

Tema 1 - Buznică part - NR. 19 - M 533

2) Algoritmul lui Euclid pentru aflarea CMMDC al lui

$$\cancel{11123} \text{ și } \cancel{21103} \quad 21103 \text{ și } 11123$$

$$21103 = 11123 \cdot 1 + 9980 \cdot 1$$

$$\cancel{9980} \quad 11123 = 9980 \cdot 1 + 1143$$

$$9980 = 1143 \cdot 8 + 836$$

$$1143 = 836 \cdot 1 + 307$$

$$836 = 307 \cdot 2 + 222$$

$$307 = 222 \cdot 1 + 85$$

$$222 = 85 \cdot 2 + 52$$

$$\cancel{85 = 52 + 33}$$

$$\cancel{52 = 33 + 19}$$

$$\cancel{33 = 19 + 14}$$

$$\cancel{19 = 14 + 5}$$

$$\cancel{14 = 5 \cdot 2 + 4}$$

$$\cancel{5 = 4 + 1}$$

$$85 = 52 + 33$$

$$52 = 33 + 19$$

$$33 = 19 + 14$$

$$19 = 14 + 5$$

$$14 = 5 \cdot 2 + 4$$

$$5 = 4 + 1$$

$$\Rightarrow \text{Cmmdc}(11123, 21103)$$

1

$$X_{9980} = (1, -1)$$

$$X_{1143} = \cancel{(2, -1)} = (0, 1) - (1, -1) = (-1, 2)$$

$$\cancel{14 = 5 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 1}$$

$$\cancel{19} \quad 1143 = 11423 - 9980 = (0, 1) - (9, -1) = (-9, 2)$$

$$X_{836} = X_{9980} - 8 \cdot X_{1143} = (9, -1) - 8(-1, 2) = (9, -17)$$

$$X_{307} = X_{1143} - X_{836} = (-1, 2) - (9, -17) = (-10, 19)$$

$$X_{222} = X_{836} - 2 \cdot X_{307} = (9, -17) - (-20, 38) =$$

$$(29, -55)$$

$$X_{85} = (-39, 19) \quad ; \quad X_{52} = (107, -203)$$



$$X_{23} = (-196, 277) \quad X_{19} = (153, -980)$$

$$X_{10} = (-399, 197)$$

$$X_5 = (692, -1233)$$

$$X_6 = (-1703, 3231)$$

$$X_1 = (2359, -9468)$$

3) Calculați inversul lui 20 modulo 79

$$(20, 79) = 1 \Rightarrow \exists u, v \in \mathbb{Z} \text{ a.i. } 1 = u \cdot 20 + v \cdot 79$$

$$\Rightarrow 1 \equiv u \cdot 20 \pmod{79} \Rightarrow \exists 20^{-1} \equiv u \pmod{79}$$

Observăm că  $40 \cdot 4 = 160 = 79 \cdot 2 + 1 \Rightarrow$

$$20^{-1} \equiv 4 \pmod{79} \Rightarrow 4 \equiv 20^{-1} \pmod{79}$$