

基于密度图多目标追踪的时空数据可视化

宋思程^{1,2}, 陈辰³, 李晨辉¹, 王长波¹

(1. 华东师范大学计算机科学与技术学院, 上海 200062;
2. 华东师范大学上海智能教育研究院, 上海 200062;
3. 华东师范大学软件工程学院, 上海 200062)

摘要: 时空数据追踪的可视化问题已经受到了广泛的关注, 其研究重点在于展示数据的动态细节, 并确保轨迹与观测结果的一致性。为此, 提出了一种融合深度学习与传统追踪技术的模型, 用于执行追踪任务, 从而提高可视化的速度和准确度。首先, 生成一个高质量的柏林噪声数据集并在该数据集上训练了一个多目标追踪模型。其次, 提出了双阶段、多模型的深度学习框架来增强对动态场景的分析深度。最后, 为了能够连续地展现详尽的追踪信息, 提出了一种可以增强追踪信息的视觉效果结合轨迹和矢量场的可视化解决方案。在不同的案例中展示了该方法的有用性和鲁棒性, 并从多个方面进行了量化评估和比较。结果表明该方法可以帮助用户在不同场景中理解多目标追踪信息。

关键词: 时空数据可视化; 深度学习; 时空数据; 多目标跟踪

中图分类号: TP 391

DOI: 10.11996/JG.j.2095-302X.2024061289

文献标识码: A

文章编号: 2095-302X(2024)06-1289-12

Spatiotemporal data visualization based on density map multi-target tracking

SONG Sicheng^{1,2}, CHEN Chen³, LI Chenhui¹, WANG Changbo¹

(1. School of Computer Science and Technology, East China Normal University, Shanghai 200062, China;

2. Shanghai Institute of Artificial Intelligence for Education, East China Normal University, Shanghai 200062, China;

3. Software Engineering Institute, East China Normal University, Shanghai 200062, China)

Abstract: The spatiotemporal data tracking visualization has received widespread attention. The focus of this research is on depicting the dynamic details of the data and ensuring trajectory consistency with the observation results. In this paper, a model that combined deep learning with traditional tracking techniques was proposed to perform tracking tasks, thereby improving the speed and accuracy of visualization. First, a high-quality Perlin noise dataset was generated, on which a multi-target tracking model was trained. Second, a two-stage, multi-model deep learning framework was proposed to enhance the analysis depth of dynamic scenes. Finally, in order to continuously display detailed tracking information, a visualization solution that combined trajectories and vector fields was introduced to enhance the visual effect of tracking information. Different cases in this study demonstrated the usefulness and robustness of the proposed method, quantitatively evaluating and comparing the method from multiple aspects. The results showed that the method proposed in this study can help users in understanding multi-target tracking

收稿日期: 2024-07-08; 定稿日期: 2024-09-06

Received: 8 July, 2024; **Finalized:** 6 September, 2024

基金项目: 国家自然科学基金(62072183); 上海自然科学基金面上项目(24ZR1418300); 上海市长三角科技创新共同体领域项目(23002400400)

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (62072183); Shanghai Natural Science Foundation (24ZR1418300); Shanghai Yangtze River Delta Science and Technology Innovation Community Project (23002400400)

第一作者: 宋思程(1997-), 男, 博士研究生。主要研究方向为数据可视化、深度学习。E-mail: scsong@stu.ecnu.edu.cn

First author: SONG Sicheng (1997-), PhD candidate. His main research interests cover data visualization and deep learning. E-mail: scsong@stu.ecnu.edu.cn

通信作者: 王长波(1976-), 男, 教授, 博士。主要研究方向为计算机图形学、数据可视分析、数字媒体与虚拟现实。E-mail: cbwang@cs.ecnu.edu.cn

Corresponding author: WANG Changbo (1976-), professor, Ph.D. His main research directions cover computer graphics, data visualization analysis, digital media, and virtual reality. E-mail: cbwang@cs.ecnu.edu.cn

information in different scenarios.

