



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

**Системное и прикладное программное обеспечение.
Программная инженерия.**

Лабораторная работа №5.

Дисциплина: Вычислительная математика.

Преподаватель: Малышева Татьяна Алексеевна.

Выполнил: Бусыгин Иван.

Группа: Р3212.

Вариант: 5.

Цель работы.

Решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

Вычисления вручную.

| i_H | i_T | x_i | y_i | Δy_i | $\Delta^2 y_i$ | $\Delta^3 y_i$ | $\Delta^4 y_i$ | $\Delta^5 y_i$ | $\Delta^6 y_i$ |
|-------|-------|-------|--------|--------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0 | -3 | 0.25 | 1.2557 | 0.9207 | 0.0247 | -0.0437 | 1.0756 | -4.1277 | 10.1917 |
| 1 | -2 | 0.30 | 2.1764 | 0.9454 | -0.0190 | 1.0319 | -3.0521 | 6.0640 | |
| 2 | -1 | 0.35 | 3.1218 | 0.9264 | 1.0129 | -2.0202 | 3.0119 | | |
| 3 | 0 | 0.40 | 4.0482 | 1.9393 | -1.0073 | 0.9917 | | | |
| 4 | 1 | 0.45 | 5.9875 | 0.9320 | -0.0156 | | | | |
| 5 | 2 | 0.50 | 6.9195 | 0.9164 | | | | | |
| 6 | 3 | 0.55 | 7.8359 | | | | | | |

$$X_1 = 0.512 \quad X_2 = 0.372$$

$X_1 \in (x_5 ; x_6)$, значит применять для расчёта будем формулу Ньютона для интерполирования назад.

$$h = 0.05 \quad t = \frac{X_1 - x_6}{h} = \frac{0.512 - 0.55}{0.05} = -0.76$$

$$\begin{aligned} N_6(x) = & y_6 + t\Delta y_5 + \frac{t(t+1)}{2}\Delta^2 y_4 + \frac{t(t+1)(t+2)}{3!}\Delta^3 y_3 + \\ & + \frac{t(t+1)(t+2)(t+3)}{4!}\Delta^4 y_2 + \frac{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)}{5!}\Delta^5 y_1 + \\ & + \frac{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)(t+5)}{6!}\Delta^6 y_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(0.512) = & 7.8359 - 0.76 \cdot 0.9164 + \frac{0.76 \cdot 0.24}{2} \cdot 0.0156 - \frac{0.76 \cdot 0.24 \cdot 1.24}{6} \cdot 0.9917 - \\ & - \frac{0.76 \cdot 0.24 \cdot 1.24 \cdot 2.24}{24} \cdot 3.0119 - \frac{0.76 \cdot 0.24 \cdot 1.24 \cdot 2.24 \cdot 3.24}{120} \cdot 6.0640 - \\ & - \frac{0.76 \cdot 0.24 \cdot 1.24 \cdot 2.24 \cdot 3.24 \cdot 4.24}{720} \cdot 10.1917 \approx 6.8584 \end{aligned}$$

$X_2 \in (x_{-1} ; x_0)$, значит применять для расчёта будем вторую интерполяционную формулу Гаусса.

$$t = \frac{X_2 - x_0}{h} = \frac{0.372 - 0.4}{0.05} = -0.028$$

$$P_3(x) = y_0 + t\Delta y_{-1} + \frac{(t+1)t}{2}\Delta^2 y_{-1} + \frac{(t+1)t(t-1)}{3!}\Delta^3 y_{-2} +$$

$$+ \frac{(t+2)(t+1)t(t-1)}{4!} \Delta^4 y_{-2} + \frac{(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{5!} \Delta^5 y_{-3} +$$

$$+ \frac{(t+3)(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{6!} \Delta^6 y_{-3}$$

$$y(0.372) = 4.0482 - 0.028 \cdot 0.9264 - \frac{0.972 \cdot 0.028}{2} \cdot 1.0129 +$$

$$+ \frac{0.972 \cdot 0.028 \cdot 1.028}{6} \cdot 1.0319 - \frac{1.972 \cdot 0.972 \cdot 0.028 \cdot 1.028}{24} \cdot 3.0521 +$$

$$+ \frac{1.972 \cdot 0.972 \cdot 0.028 \cdot 1.028 \cdot 2.028}{120} \cdot 4.1277 -$$

$$- \frac{2.972 \cdot 1.972 \cdot 0.972 \cdot 0.028 \cdot 1.028 \cdot 2.028}{720} \cdot 10.1917 \approx 4.0054$$

Программная реализация.

Реализация расчёта значения многочлена Лагранжа:

x – координата точки интерполирования.
X – массив координат x узлов интерполирования.
Y – массив координат y узлов интерполирования.
n – число интервалов между узлами интерполирования.

```
def lagrange(x, X, Y, n):
    sum = 0
    for i in range(n + 1):
        mul = Y[i]
        for j in range(n + 1):
            if j == i: continue
            mul *= (x - X[j]) / (X[i] - X[j])
        sum += mul
    return sum
```

Реализация расчёта значения первого многочлена Гаусса:

x – координата точки интерполирования.
X – массив координат x узлов интерполирования.
DY – список массивов конечных разностей всех порядков.
h – интервал между соседними узлами.
middle – индекс центрального узла.

```
def gauss1(x, X, DY, h, middle):
    t = (x - X[middle]) / h
    sum = DY[0][middle] + t * DY[1][middle]
    mul = t
    for i in range(1, middle):
        mul *= (t - i) / (2 * i)
        sum += mul * DY[2 * i][middle - i]
        mul *= (t + i) / (2 * i + 1)
        sum += mul * DY[2 * i + 1][middle - i]
    mul *= (t - middle) / (2 * middle)
    sum += mul * DY[2 * middle][0]
    return sum
```

Реализация расчёта значения второго многочлена Гаусса:

x - координата точки интерполирования.
X - массив координат x узлов интерполирования.
DY - список массивов конечных разностей всех порядков.
h - интервал между соседними узлами.
middle - индекс центрального узла.

```
def gauss2(x, X, DY, h, middle):  
    t = (x - X[middle]) / h  
    sum = DY[0][middle]  
    mul = 1  
    for i in range(1, middle + 1):  
        mul *= (t - i + 1) / (2 * i - 1)  
        sum += mul * DY[2 * i - 1][middle - i]  
        mul *= (t + i) / (2 * i)  
        sum += mul * DY[2 * i][middle - i]  
    return sum
```

Пример работы программы.

Желаете ли вы задать узлы интерполяции равноотстоящими друг от друга? Если да, введите 'y': y

Введите координату x самого левого узла интерполяции: 1

Введите координату x самого правого узла интерполяции: 4

Введите число интервалов разбиения (больше одного): 5

Выберите способ получения координаты y для узлов интерполяции:

1. Ввести вручную.
2. Выбрать функцию для автоматического расчёта.

Введите номер выбранного варианта: 2

Выберите функцию для вычисления координаты y:

1. sin(x)
2. exp(x)

Введите номер выбранного варианта: 2

Введите координату x точки интерполирования: 1.8

Результат интерполяции многочленом Лагранжа: 6.045981449776909

Результат интерполяции многочленом Гаусса: 6.057184333796716

Вывод.

Закрепил на практике знания о некоторых методах интерполяции.