Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗвИС»

на тему «Реализация модели решения задачи

на конвейерной архитектуре»

Выполнил студенты гр. 821702: Казакевич Н. Д.

Антонов А.Н.

Проверил: Крачковский Д. Я.

МИНСК 2020

Вариант 7

Постановка задачи: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения компонентов двух векторов чисел.

Описание модели. Краткое описание особенностей
Алгоритм вычисления произведения пары 6-разрядных чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого (частичного произведения) влево.

	Этапы					
Такт	**Умножение 1**	**Сумма 2**	**Умножение 3**	**Сумма 4**	**Умножение 5**	**Сумма 6**
1	1 разряд a1 * b1					
2	2 разряд a1 * b1	частич.сумм(1 разряд a1 * b1)				
3	1 разряд a2 * b2	частич.сумм(2 разряд a1 * b1)	3 разряд a1 * b1			
4	2 разряд a2 * b2	частич.сумм(1 разряд a2 * b2)	4 разряд a1 * b1	частич.сумм(3 разряд a1 * b1)		
5	1 разряд a3 * b3	частич.сумм(2 разряд a2 * b2)	3 разряд a2 * b2	частич.сумм(4 разряд a1 * b1)	5 разряд a1 * b1	
6	2 разряд a3 * b3	частич.сумм(1 разряд a3 * b3)	4 разряд a2 * b2	частич.сумм(3 разряд a2 * b2)	6 разряд a1 * b1	частич.сумм(5 разряд a1 * b1)
7		частич.сумм(2 разряд a3 * b3)	3 разряд a3 * b3	частич.сумм(4 разряд a2 * b2)	5 разряд a2 * b2	частич.сумм(6 разряд a1 * b1)
8			4 разряд a3 * b3	частич.сумм(3 разряд a3 * b3)	6 разряд a2 * b2	частич.сумм(5 разряд a2 * b2)
9				частич.сумм(4 разряд a3 * b3)	5 разряд a3 * b3	частич.сумм(6 разряд a2 * b2)
10					6 разряд a3 * b3	частич.сумм(5 разряд a3 * b3)
11						частич.сумм(6 разряд a3 * b3)

Р и с у н о к 1 С х е м а р а б о т ы к о н в е й е р а

Входные данные:

- *m* – количество пар(в данном примере равно 3, но может быть любым);
- *p* – разрядность умножаемых попарно чисел (6);
- *n* – количество процессорных элементов в системе (*n* = 6);
- *r* – ранг задачи (количество объектов, которые в процессе решения задачи могли бы обрабатываться параллельно, *r* = *m*);
- *t = 1* – время счёта на этапах сбалансированного конвейера;
- 2 числовых вектора равной длины:

  A = <2, 3, 9>,

  B = <3, 5, 2>.

На каждом такте мы выполняем текущее действие (либо сложение с частичным произведением либо само частичное произведение для всех объектов “находящихся” на конвейере

На первом такте мы “ставим” на конвейер первый элемент и выполняем частичное произведение, на втором “ставим” на конвейер второй элемент и выполняем для него частичное произведение, а для первого элемента на этом же такте выполняем сдвиг и сложение частичного произведения. Алгоритм продолжает работать по данному принципу пока не посчитаем произведение для последних элементов.