Keywords: data visualization; deep learning; spatial-temporal data; multiple-object tracking

时空数据的动态过程分析是多个研究领域的关注焦点，其中时空数据可视化的核心挑战在于如何准确反映数据随时间和空间变化的动态信息。动态分析依赖于从变化场景中采集的数据，以及将这些数据通过可视化技术呈现给用户，以便追踪和理解数据的运动轨迹。在这一过程中，深度学习为多目标追踪提供了新的视角，使得从复杂场景中提炼出的数据特征不仅基于传统的领域知识，而且能够借助算法的力量来进行预测和分析。

在动态时空数据分析中，多目标追踪的精确性对最终可视化结果极为关键。以下是该领域所面临的 3 个主要挑战：

1) 追踪模型的泛化性。在多目标追踪中，追踪对象的定位受到场景变化的影响较大。如图 1(a)所示，当数据模式变化时，可能需要重新设计或训练追踪模型以适应新的场景，这增加了处理复杂性。

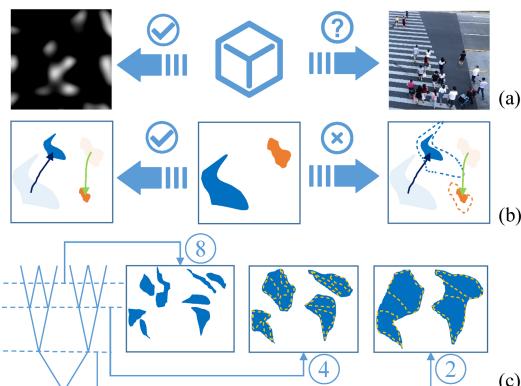


图 1 多目标追踪可视化的挑战((a)模型的泛化性问题; (b)目标形态变化的信息缺失; (c)不同阈值下的目标划分)

Fig. 1 Challenges of multi-target tracking visualization
((a) Generalization problem of the model; (b) Missing information about target morphological changes; (c) Target segmentation under different thresholds)

2) 追踪可视化的局限性。传统的追踪可视化往往关注于目标位置的变化^[1-2]，而忽略了物体的边界和形态的持续变化。如图 1(b)所示，这种视角限制了对物体动态时空属性的完整理解。

3) 拓扑建模的算法依赖性。拓扑建模方法^[3]常用于追踪任务，但传统启发式算法设定的阈值对结果有显著影响，且算法表现依赖于用户对拓扑结构的理解。简化模型使用，以便不熟悉拓扑建模的用户也能确定合适阈值并获得可靠结果，是该领域

的一大挑战。

相较于传统的目标检测与动态信息提取方法，深度学习技术在这些领域展现了显著的性能优势，近年来，为目标追踪领域带来了一系列创新的解决方案。特别是在检测任务中，Faster R-CNN^[4] 和 FlowNet^[5] 2 种方法都已成为行业内的主要技术。Faster R-CNN 通过深度神经网络架构，有效地学习和分类目标特征，使其能够从大量训练数据中快速准确地识别目标。而 FlowNet 模型利用时间序列数据的上下文信息，为动态环境中的目标检测提供了更为丰富的分析维度，其处理速度也远超传统光流方法。

在本研究采用了基于 Faster R-CNN 的目标检测模块。尽管 Faster R-CNN 本身是专为目标检测设计的模型，但为了在实际应用中实现更有效的目标追踪，需要将其与其他技术进行结合。在现有模型的基础上，存在一个常见的目标追踪的准确性高度依赖于每帧的检测结果问题，其未能有效利用时间序列中的上下文信息，导致追踪在动态变化环境中的表现不稳定。为解决上述问题，本文将 Faster R-CNN 与 FlowNet 模型进行了有机融合，在保持了 Faster R-CNN 在目标检测方面的高精度特性的同时，利用 FlowNet 的时间上下文处理能力，显著提高了追踪的连续性和准确性。这种集成方法优化了信息流的整合过程，使得追踪模块能更好地理解和预测目标在视频序列中的运动趋势，从而在各种动态复杂的应用场景中，提供更为可靠和精准的追踪结果。

