VII: Interest Rate Risk

1. Management of Net Interest Income

- 一般而言，人们总是倾向于存短贷长，因此需要对不同期限的存贷款利率进行调整，给长期存款更高的利率吸引长期存款，给长期贷款更高的利率压低长期贷款
- 一些利率互换swap衍生品等可以对冲利率风险，但这个操作并没有对冲流动性风险

2. 利率种类

2.1 国债

- 一年内债券：bills
- 2～10年：notes
- 10年以上：bonds
- 一般认为不会对本币违约
- 国债利率可以认为是r_f

2.2 LIBOR

- 什么是LIBOR?
  - LIBOR是伦敦银行同业拆借利率（London Interbank Offered Rate）的缩写，是全球最具代表性的利率之一，用于计算各种金融产品的利率，如贷款、抵押贷款、授信额度等。
  - LIBOR的期限包括一天、一周、一个月、三个月、六个月和一年等，每种期限的LIBOR都有不同的利率水平。
- 如何计算LIBOR?
  - LIBOR的计算方式是通过伦敦银行之间的每日报价确定的。
  - 每个银行都会提交他们所认为的可以获得资金的成本。然后，这些报价被汇总，并去除最高和最低的25%的报价，然后计算平均值得出LIBOR。
- LIBOR的作用?
  - LIBOR被广泛用于各种金融合同和金融产品中，如贷款、债券、授信额度、外汇期货等。
  - LIBOR也用于计算一些金融衍生品的价格，如利率互换。
    - 通过利率互换可以将LIBOR展期至一年以外
- LIBOR存在的问题?
  - 最主要的是操纵风险。
  - 在2008年金融危机期间，一些银行被指控在LIBOR报价中操纵利率
  - 监管机构在2012年启动了对LIBOR的改革，包括改变计算方法、增加报告银行、加强监管等
- LIBOR改革的影响?
  - 替代性利率（Alternative Reference Rates）
    - 例如美国的SOFR（Secured Overnight Financing Rate）
    - 欧洲的€STR（Euro Short-Term Rate）

2.3 OIS

- 定义
    - 隔夜指数互换（Overnight Index Swap，简称OIS）是一种利率互换工具，用于固定利率和浮动利率之间的转换
    - 它的本质是一种无抵押短期借贷
    - 隔夜利率来自一个由政府组织的银行间拆借市场，在该市场有多余储备金的银行，可以将资金借给储备金不足的银行
    - 基础是隔夜利率，例如美国的Fed Funds Rate和英国的SONIA（Sterling Overnight Index Average）等
- 工作原理
    - 一方支付固定利率，另一方支付浮动利率，浮动利率基于隔夜利率，例如SONIA。
    - 交换发生在互换合同的到期日，交换的金额基于固定利率和浮动利率之间的差额
    - 如果隔夜利率上涨，则支付固定利率的一方将获得收益，反之亦然
- 作用
    - OIS通常被用于避免利率风险，即保护投资者免受利率波动的影响
    - OIS的价格反映了市场对未来隔夜利率的预期，因此，它也被用于作为一种衡量市场情绪的指标
- OIS与LIBOR的区别
    - OIS基于隔夜利率，而LIBOR是银行之间拆借利率的平均值。此外
    - OIS没有信用风险，因为它是无抵押短期借贷，而LIBOR涉及银行之间的信用交易
- OIS-LIBOR价差
    - 重要的风险指标
    - 反映的是一个AA级银行在一定期限内信用风险溢价
    - 通常LIBOR-OLS价差小于10个基点
    - 价差越大说明，对手信用风险可能越大
- OIS的风险
    - OIS没有信用风险
    - 存在市场风险和流动性风险
        - 例如，在金融危机期间，OIS价格的波动性增加，反映了市场对流动性的担忧
    - 由于OIS的价格反映市场情绪，因此它也受到市场波动和情绪变化的影响
- OIS的市场规模
    - OIS是一个庞大的市场，其规模约为17万亿美元
    - 被广泛用于各种金融产品和交易中，例如外汇衍生品、债券和股票衍生品等
- OIS的监管
    - OIS是由各国的金融监管机构监管的
        - 例如，在美国，OIS交易是由商品期货交易委员会（CFTC）监管的

2.4 回购利率

2.5 无风险利率

3. 债券定价

- 债券的价格为其所有现金流的折现现值，记B为理论债券价格，y为预期收益率，T为期限，c为每年支付利息，N为面值

$$
\begin{aligned}
B &= c\times e^{-y\times 1}+c\times e^{-y\times 2}+c\times e^{-y\times 3}+\cdots+N\times e^{-y\times T}\\
&=\sum_{t=1}^{T} c\times e^{-y\times t}+N\times e^{-y\times T}
\end{aligned}
$$

- 每年支付利息为票面价值乘以票息率

$$c=N\times r$$

4. 久期与凸度

4.1 久期

Macaulay Duration

- 定义久期为债券价格随着预期收益率的变化而变化的幅度：

$$D=-\frac{1}{B}\frac{\partial B}{\partial y}$$

- 由上式有如下等价线性近似：

$\frac{\Delta B}{B}=-D\Delta y$
即债券价格变化的百分比近似等于久期乘利率的变化幅度（同时由债券的性质可以知道，利率升高，债券价格下降，因此是负向相关的）