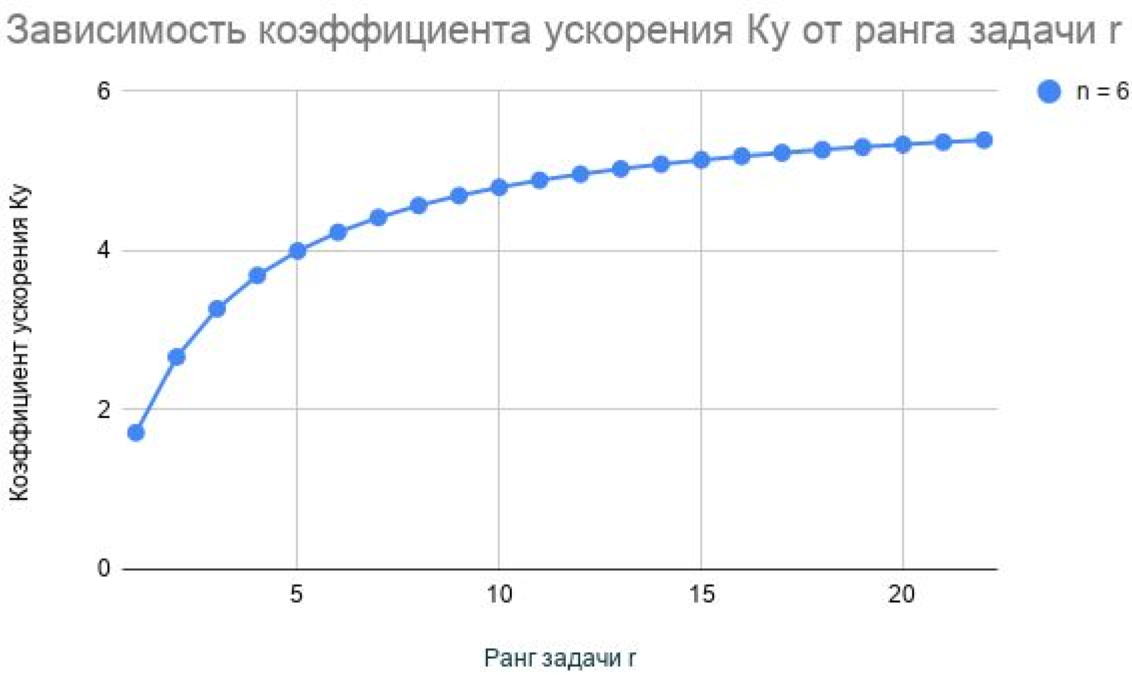
```
/Users/nikitakazakevich/Library/Java/JavaVirtualMachines/openjdk-14.0.1/Contents/Home/bin/java -javaag
        000000          -           -           -           -           -
        000011      000000          -           -           -           -
        000101      000110      000000          -           -           -
        000101      000101      000000      000110          -           -
        000010      001111      000000      000110      000000          -
        000000      000010      000000      001111      000000      000110
             -      000010      000000      001111      000000      000110
             -           -      000010      000010      000000      001111
             -           -           -      010010      000000      001111
             -           -           -           -      000000      010010
             -           -           -           -           -      010010

Process finished with exit code 0
```

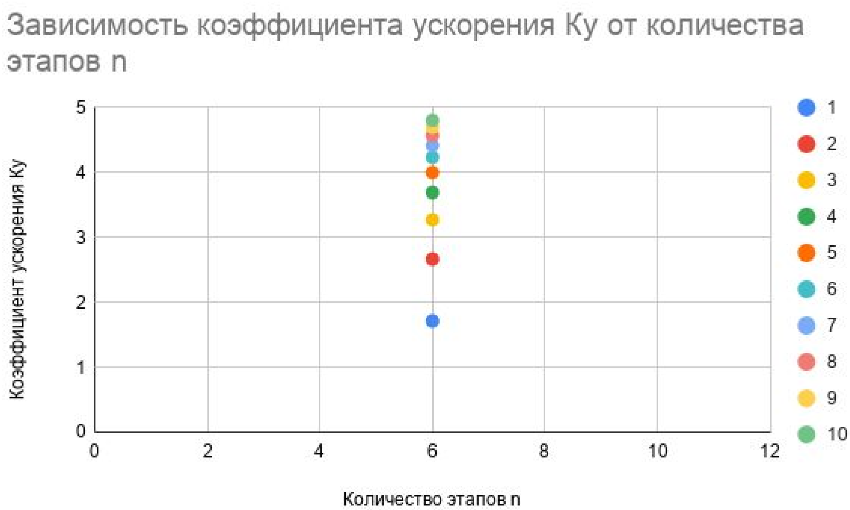
Рисунок 2 Результат выполнения программы

Графики:

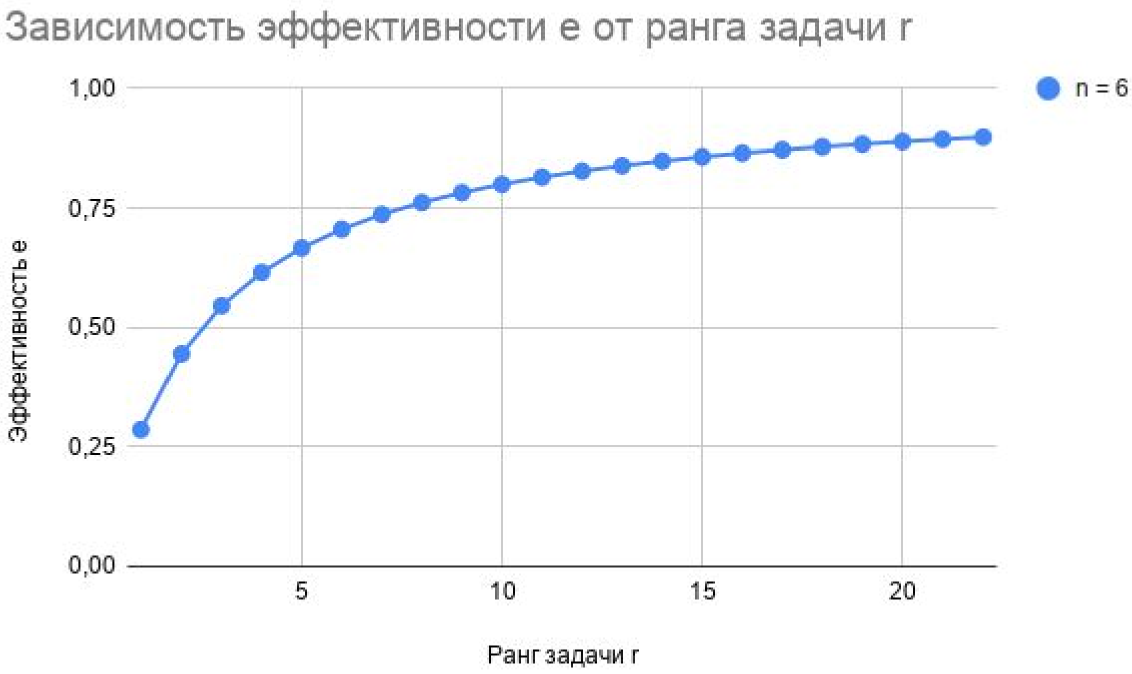
$Ky(r)=T_1/Tn$



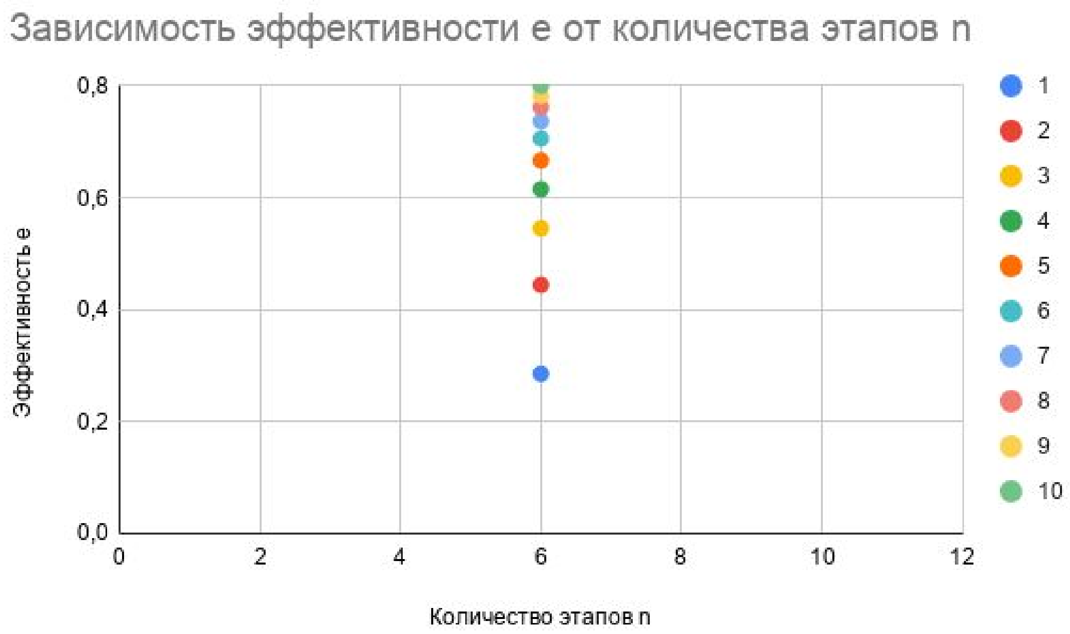
$Ky(n)=T_1/Tn$



e(r)=Ky(r)/n



e(r)=Ky(r)/n



Ответы на вопросы:

1. **Проверить, что модель создана верно: программа работает правильно**.