本研究的另一项关键成果是提出了追踪信息的高效可视化方法，以帮助用户更精确地识别和解析数据中的变化。在多种可视化技术中，常用的方法包括利用点、线以及纹理等元素来直观展示数据的动态变化。在此基础上，本文研究进一步引入了线积分卷积(line integral convolution, LIC)^[6] 技术，利用高效的流场可视化手段，创建平滑连续的流线，有效地增强了视觉效果，并且更准确地重建了运动场信息。LIC 技术的引入特别针对了传统追踪可视化方法在表现详细动态信息时的不足。通过使用这种技术，能够生成更为流畅和连续的运动纹理，这不仅提升了视觉质量，也使得追踪过程中的每一个细节变得更加清晰可见。此外，LIC 技术所

需的参数较少, 这使得其可以轻松适应不同的应用场景, 从复杂的科学研究到实用的商业应用均表现出色。

通过这种创新的可视化方法, 实现了数据变化的高质量图形表达, 为用户提供了一个易于理解和

操作的模型。这不仅使得用户能够直观地观察到数据中的微小变动, 还极大地提升了数据分析的准确性和效率。本文通过3个应用案例与2项量化评估实验来证明了该方法的准确性以及有用性, 并讨论了未来工作的发展, 图2为总体内容示意图。

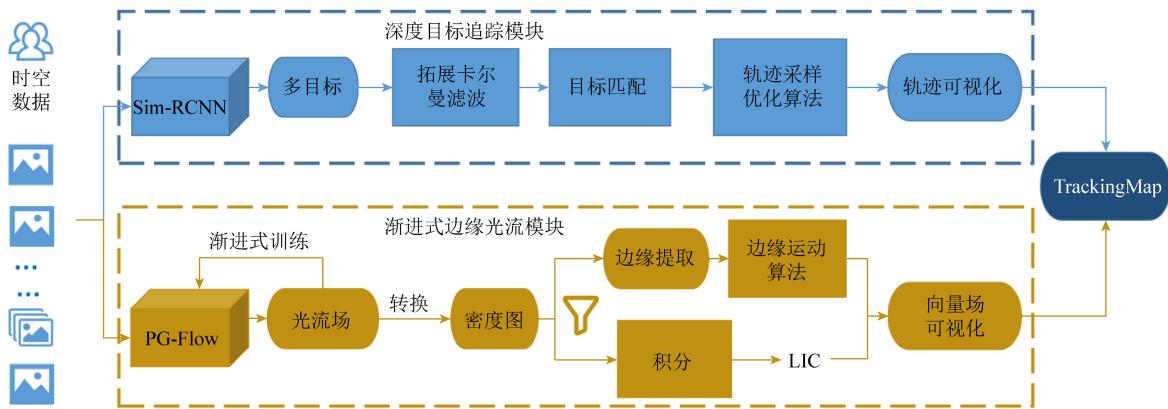


图2 总体内容示意图

Fig. 2 Overview of the paper structure

1 相关工作

多研究领域关注时空数据的动态过程分析, 其核心挑战是通过检测与匹配手段实现时空数据追踪可视化。研究涵盖以下3大主题。

1.1 追踪轨迹数据的可视化

物体运动推理、定位及运动表现等领域近年来成为可视化领域的热点^[7]。滤波算法被应用于整体数据视觉追踪问题^[8], 并显示出应用程序在特定追踪任务上的效能。同时, 特征处理方法被提出以识别追踪高维数据^[9]。除科学可视化应用, 通过眼动仪收集到的眼动轨迹数据的可视化也在认知心理上广泛应用^[10]。在气象研究^[11]领域, 流场可视化也是非常重要的一项应用场景。这些算法的性能很大程度上依赖于用户对拓扑结构的理解和适当阈值的设置。目前的技术未能提供足够的灵活性和易用性, 使非专业用户难以利用这些高级方法实现有效的数据追踪和分析。

