

## Лабораторная работа №2. Изучение метода фильтрации на основе интерполяции

**Цель работы.** Изучить основы метода сглаживающей фильтрации зашумленных сигналов на основе методов интерполяции.

### Краткие теоретические сведения

Задача интерполяции является типовой в цифровой обработке сигналов и данных. С помощью интерполяции решаются задачи расчета графиков, восстановления пропущенных данных, фильтрация сигналов, мультимедиа-сжатие данных и ряд других. Решение задачи сглаживающей фильтрации зашумленных дискретизированных сигналов при помощи интерполяции, в случае, когда обрабатывается уже зарегистрированная выборка, обеспечивается заданием некоторого количества узлов, много меньшего, чем количество отсчетов в обрабатываемой выборке, и последующим расчетом интерполирующей функции, которая и будет представлять собой результат работы фильтра для данного обрабатываемого сигнала. Такой подход к обработке известен под термином “сплайн-фильтр” (“smoothing spline” в англоязычной литературе). Существует множество других разновидностей постановок исходных задач и соответствующих реализаций сплайн-фильтров, существенно отличающихся от описанной концепции обработки.

Сплайн-фильтр относится к классу нелинейных фильтров, теоретический анализ которых сопряжен с принципиальными трудностями, поэтому основным методом исследования выбран метод математического моделирования. Качество работы сплайн-фильтра принципиально зависит от способа выбора множества узловых точек интерполяции и их количества.

### Варианты заданий\*

Выполнение работы предполагает формирование обучающимся смеси полезного сигнала (используется сигнал из лабораторной работы №1) с аддитивной помехой с заданными свойствами, после чего к ней следует применить сплайн-фильтр. При выборе узлов обучающемуся рекомендовано придерживаться концепции равноотстоящих узлов с выбором значения ординаты каждого узла как медианы в некоторой окрестности узла, но по его желанию может быть предложен и дополнительно исследован любой другой принцип, не противоречащий здравому смыслу и не использующий явно функциональную зависимость для заданного полезного сигнала. Следует осуществить моделирование работы сплайн-фильтра для случаев помех двух видов: 1) гауссовского белого шума с нулевым средним, 2) негауссовского белого шума с нулевым средним, желательно, имеющим “тяжелые хвосты” распределения (например, с масштабированным распределением Стьюдента, распределением Лапласа или моделью  $\varepsilon$ -загрязненного гауссовского распределения – распределение Тьюки). Дисперсии гауссовской и негауссовской помехи следует сделать одинаковыми.

Варианты распределений негауссовских помех приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Варианты распределений негауссовских помех

Вариант	1	2	3	4	5	6
Распределение	Лапласовская	Стьюдента	Тьюки с $\varepsilon=0.1$	Тьюки с $\varepsilon=0.05$	Тьюки с $\varepsilon=0.02$	Тьюки с $\varepsilon=0.01$

#### \*Примечание:

При нарушении указанного предельного срока выполнения работы максимальный балл за работу **снижается на 2 балла в неделю**. При желании сохранить максимально возможный балл требуется дополнительно провести многократное повторение работы сплайн-фильтра для разных реализаций шума, вычислять среднеквадратическую ошибку фильтрации для каждого метода, и по итогам построить 2 гистограммы величин среднеквадратической ошибки фильтрации.

Для расчетов рекомендуется использовать компьютерный пакет MathCAD.

### **Порядок выполнения работы.**

1. Согласовать с преподавателем вариант задания во время занятия по расписанию, удостовериться в правильном понимании задания и критериев его оценки.
2. Осуществить моделирование смеси полезного сигнала с каждым из видов помехи.
3. Программно реализовать алгоритм выбора узловых точек интерполяции для построения сглаживающего сплайна. Рекомендуется использовать медиану в окрестности каждого узла.
4. Построить графики заданных функций, с нанесением на них хорошо различимых узловых точек, сформированных при выполнении п. 3, для каждого вида помехи.
5. Построить график интерполирующего сглаживающего сплайна.
6. Построить графики разности между заданной функцией полезного сигнала и интерполянтом для каждого вида помехи. Оценить визуально качество фильтрации. Вычислить среднеквадратическую ошибку фильтрации для обоих видов помехи.
7. Ориентировочно оценить количество узловых точек, оптимальное по критерию минимума среднеквадратической ошибки фильтрации, изменяя количество узлов и повторяя моделирование.

### **Содержание отчета**

1. Цель работы.
2. Теоретические сведения методологии фильтрации сигналов с использованием методов интерполяции.
3. Программа, в которой представлена последовательности результаты обработки сигналов, с необходимыми комментариями.
4. Полученные графики.
5. Выводы, в которых отражены особенности изученных методов и свойства полученных результатов.
6. Список используемых источников.

### **Рекомендуемая литература**

1. Цифровая обработка сигналов: учебник для ВПО / С.Н. Воробьев. - М.: Академия, 2013. - 320 с. [библиотечный шифр 621.391 В75]
2. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие / В.А. Сериков, В.Р. Луцив; С.-Петербург. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения. - СПб: Изд-во ГУАП, 2014. – 110 с. [библиотечный шифр 621.391 С32]
3. Сглаживание коррелированных данных (на англ. языке). Smoothing temporally correlated data. URL: <https://www.fromthebottomoftheheap.net/2011/07/21/smoothing-temporally-correlated-data/>