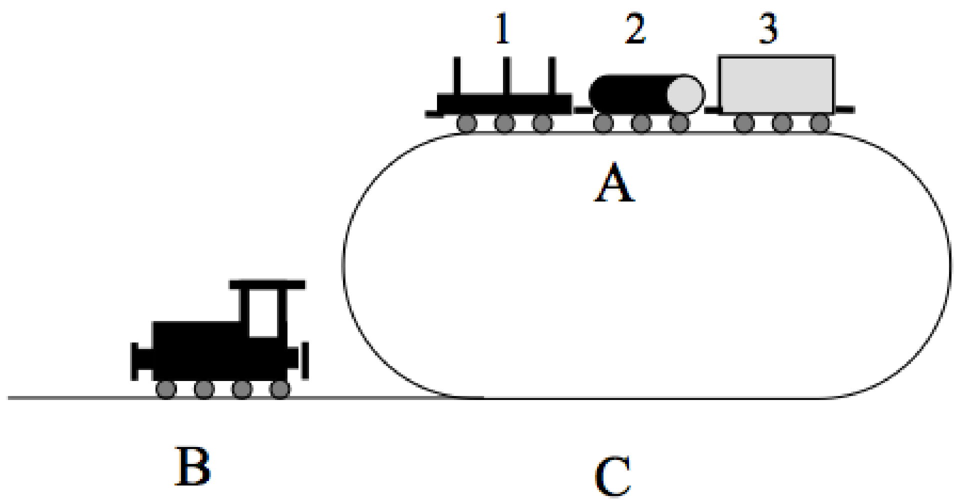
Aufgaben-Blatt: Ein Rangier-Problem



Auf dem Gleis-Abschnitt A befinden sich drei Waggons, die wir mit 1, 2, 3 bezeichnen. Auf dem Gleisabschnitt B befindet sich eine Lokomotive, die wir später mit der Ziffer 0 bezeichnen. Ziel ist es, die Waggons in der Reihenfolge 3, 1, 2 auf dem Gleis-Abschnitt C abzustellen. Die Lokomotive soll am Schluss wieder auf den Gleis-Abschnitt B zurückfahren. Die Lokomotive kann die Waggons in beliebiger Reihenfolge an und abkoppeln. Beim Rangieren ist es erlaubt, dass die Lokomotive gleichzeitig Waggons vorne und hinten anhängt.

Schreiben Sie ein SetlX-Programm, dass die gestellte Aufgabe löst. Laden Sie dazu von meiner Seite das Programm

`https://github.com/karlstroetmann/Logik/blob/master/Aufgaben/Blatt-05/shunting-frame.stlx`

herunter und bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

(a) Definieren Sie in Zeile 61 eine Funktion `toList` so, dass für eine Menge s der Aufruf *toList*(s) die Menge aller Listen berechnet, deren Elemente aus s sind und die jedes Element aus s genau einmal enthalten. Beispielsweise soll der Aufruf `toList`$(\{1, 2, 3\})$ das Ergebnis

$$\{[1, 2, 3], [1, 3, 2], [2, 1, 3], [2, 3, 1], [3, 1, 2], [3, 2, 1]\}$$

liefern.

(b) Definieren Sie in Zeile 71 eine Prozedur `inverse` so, dass der Aufruf `inverse`(R) für eine binäre Relation R die Relation R^{-1} berechnet. Beispielsweise soll gelten:

```
inverse({ ["a", 1], ["b", 2] }) = {[1, "a"], [2, "b"]}.
```

(c) Wir stellen die Waggons durch die Ziffern 1, 2 und 3 dar, die Lokomotive wird durch 0 dargestellt. Definieren Sie in Zeile 83 die Menge `Partitions` so, dass diese Menge alle Tripel der Form

$$\langle A, B, C\rangle$$

enthält, für welche die Menge $\{A, B, C\}$ eine Partition der Menge $\{0, 1, 2, 3\}$ ist.

Hinweis 1: Die Menge $\{A, B, C\}$ ist genau dann eine Partition einer Menge S, wenn gilt:

1. $A \cup B \cup C = S$,
2. $A \cap B = \{\}$, $\quad A \cap C = \{\}$ $\quad$ und $\quad B \cap C = \{\}$.

Hinweis 2: Die Menge $\{0, 1, 2, 3\}$ hat 81 Partitionen, die aus drei Mengen bestehen.

(d) Wir stellen Zustände durch Listen der Form

$$[LA, LB, LC]$$

dar. Dabei ist LA die Liste der Waggons auf dem Gleis A, LB ist die Liste der Waggons auf dem Gleis B und LC ist die Liste der Waggons auf dem Gleis C.

Berechnen Sie in Zeile 90 die Menge aller Zustände.

Hinweis: Es gibt 360 verschiedene Zustände.

(e) Berechnen Sie in Zeile 103 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis A nach Osten zum Gleis C fährt.

Hinweis: Es gibt in SetlX eine Funktion `reverse`, die eine Liste umdreht.

Hinweis: Es gibt hier 210 verschiedene Transitionen.

(f) Berechnen Sie in Zeile 118 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis A nach Westen zum Gleis C fährt.

Hinweis: Hier gibt es ebenfalls 210 verschiedene Transitionen.

(g) Berechnen Sie in Zeile 132 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis C zum Gleis A fährt. Berücksichtigen Sie dabei die Symmetrie des Problems.

(h) Berechnen Sie in Zeile 136 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis B zum Gleis C fährt.

(i) Berechnen Sie in Zeile 148 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis C zum Gleis B fährt.

(j) In Zeile 151 wird die Menge aller möglichen Transitionen berechnet. Diese Relation enthält 1140 Elemente.

Hinweis: Der Pfad, der am Ende berechnet wird, hat die Länge 13.