1.2 目标追踪方法

目标追踪是计算机视觉领域的一项重要技术, 主要用于从视频序列中实时地检测并跟踪一个或多个目标对象。这项技术广泛应用于安全监控、人机交互、自动驾驶车辆、运动分析等多个领域。目标追踪的挑战主要在于处理目标的外观变化、遮挡、快速运动、背景干扰等问题。点追踪作为经典方法, 用于检测和量化图像特征, 尤其关注粒子轨

迹^[12]。为应对可变形目标追踪中的遮挡和尺度变化问题, 研究者提出了结合运动信息的核信息追踪技术^[13]。时空轮廓法因其高识别效能和低计算成本而流行^[14]。深度学习在表示能力上的进展^[15], 助推了更准确的追踪方法, 如DeepSRDCF^[16]。简单在线实时追踪(simple online and realtime tracking, SORT)作为多目标追踪框架原型脱颖而出^[17]。一阶段和两阶段的检测方法作为计算机视觉研究的焦点, 构成了许多目标追踪研究的基础^[18-19]。现有的多目标追踪模型, 尽管在特定场景下表现出色, 但通常缺乏足够的泛化能力以适应数据模式的快速变化。这导致在实际应用中, 每当场景发生变化, 均需要对模型进行重新设计或训练, 增加了技术实施的复杂性和成本。本文使用的转化密度图数据集则尽可能地在保证精度的前提下提高模型的泛化能力。

1.3 动态信息可视化

人体运动视觉分析是信息动态分析的经典问题^[20-21]。最近, 无监督方法为视频中运动信息的估算开辟新思路^[22-23]。光流计算为运动信息提取提供了有效手段, 尤其在密集采样场景中表现突出^[24]。结合深度学习, 光流技术可应用于更广泛场景如深度运动估计^[5]。JOBARD等^[25-26]的工作是信息动态可视化技术的典型代表。众多研究致力于将虚拟信息转换为可视化的信息流, 并通过可视化系统展现这些流动信息的动态^[27-28]。一些研究集中于展示时

空数据的运动信息，关注于提取数据特征并揭示变化趋势^[29]。研究者们可依据物理模型分析流动模式^[30]，亦可基于图像处理技术分析数据可视化结果之变化^[31]。此外，基于深度学习的方法也在动态数据可视化领域被广泛应用^[32-33]。目前的动态信息可视化方法大多关注于目标位置的变化，而往往忽略了物体边界和形态的持续变化，这限制了对物体动态属性的完整理解。

2 方法概述

为了解决目标追踪信息可视化中数据处理复杂性和专业知识依赖的问题，本研究提出了一种结合深度学习和传统追踪技术的创新模型 TrackingMap。TrackingMap 通过将时空数据转化为密度图来简化特征提取过程，从而节约计算资源，并使得用户无需深入了解背后的数据处理细节即可进行有效追踪。此模型的核心是一个融合了改良的 Faster RCNN 和光流技术的双阶段模块，这不仅提升了目标检测的准确性，还优化了目标边界运动的捕捉。通过渐进训练方法和迁移学习策略，模型能够处理追踪中断和不确定性问题，并通过专门设计的可视化符号详细展示目标的形态变化。以强调目标边界的精确追踪和区域性可视化，提供了一个直观且连贯的多目标追踪视图，适用于多种场景。

2.1 多目标追踪模型

本研究将多目标追踪任务分为目标检测和运动估计 2 个子任务，通过深度学习模型进行求解。目标检测环节为适应图像模式较为简单的场景和特殊应用的需求，并提出了一种轻量级的 Sim-RCNN 模型，旨在简化模型参数及训练流程，同时保持必要的检测精确度。

