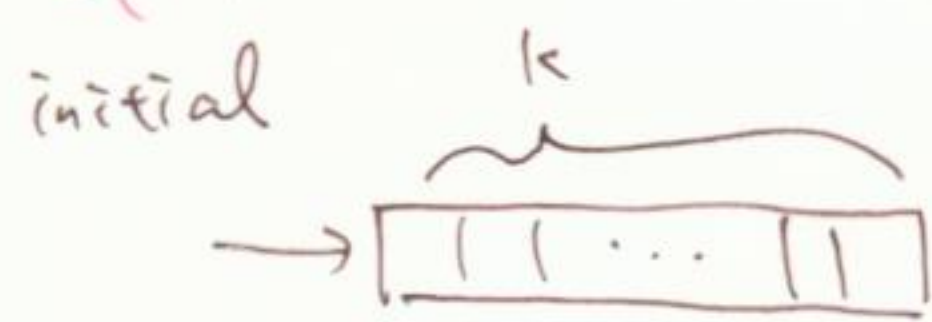


7. 假設 dynamic table 的 initial size 是  $k$  (某個正整數)



若 operation 是  $\underbrace{\text{push, push} \dots \text{push}}_{\textcircled{1}}, \underbrace{\text{pop, pop}}_{\textcircled{2}}, \underbrace{\text{push, push}}_{\textcircled{3}}, \underbrace{\text{pop, pop}}_{\textcircled{2}} \dots$

- ①  $k+1$  個 push, 使得 table 必須 double size
- ② 2 個 pop, 使得 table 內 item 少於一半, 必須 減半 size
- ③ 2 個 push, 使得 table 內 item 超過  $k$  (同①), 必須 double size
- ②
- ③

持續 2 pop, 2 push, 這樣的 operation 會使得整體 cost 很高

若共有  $n$  個 operations, 其中  $n \gg k$ ,

每 2 個 operation 要做一次 table size 的伸縮(double or halve)  $\Rightarrow \Theta(n)$

$$\begin{aligned} \text{total cost: } & \frac{n}{2} \cdot \Theta(n) \\ & = \Theta(n^2) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{amortized cost: } \frac{\Theta(n^2)}{n} = \Theta(n)$$

當然, 因前面還有  $k$  個 push 是  $\Theta(1)$ , 這可能會是高估的 upper bound.

但若  $n \gg k$ ,  $n$  是夠大的情況, 結果仍會 asymptotically 逼近  $\Theta(n^2)$   
(total cost)