

Opgave: Stålbjælker med metaltræthed

En producent af stålbjælker har et problem i produktionen, som bevirker, at 10 % af stålbjælkerne udviser metaltræthed efter cirka 10 år. Normale stålbjælker udviser ikke metaltræthed, selv efter 50 år. Man kender ikke årsagen til problemet, og den eneste måde man med sikkerhed kan påvise, om en nyproduceret stålbjælke har svagheden, er ved at udsætte den for en destruktiv styrketest. Man er selvfølgelig ikke interesseret i at ødelægge bjælkerne for at undersøge, om deres kvalitet er i orden. Heldigvis har man opdaget, at en ultralydsscanning giver et særligt mønster for de bjælker, der er svage. Desværre giver metoden ikke en sikker indikation: 87 % af de svage bjælker udviser det særlige mønster ved scanningen, men det gør 7 % af de stærke bjælker også.

Lad S betegne hændelsen at en bjælke er svag, og lad R betegne hændelsen at en bjælke udviser det særlige mønster ved ultralydsscanning. Lad S^c og R^c betegne komplementærhændelsen til henholdsvis S og R . Dermed følger det for eksempel af opgaveteksten, at $P(R|S) = 87\% = 0.87$ og $P(R^c|S) = 1 - P(R|S) = 0.13$.

- Angiv værdien af følgende sandsynligheder:
 $P(S)$, $P(S^c)$, $P(R|S^c)$, $P(R^c|S^c)$.
- Hvad er sandsynligheden for, at en tilfældigt udvalgt stålbjælke vil udvise det særlige mønster, når den bliver scannet?
- En tilfældigt udvalgt stålbjælke bliver scannet, og det viser sig, at den udviser det særlige mønster. Hvad er sandsynligheden for, at den er svag?
- En anden tilfældigt udvalgt stålbjælke bliver også scannet, og her viser det sig, at den *ikke* udviser det særlige mønster. Hvad er sandsynligheden for, at den alligevel er svag?