该模型采用的是基于 Faster R-CNN 框架^[4]的多阶段目标检测模型，主要由图像特征提取、区域提议网络(region proposal network, RPN)、感兴趣区域池化(ROI pooling)和分类器模块构成，其框架结构如图 3 所示。首先，图像特征提取模块使用卷积神经网络来处理输入图像，提取出有用的视觉特征；接着，RPN 根据这些特征生成潜在的目标候选区域；之后，ROI pooling 模块将这些候选区域转换为固定大小，以便分类器可以有效处理；最后，对每个区域进行分类和边界框回归，以确定目标的类别和位置。

本方法对 Faster R-CNN 的 2 个关键部分进行了调整。首先，该方法选用了 ResNet 来替换原有

的 VGG (visual geometry group) 网络以提取图像特征，在参数量更少的情况下实现了网络的加深，能够捕获更加丰富的图像特征^[34]。其次，对于 RPN 部分，该方法提供了多种纵横比和尺度比例的选项，以生成更广泛的候选区域，从而增强对于小目标的识别。得益于 Inception 架构，在不大幅增加参数的前提下，提升了模型性能^[35]。

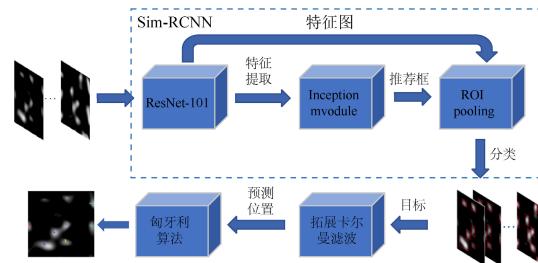


图 3 多目标追踪模型

Fig. 3 Multi-target tracking model

在运动估计方面，该模型选用了 FlowNet2，这是一个基于卷积神经网络(convolutional neural networks, CNN)的光流估计模型^[5]。FlowNet2 通过融合 FlowNetC 和 FlowNetS 的优势，实现了与传统光流方法相媲美的精度和更高的运算效率。在 FlowNetS 中，输入图像和参考帧被首先拼接在一起，然后通过网络进行多层卷积和上采样处理，从而预测出光流。而在 FlowNetC 中，输入图像和参考帧分别经过卷积网络进行特征提取，随后合并这些特征并通过进一步的卷积和上采样操作来生成光流预测。通过这种级联的多网络结构，FlowNet2 逐步提高了光流估计的精度。尽管深度学习模型往往依赖大量数据和复杂的训练策略，但其泛化能力是显著的。本研究采取迁移学习的方法，以预训练优良的 FlowNet2 模型为基础，根据密度图像的连续性安排训练策略，以得到 PG-Flow 模型。如图 4

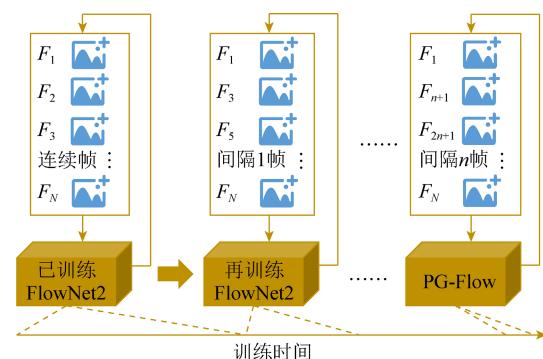


图 4 训练 PG-Flow 的过程示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the training process of PG-Flow

所示, PG-Flow 通过从高质量数据开始逐渐递减数据质量和连续性的方式训练, 有效地提升了网络对光流特征的细致学习和特征提取能力, 同时增强了模型的泛化性。

除了精确的目标检测, 多目标跟踪还依靠状态预测匹配, 以追踪目标的时间动态和移动趋势。在处理非线性系统的状态预测时, 本研究采用了扩展卡尔曼滤波器(extended Kalman filter, EKF)以对图像中多个物体的运动状态进行建模^[36]。EKF 通过将非线性系统模型用泰勒级数展开进行线性化, 从而适应非线性特性。

