

TAP-1 Matemáticas 3

- Juan Diego Castro Padilla
- Ariana Lizeth Sánchez Ramos
- Isaac Guzman Dueñas
- Luis Oliveros Vegas
- Fernando Castro Ayala

Tenemos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$R_1 + R_2 = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c} \quad R_2 + R_3 = \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_1 + R_3 = \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c}$$

Donde los valores de R_a , R_b y R_c son:

$$R_a = 6\Omega; R_b = 12\Omega; R_c = 18\Omega$$

Operando los valores:

$$R_1 + R_2 = 9$$

$$R_2 + R_3 = 5$$

$$R_1 + R_3 = 8$$

1. Modelando el sistema de ecuaciones en su forma matricial

$$Ax = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R1 \\ R2 \\ R3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

```
%{  
    Estas definiciones servirán más adelante.  
}%
```

```
A = [1 1 0;  
      0 1 1;  
      1 0 1];
```

```
b = [9; 5; 8];
```

Para hallar el rango de la matriz ampliada $[A \mid b]$, primero la llevaremos a su forma escalonada. Para ello, utilizaremos el método de eliminación Gaussiana con pivoteo.

Para $i \geq 1$: $\max |a_{i1}| = \text{pivote} = a_{11}$

$$[A \mid b] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 8 \end{array} \right] \quad m_{21} = 0/1 = 0 \quad m_{31} = 1/1 = 1$$

$$f_2 \rightarrow f_2 - (0)(f_1) \quad f_3 \rightarrow f_3 - (f_1)$$

Para $i \geq 2$: $\max |a_{i2}| = \text{pivote} = a_{22}$

$$[A | b] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{array} \right] \quad m_{32} = (-1)/1 = -1$$

$$f_3 \rightarrow f_3 - (-1)(f_2)$$

$$[A | b] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{array} \right]$$

El rango de la matriz ampliada es igual al número de filas no ceros de su versión escalonada. Por lo tanto, $\text{rank}([A | b]) = 3$.

```
%{  
    La función rank nos ayuda a  
    calcular el rango de la matriz  
    ampliada inicial rápidamente.  
}%  
  
r = rank([A b]);  
fprintf('El rango de la matriz [A b] es: %d', r)  
  
El rango de la matriz [A b] es: 3
```

2. Para que un sistema de ecuaciones tenga solución única, $\text{rank}([A \mid b])$ tiene que ser igual a $\text{rank}(A)$ e igual al número de columnas de la matriz original.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

La cantidad de filas no ceros de la matriz escalonada es 3. Entonces, $\text{rank}(A) = 3$. Además, la matriz original tiene 3 columnas. Como el rango de la matriz ampliada es igual al rango de la matriz original, e igual al número de columnas, entonces el sistema es compatible determinado y tiene solución única.

```
% Comprobando el teorema de Rouché–Frobenius
```

```
[~, m] = size(A);
```

```
if rank([A b]) ~= rank(A)
```

```
    fprintf('El sistema es no compatible')
```

```
elseif rank([A b]) == m
```

```
    fprintf('El sistema es compatible determinado')
```

```
else
```

```
    fprintf('El sistema es compatible indeterminado')
```

```
end
```

```
El sistema es compatible determinado
```

3. Para resolver el sistema de ecuaciones lineales, usaremos la matriz ampliada obtenida en el ejercicio 1, en el que se usó eliminación Gaussiana con pivoteo.

$$[A \mid b] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{array} \right]$$

Reescribiendo otra vez en la forma $Ax = b$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Ahora, utilizamos el método de sustitución inversa para hallar el vector x .

$$2R_3 = 4$$

$$R_3 = 2$$

$$R_2 + R_3 = 5$$

$$R_2 + 2 = 5$$

$$R_2 = 3$$

$$R_1 + 3 = 9$$

$$R_1 = 6$$

$$x = (6, 3, 2)^t$$

```
%{  
    Usamos la función linsolve, que retorna  
    un vector columna con la solución del  
    S.E.L.  
%}
```

```
x = linsolve(A, b);  
[n, ~] = size(x);
```

```
% Con un bucle for, imprimimos  
% cada valor del vector
```

```
for i=1:n  
    fprintf('R%d = %d\n', i, x(i, 1))  
end
```

```
R1 = 6  
R2 = 3  
R3 = 2
```

