidad más apreciada es que solo realiza cálculos con enteros.

Se puede adaptar para rasterizar también circunferencias y curvas. Los ejes verticales muestran las posiciones de rastreo y los ejes horizontales identifican columnas de pixel.

Actualmente se usa el nombre de algoritmos de Bresenham a toda una familia de algoritmos basado en modificaciones o ampliaciones del original aquí descrito.