

### Løsningsforslag til opgave 5.71 (s. 173)

Der skal vælges 2 transistorer fra en kasse med 8, hvor det vides, at:

- 3 har dårlig isolering (gruppe 1)
- 2 har dårlige dioder (gruppe 2)
- 3 er gode (gruppe 3)

- a) Vi skal bestemme den simultane fordeling for de to stokastiske variable  $X_1$  = antal transistorer med dårlig isolering blandt de to valgte og  $X_2$  = antal transistorer med dårlige dioder. Både  $X_1$  og  $X_2$  kan være 0, 1 og 2, men sandsynligheden  $P(X_1 + X_2 > 2)$  er selvfølgelig 0. Vi skal finde  $f(x_1, x_2) = P(X_1 = x_1, X_2 = x_2)$ .

F.eks.  $f(1,0) = P(X_1 = 1, X_2 = 0)$ , altså sandsynligheden for at der blandt de to udvalgte transistorer er 1 med dårlig isolering og ingen med dårlig diode (dermed må der være 1 god).

Antal måder, vi kan vælge 1 fra gruppe 1 er  $\binom{3}{1}$ , antal måder vi kan vælge 0 fra gruppe 2 er  $\binom{2}{0}$  og antal måder, vi kan vælge 1 fra gruppe 3 er  $\binom{3}{1}$ . Overordnet er antal måder, vi kan vælge 2 transistorer blandt de 8 i kassen  $\binom{8}{2}$ . Således er:

$$f(1,0) = \frac{\binom{3}{1} \binom{2}{0} \binom{3}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 3}{8 \cdot 7/2} = \frac{9}{28}$$

Generelt er

$$f(i,j) = \frac{\binom{3}{i} \binom{2}{j} \binom{3}{2-i-j}}{\binom{8}{2}} \quad \text{for } 0 \leq i+j \leq 2$$

Det giver følgende resultat for den simultane fordeling:

$f(x_1, x_2)$		$X_1$			$f_2(x_2)$
		0	1	2	
$X_2$	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28	0	12/28
	2	1/28	0	0	1/28
$f_1(x_1)$		10/28	15/28	3/28	1

- b) Sandsynligheden for mindst 1 defekt er 1 minus sandsynligheden for 0 defekte:

$$1 - P(X_1 + X_2 = 0) = 1 - \frac{3}{28} = \frac{25}{28} = 0.893$$

c) Marginalfordelingen for både  $X_1$  og  $X_2$  er vist i tabellen.

d) Vi skal finde den betingede fordeling, givet  $X_1 = 0$ , d.v.s.:

$$P(X_2 = x_2 \mid X_1 = 0) = f_2(x_2|0) = \frac{f(0, x_2)}{f_1(0)}$$

Aflæst i tabellen er  $f_1(0) = 10/28$  og  $f(0, x_2) = [3/28, 6/28, 1/28]$ , så:

$$f_2(0 \mid 0) = \frac{f(0,0)}{f_1(0)} = \frac{3/28}{10/28} = \frac{3}{10}$$

$$f_2(1 \mid 0) = \frac{f(1,0)}{f_1(0)} = \frac{6/28}{10/28} = \frac{6}{10}$$

$$f_2(2 \mid 0) = \frac{f(2,0)}{f_1(0)} = \frac{1/28}{10/28} = \frac{1}{10}$$

N.B. Facitlisten giver noget andet!