

## 1. Übung zur Vorlesung Logik und Diskrete Strukturen

### Hinweise:

- Die A-Aufgaben bezeichnen Aufgaben, die in den Tutorien in Anwesenheit gerechnet oder besprochen werden, die H-Aufgaben sind Hausaufgaben.
- Es gibt auf jede Hausaufgabe Übungspunkte. Übungspunkte geben Bonuspunkte für die Klausur, aber nur, wenn die Klausur ohnehin bestanden wurde.
- Abgabefrist (für die H-Aufgaben) ist der 26. April 2024
- Wie immer sind bei allen Aufgaben Rechenwege, Beweise oder Zwischenschritte gefordert

### A1-1 Mengen

Berechnen Sie folgende Mengen:

- a)  $\{m, e, n\} \cup \{g, e\}$   $\{e\}$
- b)  $\{1, 2, 4\} \cup \{2, 3, 4, 5\}$   $\{2, 4\}$
- c)  $\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4, 5\}$   $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- d)  $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$   $\{\{0\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$
- e)  $\{1, 2, 3\} \times \{\{4, 5\}\}$
- f)  $\{1, 2, 4\} \setminus \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
- g)  $\{1, 2, 4\} \triangle \{1, 2, 3, 5\}$

### A1-2 Kardinalitäten

Geben Sie die Kardinalität folgender Mengen an:

- a)  $\mathcal{P}(\{\emptyset\})$
- b)  $\{x \in \mathbb{N}_0; x < 5\}$
- c)  $\{x \in \mathbb{Z}; x < 5\}$
- d)  $\{\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 7, 9\}\}$
- e)  $\{x; x \in \mathbb{N}_0\} \cap \{1, \dots, 100\}$
- f)  $\{3, 4, 5\} \times \{2, 7, 8, 9\}$
- g)  $\{p \in \mathbb{N}_0; p \text{ ist Primzahl}\} \times \{x \in \mathbb{N}_0; x > 50 \text{ und } x \leq 100\}$

### A1-3 *Disjunktheit*

Geben Sie aus folgenden Mengen alle Paare von Mengen an, die disjunkt sind

- $A = \{1, 2, 3\}$
- $B = \{4, 6, 8\}$
- $C = \{2, 3, 5, 7\}$
- $D = \{4, 8, 9\}$

### A1-4 *Mengenoperationen*

- a) Zeigen oder widerlegen Sie, dass gilt:  
 $(A \cap B) \cup (C \cap D) = (A \cup C) \cap (B \cup D)$
- b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass gilt:  
 $(A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C)$

### H1-1 *Mengen* (5 Punkte)

Berechnen Sie folgende Mengen:

- a)  $\{2, 4, 8\} \cup (\{8, 16, 32, 64\} \cap \{64\})$
- b)  $\mathcal{P}(\{a, b, d\}) \setminus \{\{a, a\}, \{a, d\}, \{b\}\}$
- c)  $\{\alpha, \gamma\} \times \{\{\alpha, \gamma\}, \{\beta, \delta\}\}$
- d)  $\{(t, 1), (u, 4)\} \cup (\{s, t, u\} \times \{4\})$
- e)  $\{X \in \mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}); |X| \leq 1\}$

### H1-2 *Kardinalitäten* (7 Punkte)

Geben Sie die Kardinalität folgender Mengen an:

- a)  $\{l, d, s, i, s, t, t, o, l, l\}$
- b)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \emptyset\}, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \emptyset\}\}$
- c)  $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\} \times \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
- d)  $\{(a, b) \in \{1, \dots, 17\} \times \{1, \dots, 10\}; a \cdot b \text{ ist prim}\}$
- e)  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}))$

### H1-3 *Disjunktheit* (4 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen gelten?

- a)  $\{1, 2, 3\} \cap \{4, 5, 6\} = \emptyset$     wahr, da kein Wert der Menge A in der Menge B ist und umgekehrt
- b)  $\{n \in \mathbb{N}_0; n - 2 \text{ ist prim}\} \cap \{4, 5, 6\} = \emptyset$     nicht wahr, da für  $n=5$   $n-2=3$  und 3 ist eine Primzahl  $\rightarrow$  5 ist in beiden Mengen und die Schnittmenge ist demnach nicht leer
- c)  $\mathcal{P}(\{1, 2\}) \cap \{\{2, 2\}, \{2, 2, 2\}\} = \emptyset$     die Potenzmenge produziert keine der Mengen in B und somit ist die Schnittmenge leer  $\rightarrow$  wahr
- d)  $\{X; |X| > 2\} \cap \mathcal{P}(\{3, 4\}) = \emptyset$     wenn  $X=4$  oder  $X=-4$ : nicht wahr  
ansonsten wahr

### H1-4 *Mengenoperationen* (3 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie beide Richtungen der folgende Aussage:

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$