Ответ:

Проверка правильности работы программы:

a. 2 * 3 = 6;

b. 5 * 3 = 15;

c. 9 * 2 = 18;

Вывод: Программа работает верно.

2. **Объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты**.

Для графиков эффективности ассимптота y=0,8 представляет собой максимальную эффективность. Чем больше r, тем ближе эффективность модели приближается к максимуму.

Для графиков ускорения с n=n0, асимптотами являются y=n0. Это можно проинтерпретировать следующим образом: чем больше r, тем ближе ускорение модели приближается к тому моменту, где скорость параллельной обработки (с n этапами) действительно в n раз выше последовательной.

Асимптоты на графиках объясняются законом, по которому происходит ограничение роста характеристик конвейера (коэффициент ускорения и эффективность) с увеличением конкретного из параметров (**n** и **r**) .

Асимптоты:

Для K_y **:**

$\frac{rn}{n+r-1} = n$

Эта асимптота показывает, что конвейер выполнит операцию не более, чем в ***n*** раз быстрее, чем на последовательной системе, благодаря параллельной обработке числовых векторов.

$\frac{rn}{n+r-1} = r$

Эта асимптота показывает, что конвейер выполнит операцию не более, чем в ***r*** раз быстрее, чем на последовательной системе, благодаря параллельной обработке числовых векторов. При n стремящемся к бесконечности конвейер сможет обрабатывать пары одновременно.

Для ***e*****:**

$\frac{r}{n+r-1} = 1$

$\frac{r}{n+r-1} = 0$

Эффективность показывает «эффективную» работу процессорных элементов (этапов) в рамках системы:

1. при возрастании ранга задачи,
2. при возрастании количества самих процессорных элементов к бесконечности.

3. **Спрогнозируйте, как изменится вид графиков при изменении параметров модели? Если модель позволяет, то проверьте на ней правильность ответа.**

- **Параметр r:** при его увеличении растет значение K_y и e;
- **Параметр n:** при его увеличении растет значение K_y, а e – уменьшается.

4. **Каково соотношение между параметрами n, r, m, p модели сбалансированного конвейера?**

m – задает пользователь, p = 4, n = 2*p, r = m.

5. **Допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение $К_у$) и для неё выполняется:**

$$\mathbf{h}(n_1, r_1) = \mathbf{h}(n_2, r_2) \text{ и } n_1 > n_2 .$$

Каким будет соотношение между r_1 и r_2 ?

Проанализируем соотношение и сравним данные с построенными графиками характеристик. При таком соотношении для $К_у$ - $r_1 < r_2$, для e - $r_1 > r_2$.

Ответ: $К_у$: $r_1 < r_2$; e: $r_1 > r_2$.

6. **Дано:**
   a. несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: n, $\{t_i\}$ – времена выполнения обработки на этапах конвейера);
   b. e_0 – некоторое фиксированное значение эффективности.

Определить значение r_0, при котором выполняется $e(n, r_0) > e_0$? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

Эффективность определяется по формуле: $e = \frac{Ky(r)}{n}$ (1)
Коэффициент ускорения определяется по формуле: $Ky(r) = \frac{T1}{Tn}$(2)

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)\,t_{max}(3)$$

$$T_1 = r\sum_{i=1}^{n} t_i(4)$$

Подставим **(3)**, **(4)** в формулу **(2)**:

$$Ky(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{max}}(5)$$

Итоговая формула эффективности:

$$e(n,r) = \frac{Ky(r,n)}{n} = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{max})}(6)$$

