作业 2

1. 一个交易员在股票价格为 20 美元时，以保证金形式买入了 200 股股票，初始准备金要求为 60%,维持资本金要求为 30%，交易员最初需要支付的准备金数量为多少？股票在什么价位时会产生准备金催付？

解： 初始保证金为 60%，故最开始需要缴纳

$$\$20 \times 200 \times 60\% = \$2400.$$

设股票价格为x $(x < 20)$，则此时的资本金总额为：$\$2400 - (\$20 - x) \times 200 = 200x - \$1600.$

而由维持资本金的要求可知，资本金最低可为：$200 \times 30\%\ x = 60x.$

故股价的临界值为：

$$200x - \$1600 < 60x$$

解得

$$x < \$11.43$$

答： 初始准备金为\$2400，当股价低于\$11.43 时会产生催付。

2. 一金融机构持有以下场外期权交易组合，标的资产为英镑。

期权种类	头寸数量	期权的 Delta	期权的 Gamma	期权的 Vega
看涨	-1000	0.50	2.2	1.8
看涨	-500	0.80	0.6	0.2
看跌	-2000	-0.4	1.3	0.7
看涨	-500	0.7	1.8	1.4

某交易所交易期权的 Delta 为 0.6，Gamma 为 1.5，Vega 为 0.8.

（a）用多少交易所期权可使得场外交易同时达到 Gamma 中性及 Delta 中性，这时采用的交易应为多头还是空头？

解： 该投资组合的各希腊字母计算如下

delta：$-1000 \times 0.50 - 500 \times 0.80 - 2000 \times (-0.4) - 500 \times 0.7 = -450$

gamma：$-1000 \times 2.2 - 500 \times 0.6 - 2000 \times 1.3 - 500 \times 1.8 = -6000$

vega：$-1000 \times 1.8 - 500 \times 0.2 - 2000 \times 0.7 - 500 \times 1.4 = -4000$

为了达到 gamma 中性，首先需要引入$6000/1.5 = 4000$份交易所期权，且由投资组合的风险正负可知应为期权多头。

此时的组合 delta 为：$-450 + 4000 \times 0.6 = 1950$，故还需要£1950 的资产的空头以对冲 delta 风险。

答： 需要 4000 份期权多头和£1950 的空头。

（b）采用什么及多少交易所交易期权可使得场外交易组合同时达到 Vega 中性及 Delta 中性，交易应为

多头还是空头?

解：为达到 vega 中性，需要引入$4000/0.8=5000$份的期权多头。

此时的组合 delta 风险为：$-450+5000\times0.6=2550$，故还需要£2550 的资产空头以达到 delta 中性。

答：需要 5000 份期权多头和£2550 的资产空头。

3. 在上一问题中，引入第二种交易所交易期权，假定期权的 Delta 为 0.1，Gamma 为 0.5，Vega 为 0.6，采用多少数量的交易可将场外交易组合的 Delta，Gamma 及 Vega 均为中性?

解：假设第一种期权需要x份多头，第二种期权需要y份多头。首先需要控制使得总组合的 gamma 和 vega 达到中性，故有：

$$\begin{cases}1.5x+0.5y-6000=0\\0.8x+0.6y-4000=0\end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases}x=3200,\\y=2400.\end{cases}$$

此时的组合的 delta 为：$-450+3200\times0.6+2400\times0.1=1710.$ 故还需要$-£1710$.

答：需要引入 3200 份第一种期权多头，2400 份第二种期权多头，£1710 的空头。

4.

某投资组合的局部久期

期限（年）	1	2	3	4	5	7	10	总计
久期	0.2	0.6	0.9	1.6	2.0	-3.0	0.2	0.2

利用上表数据来计算收益率曲线的变动对一个价值为 1000 万美元的交易组合的影响，收益率曲线的变动为收益率曲线 1 年、2 年、3 年、4 年、5 年、7 年和 10 年的利率分别增加 10 个、8 个、7 个、6 个、5 个、3 个和 1 个基点。

解：由题意

$$0.2\times0.0010+0.6\times0.0008+0.9\times0.0007+1.6\times0.0006+2.0\times0.0005-3.0\times0.0003+0.2\times0.0001=0.234\%$$

答：由久期性质可知，组合的价值将减少 0.234%.

5. 组合 A 是由一个 1 年期面值为 2000 美元零息债券及一个 10 年期面值为 6000 美元的零息债券组成。组合 B 是由 5.95 年期面值为 5000 美元的债券组成，当前所有债券年收益为 10%（连续复利）。

（a） 证明两个组合有相同的久期。

证明：对于一个零息债券而言，其久期即为其到期时间，故$Dur_{y1}=1,Dur_{y10}=10$. 可计算该组合的久期为：

$$\frac{1\times 2000\times e^{-0.1\times 1}+10\times 6000\times e^{-0.1\times 10}}{2000\times e^{-0.1\times 1}+6000\times e^{-0.1\times 10}}=5.95$$

这与组合 B 的久期相同，故证毕。

（b） 证明如果收益率有 0.1%上升，两个组合价值的百分比变化是相等的。

证明：

对于组合 A：

目前组合的价值为：$2000\times e^{-0.1\times 1}+6000\times e^{-0.1\times 10}=4016.95$

收益率上升 0.1%后的价值：$2000\times e^{-0.101\times 1}+6000\times e^{-0.101\times 10}=3993.18$

前后价值变化率为：$\frac{4016.95-3993.18}{4016.95}\times 100\%=59\%.$

对于组合 B：

目前组合的价值为：$5000\times e^{-0.10\times 5.95}=2757.81$

收益率上升 0.1%后的价值：$5000\times e^{-0.101\times 5.95}=2741.45$

前后价值变化率为：$\frac{2757.81-2741.45}{2757.81}\times 100\%=59\%.$

（c） 如果收益率上升 5%，两种组合价值的百分比变化为多少？

解：*对于组合 A：*

$$2000\times e^{-0.15\times 1}+6000\times e^{-0.15\times 10}=3060.20$$

组合价值的百分比变化为：

$$\frac{4016.95-3060.20}{4016.95}\times 100\%=23.82\%$$

对于组合 B：

$$5000\times e^{-0.15\times 5.95}=2048.15$$

组合价值的百分比变化为：

$$\frac{2757.81-2048.15}{2757.81}\times 100\%=25.73\%$$

答：组合价值的百分比变化分别为 23.82%和 25.73%。