

Fizyka układów złożonych

Błądzenie losowe

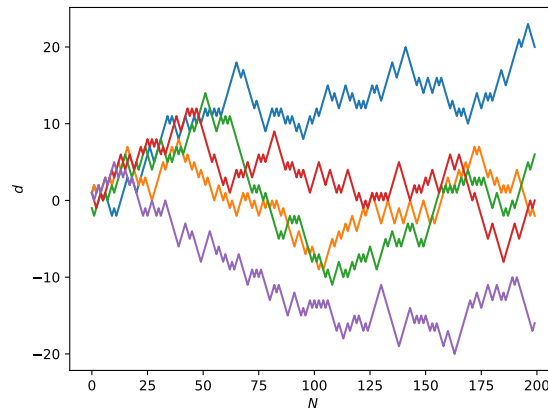
Małgorzata Krawczyk

Zadanie 1 Rozważamy błądzenie losowe w jednym wymiarze, czyli wykonujemy N kroków o równej długości wzdłuż prostej. Przyjmujemy jednakowe prawdopodobieństwo p wykonania kroku w prawo lub w lewo. Przez n_1 oznaczmy liczbę kroków wykonanych w prawo, a przez n_2 liczbę kroków wykonanych w lewo.

Odległość od punktu początkowego po N krokach dana jest wzorem:

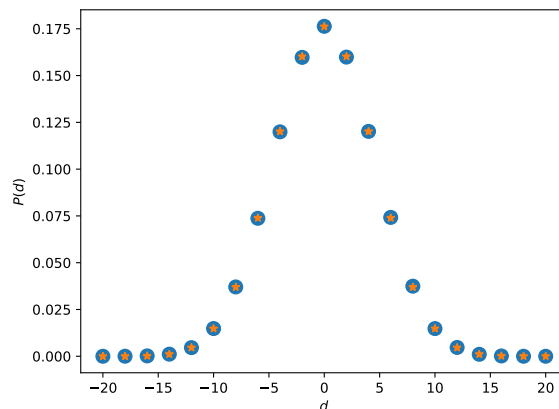
$$d_N = n_1 - n_2 = 2n_1 - N$$

- **(25p)** proszę narysować pięć przykładowych zależności odległości od liczby kroków, dla $N_{max} = 200$



- **(25p)** proszę sporządzić histogram odległości uzyskanej po $N = 20$ krokach dla 10^6 powtórzeń i porównać z wartością oczekiwaną:

$$P_N(d) = \frac{1}{2^N} \binom{N}{\frac{d+N}{2}}$$



Zadanie 2 (25p) Rozważamy błądzenie losowe w dwóch wymiarach, na siatce kwadratowej o wymiarach $M \times M$. Przyjmujemy jednakowe prawdopodobieństwo p wykonania kroku w czterech kierunkach: lewo, prawo, góra i dół. Proszę wyznaczyć częstość odwiedzania poszczególnych węzłów dla $M = 10$ i $N = 10^6$, przy czym przyjmujemy okresowe warunki brzegowe. Wynik proszę podać jako wartość średnią \pm odchylenie standardowe.

Zadanie 3 (25p) Rozważamy błądzenie losowe w dwóch wymiarach bez siatki. Proszę sprawdzić w jakiej odległości od początku układu współrzędnych, skąd rozpoczynamy błądzenie, się znajdujemy po $N = 10, 100, 200$ krokach, wynik proszę uśrednić po $N \times 10$ powtórzeniach. Spodziewamy się $d = \sqrt{N}$, a dokładnie:

$$l \sqrt{\frac{2N}{D}} \frac{\Gamma\left(\frac{D+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)},$$

gdzie: l - długość kroku, D - wymiar.