- 如果将债券的定价公式代入B中，则有
  $D=-\frac{1}{B}\frac{\mathrm{d}\left(\sum_{i=1}^{n} c_i e^{-yt_i}\right)}{\mathrm{d}y}=\sum_{i=1}^{n} t_i\frac{c_i e^{-yt_i}}{B}*$
  可以认为久期是偿还时间关于每次支付现金流的折现，或者可以认为久期就是在折现意义上多久可以收回本金的测定
- 久期可以用来衡量债券价格对收益率变动的敏感度，即当市场收益率变动时，债券价格会发生多大的变化
- 一般来说，久期越长，债券价格对收益率变动的敏感度越大，因为较长的久期意味着更多的现金流量需要等待
- 对于一个零息债券，久期即为其到期时间

Modified Duration

- Macaulay 久期的定义（*式）是根据连续复利得到的，若对于非连续复利，可以做如下修正：
- 一年一次复利
  $D^*=\frac{D}{1+y}\quad \Delta B\approx -D^*B\Delta y\quad \frac{\Delta B}{B}\approx -D^*\Delta y$
- 一年m次
  $D^*=\frac{D}{1+y/m}$

Absolute Duration

$D_{\$} = -\frac{\partial B}{\partial y}$

- 类似于delta

4.2 凸性

Convexity

- 定义凸度为二阶导
  $$C = \frac{1}{B}\frac{\mathrm{d}^2 B}{\mathrm{d}y^2} = \sum_{i=1}^{n} {t_i}^2 \frac{c_i e^{-yt_i}}{B}$$
  $$\frac{\Delta B}{B} \approx -D\Delta y + \frac{1}{2}C(\Delta y)^2$$
- 债券收益率变化较大时，凸性计算比久期计算更精确

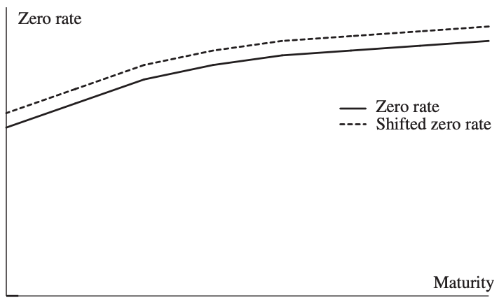
Absolute Convexity

$C_{\$} = -\frac{\partial^2 B}{\partial y^2}$

- 类似于gamma

4.3 组合的久期和凸性

- 在上述的计算中，都是计算的单独一个bond的久期和凸度
- 这里要计算一个portfolio的久期和凸度
- 需要特别注意的是，在一个投资组合中，可能包含了不同到期时间(maturity)的各种bonds；我们知道bonds的价值与利率成反比，但是对于不同时期，长短期的利率有时并不会同时变化
- 这点与希腊字母的计算不同，因此在本小节中，处于计算方便，我们首先假设不同期限的利率发生了同样大小的变化，也就是利率是平移的



- 记组合的第i个资产价格为X_i（在实际计算过程中常需要计算为价格的现值），对应的久期为D_i，则portfolio的总价值为$P = \sum_{i=1}^{n} X_i$，portfolio的组合久期为：
  $D = \sum_{i=1}^{n} X_i/P \times D_i$
- 因此对于一个portfolio在利率平移的假设下价格的计算公式
  $\frac{\Delta P}{P} = -D\Delta\gamma + \frac{1}{2} \times C(\Delta\gamma)^2$
- **投资组合免疫**
  - 久期为0，portfolio价值不受收益曲线小规模平行移动的影响
  - 久期和凸性均为0，portfolio价值不受收益曲线较大规模平行移动的影响

    - 无法测量收益率曲线**非平行移动**的影响

4.4 局部久期

- 局部久期计算的是收益率曲线上某一点（针对某个期限）的扰动对于**portfolio**的影响（注意是portfolio，因为如果是单个资产的话就只有一个maturity，在图像上就体现为一个单点了）
- 局部久期可以考查收益率曲线**任意形式变化**所产生的影响
- 收益率曲线任何形式变化都可理解为**收益率曲线上一系列离散点的变动**
- 若已知某portfolio共有$t_1, \cdots, t_n$个期限，每个期限对应的局部久期为$D_1, \cdots, D_n$，对应每个期限节点的收益率变化为$\Delta y_1, \cdots \Delta y_n$，则整个资产组合的变动为

$$\sum_{i=1}^{n} D_i \Delta y_i$$

- 接上式记号，该portfolio整体的久期为$\sum_{i=1}^{n} D_i$，这也是自洽的，整体久期衡量的是利率的平行移动，则此时有$\Delta y_1 = \cdots = \Delta y_n$，记为$\Delta y$，则此时上式可以整理为$\Delta y \sum_{i=1}^{n} D_i$，恰恰相当于利率的平行变化幅度乘以总体久期