Подставим полученную формулу (6) в исходное неравенство:

$$\{\frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{max})} > e_0\ r_0 \geq 1,\ t_i \geq 1,\ n \geq 1,\quad t_{max} \geq t_i \sim$$

$$\{\ r_0\sum_{i=1}^{n} t_i > e_0 n\left(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)\,t_{max}\right)\ r_0 \geq 1,\ t_i \geq 1,\ n \geq 1,\ t_{max} \geq t_i, e_0 > 0$$

$$\{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i > e_0 n\sum_{i=1}^{n} t_i + e_0 r_0 n t_{max} - e_0 n t_{max}\ r_0 \geq 1,\ t_i \geq 1,\ n \geq 1,\ t_{max} \geq t_i, e_0 > 0 \ \Rightarrow$$

$$\{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 r_0 n t_{max} > e_0 n\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}\ r_0 \geq 1,\ t_i \geq 1,\ n \geq 1,\ t_{max} \geq t_i, e_0 > 0 \ \Rightarrow$$

$$\{r_0(\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}) > e_0 n\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}\ r_0 \geq 1,\ t_i \geq 1,\ n \geq 1,\ t_{max} \geq t_i, e_0 > 0 \ \Rightarrow$$

Т.к. для любого несбалансированного конвейера: $\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max} \geq 0$ и

- при $\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max} > 0$:

$$\{r_0 > \frac{e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max})}{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}} \; r_0 \geq 1,\; t_i \geq 1,\; n \geq 1,\; t_{max} \geq t_i, e_0 > 0$$

- при $\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max} < 0$:

$$\{r_0 < \frac{e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max})}{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}} \; r_0 \geq 1,\; t_i \geq 1,\; n \geq 1,\; t_{max} \geq t_i, e_0 > 0$$

$\{r_0 > \frac{e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max})}{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}} \; r_0 \geq 1,\; t_i \geq 1,\; n \geq 1,\; t_{max} \geq t_i, e_0 > 0$, т.к. 2-ое уравнение имеет решением пустое мн-во.

Ответ: $r_0 > \frac{e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{max})}{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{max}}$

7. **Для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить:** $e(n, r)$ **.**

$$\text{Так как } e(n,r) = \frac{r \sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1) t_{max})},$$

то, предел находим по правилу Лопиталя $e(n,r) = \frac{r \sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1) t_{max})} = (\frac{r' \sum_{i=1}^{n} t_i}{r' n t_{max}}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n t_{max}}$

8. **Дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса). Каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного** r_0 **выполнялось e(n,** r_0**) >** e_0 **?**

Т.к. e функция от двух переменных, и r_0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

Т.к. $e(n,r) = \frac{r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1) t_{max})} > e_0$

n $< \frac{r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i}{e_0(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1) t_{max})}$, но т.к. $n \geq 1$, то

Ответ: необходимо перестроить конвейер путем объединения этапов конвейера таким образом, чтобы $\mathbf{1} \leq \mathbf{n} < \frac{r_0 \sum_{i=1}^{n} t_i}{e_0(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0 - 1)t_{max})}$ выполнялось.

9. **Дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени** t_0 **(условной временной единицы). Каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы Ку(n,r), e(n,r)?**

Конвейер нужно перестроить так, чтобы он был сбалансированным и каждый этап выполнялся за минимальную по емкости единицу времени t_0. Это значит, что нужно разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0, на более мелкие этапы, которые будут длиться t_0.
Выразим N - время выполнения для обработки одной пары чисел:

$$\{T_0 = Nt_0 \; T_0 = \sum_{i=1}^{n} t_i \; t_i > 0 \;\Rightarrow\; \{N = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{t_0} \; t_i > 0$$

Числовые характеристики полученного конвейера:

$$K_y(N, r) = \frac{T_1}{T_N} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{t_0} r t_0}{\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{t_0} + (r-1)\right) t_0} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{t_0} r}{\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{t_0} + (r-1)}$$

$$e(N, r) = \frac{T_1}{NT_N} = \frac{Nrt_0}{N(\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{t_0} + (r-1))t_0} = \frac{r}{\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{t_0} + (r-1)}$$

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения шести разрядных двоичных пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом частичной суммы влево. Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность - в решении поставленной задачи.