对于图像中目标的匹配问题, 本研究采用匈牙利算法^[37]作为解决匹配问题的策略。将 2 张已分割的图像中的多个目标视作二部图中的 2 个互不相交的子集, 每个目标都对应图中的一个节点, 进而把目标匹配问题转化为节点匹配问题。通过迭代过程, 该算法确保集合内的所有节点最终都成为饱和点, 从而确保每个节点都能与相对应的节点成功匹配。

2.2 数据集生成

为了开发通用的多目标跟踪模型, 特别是在时空数据可视化领域, 构建一个全面且多样化的数据

集是关键。该数据集应涵盖各种核函数的半径、形状、不透明度等参数, 以确保模型能够准确学习和预测目标的运动。训练集还需要考虑到与光流估计模型的兼容性。与传统多目标追踪方法相比, 本研究旨在提供一个易于使用的端到端解决方案, 能够直观地展示多个目标的运动轨迹。在动态环境中, 捕捉物体的微小移动细节尤其具有挑战性, 如形状变化或连续运动。

对于动态轨迹数据, 本文设计了一系列可视编码符号, 使用“+”符号表示目标的位置, 并使用颜色编码区分各个目标(图 5(a)); 通过调整箭头符号的不透明度来表示目标移动的时间信息(图 5(b))。不透明度越低, 表明该箭头表示的运动距当前时间越远; 对于那些轻微而不稳定的运动, 直接可视化真实轨迹可能无法表达必要的细节, 因此引入虚线来指示不稳定运动的趋势(图 5(c)); 采用颜色编码来表示不同的位移向量, 为每个像素指定一种颜色, 表示从参考点到该像素的位移方向和距离(图 5(d))。

结合核密度估计(kernel density estimation, KDE)^[38]和柏林噪声(Perlin noise, PN)^[39]技术, 本研究生成了密度图动画, 并据此构建了密度图数据集, 数据集的图像如图 6(a)所示。

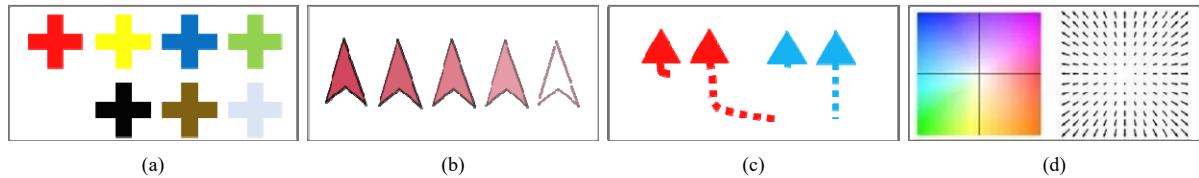


图 5 目标追踪中的可视化符号((a)定位标识; (b)时间渐变指示; (c)微动增强; (d)流场可视化)

Fig. 5 Visual symbols in target tracking ((a) Positioning mark; (b) Time gradient indication; (c) Micromotion enhancement; (d) Flow field visualization)

