Tarea 2 : Fecha de entrega 19 de marzo /20

13. Una firma consultora de computación presentó propuestas en tres proyectos. Sea $A_i = \{\text{proyecto otorgado } i\}$, con $i = 1, 2, 3$ y suponga que $P(A_1) = 0.22$, $P(A_2) = 0.25$, $P(A_3) = 0.28$, $P(A_1 \cap A_2) = 0.11$, $P(A_1 \cap A_3) = 0.05$, $P(A_2 \cap A_3) = 0.07$, $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0.01$. Exprese en palabras cada uno de los siguientes eventos y calcule la probabilidad de cada uno:

a. $A_1 \cup A_2$

b. $A_1' \cap A_2'$ [*Sugerencia:* $(A_1 \cup A_2)' = A_1' \cap A_2'$]

c. $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ **d.** $A_1' \cap A_2' \cap A_3'$

e. $A_1' \cap A_2' \cap A_3$ **f.** $(A_1' \cap A_2') \cup A_3$

15. Considere el tipo de secadora de ropa (de gas o eléctrica) adquirida por cada uno de cinco clientes diferentes en cierta tienda.

a. Si la probabilidad de que a lo sumo uno de éstos adquiera una secadora eléctrica es 0.428, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos dos adquieran una secadora eléctrica?

b. Si P(los cinco compran una secadora de gas) $= 0.116$ y P(los cinco compran una secadora eléctrica) $= 0.005$, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos se adquiera una secadora de cada tipo?

21. Una compañía de seguros ofrece cuatro diferentes niveles de deducible, ninguno, bajo, medio y alto, para sus tenedores de pólizas de propietario de casa y tres diferentes niveles, bajo, medio y alto, para sus tenedores de pólizas de automóviles. La tabla adjunta da proporciones de las varias categorías de tenedores de pólizas que tienen ambos tipos de seguro. Por ejemplo, la proporción de individuos con deducible bajo de casa como deducible bajo de carro es 0.06 (6% de todos los individuos).

	Propietario de casa			
Auto	**N**	**B**	**M**	**A**
B	0.04	0.06	0.05	0.03
M	0.07	0.10	0.20	0.10
A	0.02	0.03	0.15	0.15

Suponga que se elige al azar un individuo que posee ambos tipos de pólizas.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo tenga un deducible de auto medio y un deducible de casa alto?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo tenga un deducible de casa bajo y un deducible de auto bajo?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo se encuentre en la misma categoría de deducibles de casa y auto?

d. Basado en su respuesta en el inciso c), ¿cuál es la probabilidad de que las dos categorías sean diferentes?

e. ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo tenga por lo menos un nivel deducible bajo?

f. Utilizando la respuesta del inciso e). ¿cuál es la probabilidad de que ningún nivel deducible sea bajo?

34. Poco tiempo después de ser puestos en servicio, algunos autobuses fabricados por una cierta compañía presentaron grietas debajo del chasis principal. Suponga que una ciudad particular utiliza 25 de estos autobuses y que en 8 de ellos aparecieron grietas.

a. ¿Cuántas maneras existen de seleccionar una muestra de 5 autobuses de entre los 25 para una inspección completa?

b. ¿De cuántas maneras puede una muestra de 5 autobuses contener exactamente 4 con grietas visibles?

c. Si se elige una muestra de 5 autobuses al azar, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de los 5 tengan grietas visibles?

d. Si los autobuses se seleccionan como en el inciso c), ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 4 de los seleccionados tengan grietas visibles?

35. Una empresa de producción emplea 20 trabajadores en el turno de día, 15 en el turno de tarde y 10 en el turno de medianoche. Un consultor de control de calidad va a seleccionar 6 de estos trabajadores para entrevistas a fondo. Suponga que la selección se hace de tal modo que cualquier grupo particular de 6 trabajadores tiene la misma oportunidad de ser seleccionado al igual que cualquier otro grupo (sacando 6 papelitos de entre 45 sin reemplazarlos).

a. ¿Cuántas selecciones resultarán en que los 6 trabajadores seleccionados provengan del turno de día?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que los 6 trabajadores seleccionados sean del mismo turno?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos dos turnos diferentes estarán representados entre los trabajadores seleccionados?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos uno de los turnos no estará representado en la muestra de trabajadores?

47. Regrese al escenario de la tarjeta de crédito del ejercicio 12 (sección 2.2), donde $A = \{\text{Visa}\}$, $B = \{\text{MasterCard}\}$, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \cap B) = 0.25$. Calcule e interprete cada una de las siguientes probabilidades (un diagrama de Venn podría ayudar).

a. $P(B \mid A)$ **b.** $P(B' \mid A)$

c. $P(A \mid B)$ **d.** $P(A' \mid B)$

e. Dado que el individuo seleccionado tiene por lo menos una tarjeta, ¿cuál es la probabilidad de que él o ella tenga una tarjeta Visa?

