

# Fizyka układów złożonych

## Model Kuramoto

Małgorzata Krawczyk

**Model** Tworzymy układ składający się z  $N$  oscylatorów, oscylujących z częstością własną  $\omega_i$  i połączonych z pozostałymi oscylatorami stałą sprzężenia  $K$ . Zmiana fazy  $\theta$  każdego z oscylatorów w czasie opisana jest równaniem:

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1 \dots N,$$

Parametr porządku:

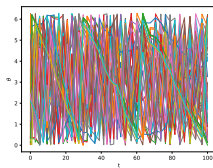
$$re^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j}$$

**Zadanie 1 (50p)** Przyjmujemy:

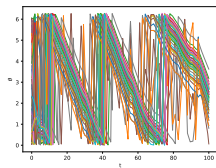
- $N = 10, 20, 50$
- $K \in (0.25, 5)$  z krokiem 0.5
- $\omega_i$  losujemy z rozkładu normalnego  $\mu = 0, \sigma = 1$
- początkowe  $\theta_i$  losujemy z rozkładu jednorodnego w przedziale  $[0, 2\pi)$

W każdym przypadku rozwiązujemy układ równań. Na wykresach proszę przedstawić zależność  $\theta_i$  oraz  $r$  od czasu.

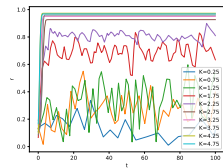
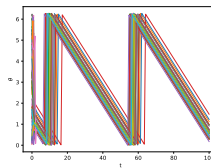
$N = 50, K = 0.75$



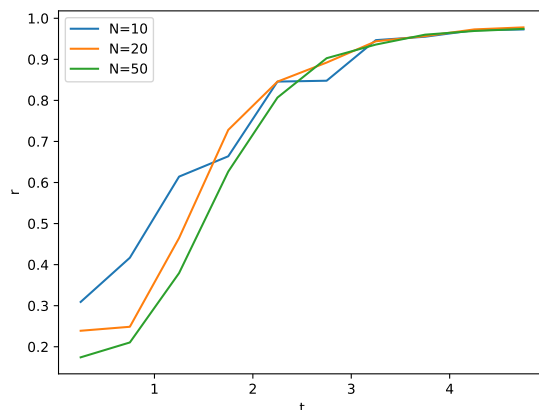
$N = 50, K = 2.25$



$N = 50, K = 4.75$



**Zadanie 2 (25p)** Dla parametrów jak wcześniej proszę utworzyć wykres zależności wartości końcowej  $r$  od  $K$ , wynik proszę uśrednić po 10 powtórzeniach.



**Zadanie 3 (25p)** Możemy także zobaczyć jak wygląda proces desynchronizacji. Tworzymy układ  $N = 50$  oscylatorów. Dla połowy z nich losujemy  $\theta$  z rozkładu jednorodnego w przedziale  $[0, 2\pi)$ , a dla drugiej w przedziale  $[0, \pi/12]$ ,  $\omega_i$  losujemy z rozkładu normalnego  $\mu = 0, \sigma = 0.5$ . Dla  $K = 0.01, 0.8$  i  $2$  proszę narysować zależność  $r$  od czasu.