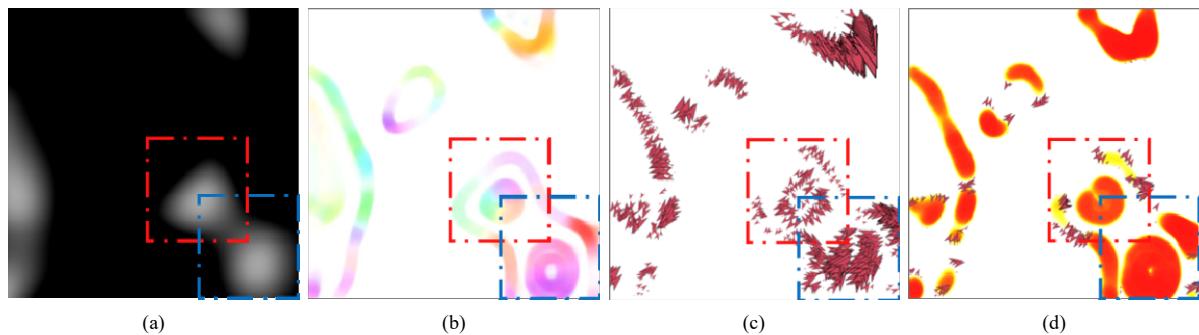


图 6 向量场的动态可视化((a)初始噪声图像; (b)光流可视化; (c)所有场的可视化; (d)关键场的可视化)

Fig. 6 Dynamic visualization of vector fields ((a) Initial noise image; (b) Optical flow visualization; (c) Visualization of all fields; (d) Visualization of key fields)

通过创建具备多样特征类型的柏林噪声图像数据集, 模型能高效地识别出多种显著性物体。然而, 为了让神经网络掌握运动密度的信息, 本方法

还需构建一个专门针对光流信息学习的数据集。受相关工作的启发^[40], 本文评估了不同光流估计方法的性能, 以选择一个能够最大限度地提供丰富运动

信息的算法来作为神经网络训练的数据来源。在众多算法中，稠密光流方法能够计算图像中每个像素点的运动。本研究采用了 Farnback 光流算法来生成图像对之间的光流场^[41]。

通过上述技术，可以得出 2 个图像之间的运动向量场。为了保持模型对不同运动类型的广泛识别能力，并确保这些运动模式在密度图上的清晰可辨，本研究设计了该数据集。数据的创建分为 4 个主要步骤：

- 1) 初始化动态参数，用以产生变化的柏林噪声效果。最初的设计旨在创建一个动态密度图，其中包含少数几个高对比度、易于捕捉的密度块，这些动画的采样间隔设置得较短。
- 2) 通过调整参数，增加每个密度块的尺寸，以及在单个场景中的密度块数量，并将采样范围及数据收集的时间间隔进行相应的放大。
- 3) 对第 2 步中整理的数据集进行扩充，继续用于模型的训练。
- 4) 循环执行第 2 步和第 3 步，直到数据集聚集充足的数据资源。

2.3 追踪结果可视化

在处理输入图像时，Sim-RCNN 和 PG-Flow 协同作用能够追踪输入序列中的多目标运动路径。尽管如此，直接对追踪结果进行可视化会面临若干挑战。首先，Sim-RCNN 依赖于整个图像的匹配规则来定位多目标信息。其次，PG-Flow 提供的像素级变化场信息可能在视觉上引起重叠和混淆，因为其显示了逐像素的向量信息，易产生大量的数据冗余。为了解决这些问题，本文设计了一种改进的轨迹采样优化方法。这种方法不仅能够匹配连续帧之间的目标，还利用滑动窗口技术来处理并扩展更长时间序列的轨迹数据。此外，采用了 Douglas-Peucker 算法^[42]，这是一种在地理信息系统中广泛使用的轨迹简化技术，并通过使用堆栈操作来代替传统的递归方法，创建了快速的 DP 算法(Fast-DP)。这个算法生成了简化的轨迹数据，能够覆盖更广的时间跨度。轨迹采样优化技术的详细流程如下：

输入：通过滑动窗口得到的图像序列长度 SL ；
 O_x^i ：第 i 个目标在第 x 帧的预测位置； k ：Fast-DP 简化轨迹使用的阈值。

输出：序列中所有目标的优化轨迹集 ST ，其中每个优化的轨迹记为 OT 。

步骤 1. 初始化 ST 为数组，对于首帧中的 M 个目标，当 $i < M$ 时，将 (O_1^i) 加入 ST ；

步骤 2. 对于第二帧中的 N 个目标，若 $i < M$ ，则对于 (i, N) 内的每个 j ，将 O_1^i 与 O_2^j 进行匹配，更新 ST 为 (OT) ；