63. Para los clientes que compran un refrigerador en una tienda de aparatos domésticos, sea A el evento en que el refrigerador fue fabricado en EU, B el evento en que el refrigerador contaba con una máquina de hacer hielos y C el evento en que el cliente adquirió una garantía ampliada. Las probabilidades pertinentes son

$$P(A) = 0.75 \quad P(B \mid A) = 0.9 \quad P(B \mid A') = 0.8$$
$$P(C \mid A \cap B) = 0.8 \quad P(C \mid A \cap B') = 0.6$$
$$P(C \mid A' \cap B) = 0.7 \quad P(C \mid A' \cap B') = 0.3$$

a. Construya un diagrama de árbol compuesto de ramas de primera, segunda y tercera generaciones y anote el evento y la probabilidad apropiada junto a cada rama.

b. Calcule $P(A \cap B \cap C)$.

c. Calcule $P(B \cap C)$.

d. Calcule $P(C)$.

e. Calcule $P(A \mid B \cap C)$, la probabilidad de la compra de un refrigerador fabricado en EU dado que también se adquirieron una máquina de hacer hielos y una garantía ampliada.

66. Considere la siguiente información sobre vacacionistas (basada en parte en una encuesta reciente de Travelocity): 40% revisan su correo electrónico de trabajo, 30% utilizan un teléfono celular para permanecer en contacto con su trabajo, 25% trajeron una computadora portátil consigo, 23% revisan su correo electrónico de trabajo y utilizan un teléfono celular para permanecer en contacto y 51% ni revisan su correo electrónico de trabajo ni utilizan un teléfono celular para permanecer en contacto ni trajeron consigo una computadora portátil. Además, 88 de cada 100 que traen una computadora portátil también revisan su correo electrónico de trabajo y 70 de cada 100 que utilizan un teléfono celular para permanecer en contacto también traen una computadora portátil.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que un vacacionista seleccionado al azar que revisa su correo electrónico de trabajo también utilice un teléfono celular para permanecer en contacto.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que alguien que trae una computadora portátil también utilice un teléfono celular para permanecer en contacto.

c. Si el vacacionista seleccionado al azar revisó su correo electrónico de trabajo y trajo una computadora portátil, ¿cuál es la probabilidad de que él o ella utilice un teléfono celular para permanecer en contacto?

23. Una organización de protección al consumidor que habitualmente evalúa automóviles nuevos reporta el número de defectos importantes encontrados en cada carro examinado. Sea X el número de defectos importantes en un carro seleccionado al azar de cierto tipo. La función de distribución acumulativa de X es la siguiente:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.06 & 0 \le x < 1 \\ 0.19 & 1 \le x < 2 \\ 0.39 & 2 \le x < 3 \\ 0.67 & 3 \le x < 4 \\ 0.92 & 4 \le x < 5 \\ 0.97 & 5 \le x < 6 \\ 1 & 6 \le x \end{cases}$$

Calcule las siguientes probabilidades directamente con la función de probabilidad acumulativa:

a. $p(2)$, es decir, $P(X = 2)$ **b.** $P(X > 3)$
c. $P(2 \le X \le 5)$ **d.** $P(2 < X < 5)$

46. Calcule las siguientes probabilidades binomiales directamente con la fórmula para $b(x; n, p)$:

a. $b(3; 8, 0.35)$
b. $b(5; 8, 0.6)$
c. $P(3 \le X \le 5)$ cuando $n = 7$ y $p = 0.6$
d. $P(1 \le X)$ cuando $n = 9$ y $p = 0.1$
c. $b(6; 15, 0.7)$
d. $P(2 \le X \le 4)$ cuando $X \sim \text{Bin}(15, 0.3)$
e. $P(2 \le X)$ cuando $X \sim \text{Bin}(15, 0.3)$
f. $P(X \le 1)$ cuando $X \sim \text{Bin}(15, 0.7)$
g. $P(2 < X < 6)$ cuando $X \sim \text{Bin}(15, 0.3)$

12. Las líneas aéreas en ocasiones venden boletos de más. Suponga que para un avión de 50 asientos, 55 pasajeros tienen boletos. Defina la variable aleatoria Y como el número de pasajeros con boletos que en realidad aparecen para el vuelo. La función masa de probabilidad de Y aparece en la tabla adjunta.

y	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
$p(y)$	0.05	0.10	0.12	0.14	0.25	0.17	0.06	0.05	0.03	0.02	0.01

a. ¿Cuál es la probabilidad de que el vuelo acomodará a todos los pasajeros con boleto que aparecieron?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que no todos los pasajeros con boleto que aparecieron puedan ser acomodados?

c. Si usted es la primera persona en la lista de espera (lo que significa que será el primero en abordar el avión si hay boletos disponibles después de que todos los pasajeros con boleto hayan sido acomodados), ¿cuál es la probabilidad de que podrá tomar el vuelo? ¿Cuál es esta probabilidad si usted es la tercera persona en la lista de espera?

