Punto 1.1

Sergio Montoya Ramírez

30 de agosto de 2022

Sea $f(x)$ una función con $f'(x) = \frac{f(x_{i+h}) - f(x_i)}{h} - \frac{h}{2}f''(x)$ como su función progresiva y $f'(x) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-h})}{h} + \frac{h}{2}f''(x)$ como su funcion regresiva. Con esto podemos despejar $f''(x)$ en ambas derivadas como sigue.

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{f(x_{i+h}) - f(x_i}{h} - \frac{h}{2}f''(x) \\
\frac{h}{2}f''(x) &= \frac{f(x_{i+h}) - f(x_i}{h} - f'(x) \\
f''(x) &= 2\frac{f(x_{i+h}) - f(x_i}{h^2} - \frac{2}{h}f'(x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{f(x_i) - f(x_{i-h})}{h} + \frac{h}{2}f''(x) \\
\frac{h}{2}f''(x) &= \frac{f(x_{i-h}) - f(x_i)}{h} + f'(x) \\
f''(x) &= 2\frac{f(x_{i-h}) - f(x_i)}{h^2} + \frac{2}{h}f'(x)
\end{aligned}$$

Con esto, podemos encontrar la doble derivada central sumando ambos resultados lo que daria:

$$\begin{aligned}
f''(x) &= 2\frac{f(x_{i+h}) - f(x_i)}{h^2} - \frac{2}{h}f'(x) + 2\frac{f(x_{i-h}) - f(x_i)}{h^2} + \frac{2}{h}f'(x) \\
f''(x) &= \frac{f(x_{i+h}) - 2f(x_i) + f(x_{i-h})}{4h^2}
\end{aligned}$$