37. Los n candidatos para un trabajo fueron clasificados como $1, 2, 3, \dots, n$. Sea $X =$ el rango de un candidato seleccionado al azar, de modo que X tenga la función masa de probabilidad

$$p(x) = \begin{cases} 1/n & x = 1, 2, 3, \dots, n \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

(ésta se llama *distribución uniforme discreta*). Calcule $E(X)$ y $V(X)$ por medio de la fórmula abreviada. [*Sugerencia*: La suma de los primeros n enteros positivos es $n(n + 1)/2$, mientras que la suma de sus cuadrados es $n(n + 1)(2n + 1)/6$.]

34. Suponga que el número de plantas de un tipo particular encontradas en una región particular (llamada cuadrante por ecologistas) en cierta área geográfica es una variable aleatoria X con función masa de probabilidad

$$p(x) = \begin{cases} c/x^3 & x = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

¿Es $E(X)$ finita? Justifique su respuesta (ésta es otra distribución que los estadísticos llamarían de cola gruesa).

35. Un pequeño mercado ordena ejemplares de cierta revista para su exhibidor de revistas cada semana. Sea $X =$ demanda de la revista, con función masa de probabilidad

x	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$

Suponga que el propietario de la tienda paga \$1.00 por cada ejemplar de la revista y el precio para los consumidores es de \$2.00. Si las revistas que se quedan al final de la semana no tienen valor de recuperación, ¿es mejor ordenar tres o cuatro ejemplares de la revista? [*Sugerencia*: Tanto para tres o cuatro ejemplares ordenados, exprese un ingreso neto como una función de la demanda X y luego calcule el ingreso esperado.]

54. Un tipo particular de raqueta de tenis viene en tamaño mediano y en tamaño extragrande. El 60% de todos los clientes en una tienda desean la versión extragrande.

a. Entre diez clientes seleccionados al azar que desean este tipo de raqueta, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos seis deseen la versión extragrande?

b. Entre diez clientes seleccionados al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el número que desea la versión extragrande esté dentro de una desviación estándar del valor medio?

c. La tienda dispone actualmente de siete raquetas de cada versión. ¿Cuál es la probabilidad de que los siguientes diez clientes que desean esta raqueta puedan obtener la versión que desean de las existencias actuales?

79. Sea X el número de imperfecciones superficiales de una caldera seleccionada al azar de un tipo que tiene una distribución de Poisson con parámetro $\lambda = 5$. Use la tabla A.2 del apéndice para calcular las siguientes probabilidades:

a. $P(X \leq 8)$ **b.** $P(X = 8)$ **c.** $P(9 \leq X)$
d. $P(5 \leq X \leq 8)$ **e.** $P(5 < X < 8)$

80. Suponga que el número X de tornados observados en una región particular durante un año tiene una distribución de Poisson con $\lambda = 8$.

a. Calcule $P(X \leq 5)$.

b. Calcule $P(6 \leq X \leq 9)$.

c. Calcule $P(10 \leq X)$.

d. ¿Cuál es la probabilidad de que el número observado de tornados sobrepase el número esperado por más de una desviación estándar?

68. Un tipo de cámara digital viene en una versión de 3 megapixeles o una versión de 4 megapixeles. Una tienda de cámaras recibió un envío de 15 de estas cámaras, de las cuales 6 tienen una resolución de 3 megapixeles. Suponga que se seleccionan al azar 5 de estas cámaras para guardarlas detrás del mostrador; las otras 10 se colocan en una bodega. Sea $X =$ el número de cámaras de 3 megapixeles entre las 5 seleccionadas para guardarlas detrás del mostrador.

a. ¿Qué distribución tiene X (nombre y valores de todos los parámetros)?

b. Calcule $P(X = 2)$, $P(X \leq 2)$ y $P(X \geq 2)$.

c. Calcule el valor medio y la desviación estándar de X.

69. Cada uno de 12 refrigeradores de un tipo ha sido regresado a un distribuidor debido a un ruido agudo audible producido por oscilación cuando el refrigerador está funcionando. Suponga que 7 de estos refrigeradores tienen un compresor defectuoso y que los otros 5 tienen problemas menos serios. Si los refrigeradores se examinan en orden aleatorio, sea X el número entre los primeros 6 examinados que tienen un compresor defectuoso. Calcule lo siguiente:

a. $P(X = 5)$

b. $P(X \leq 4)$

c. La probabilidad de que X exceda su valor medio por más de una desviación estándar.

d. Considere un gran envío de 400 refrigeradores, 40 de los cuales tienen compresores defectuosos. Si X es el número entre 15 refrigeradores seleccionados al azar que tienen compresores defectuosos, describa una forma menos tediosa de calcular (por lo menos de forma aproximada) $P(X \leq 5)$ que utilizar la función masa de probabilidad hipergeométrica.