步骤 3. 若 O_2^s 无法匹配到目标，则在 ST 中新建一个 OT 并加入；

步骤 4. 重复步骤 2 和步骤 3 直到 O_{SL-1} 与 O_{SL} 全部匹配；

步骤 5. 通过滑动窗口操作更新 ST 匹配新图像，并移除最早添加的轨迹点；

步骤 6. 对 ST 中的每个 OT ，应用 FastDP 进行简化直至轨迹点数达到阈值 k ；

步骤 7. 输出 ST 。

图 6 展示了向量场可视化的示意图，该图基于 PG-Flow 算法处理图 6(a)所得的结果。图中的颜色变化指示方向，更明显的变化则对应更高的颜色不透明度。本文注意到许多区域保持不变，因此可以将变化强度作为标量值，重构成密度图来表现不同区域的变化程度。

对于形状有显著变化的目标区域，显示变化边界并筛选次要信息显得尤为重要，如图 6(d)所示。本方法使用 Canny 算子来计算产生密度图的边缘数据^[43]，从而描绘出清晰的边界，该算法为

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \arctan \left(\frac{\nabla u}{\nabla v} \right) \\ G(x, y) = \sqrt{\nabla u^2 + \nabla v^2} \\ G_T(x, y) = G(x, y), \text{ if } G(x, y) > T_{\max} \\ D((m, n) - (x, y)) = 1 \\ G_T(m, n) = G(m, n), \text{ if } T_{\max} > G(m, n) > T_{\min} \end{array} \right. \quad (1)$$

其中， θ 为变化场的方向性； ∇u 与 ∇v 分别为 u 方向和 v 方向上的变化率； (x, y) 为图像中各像素的位置坐标； G 为该位置的变化强度值； G_T 为边界数据，其通过 T_{\max} 和 T_{\min} 2 个阈值参数进行筛选，仅保留显著的边缘信息； D 为一个函数，用以确认 (m, n) 与 (x, y) 是否相邻。

图 6(c)的红色框展示了当对比图 6(a)与图 6(b)相应区域时，PG-Flow 明显区分了目标的核心区域与其边缘，并揭示了这些目标的运动模式各异。在图 6(c)中，原始光流场的可视化揭示了丰富的细节，尤其是运动主要发生在目标的边缘，而非核心区域，如图 6(d)所细致展示的特征。同时，

在蓝色框示范区域内密度块较大, 表明目标可能在进行平移而非缩放, 这一点从图 6(d)中单一颜色的分布可见, 暗示着统一的移动方向。通过卷积算法, 可以确保边缘运动场的准确可视化, 如图 6(d)所演示。图 6(c)中不同大小的箭头并未明显区分, 因此无法清晰展示运动强度的差异。为改善运动强度差异的表示, 本文提出了优化边缘动态算法:

输入: PG-Flow 算法计算所得的光流场 M 。

输出: 边缘变化场 $E(x,y)$ 。

步骤 1. 记 $f(x,y)$ 为位置 (x,y) 处 M 的向量值;

步骤 2. 对每个坐标点 (x_i,y_i) , 计算并存储其向量场模平方 $\|f(x_i,y_i)\|^2$ 至变化强度矩阵 IM ;

步骤 3. 将 IM 矩阵转化为对应的密度图像;

步骤 4. 依据式(4), 提取边缘图 EM , 其中 $g(x,y)$ 表示位置 (x,y) 处的像素强度值;

步骤 5. 对所有坐标点 (x_j,y_j) , 计算并更新 $h(x_j + \Delta x, y_j + \Delta y) = (f * g)(x_j + \Delta x, y_j + \Delta y)$, 这里 $(\Delta x, \Delta y)$ 定义了邻域区间;

步骤 6. 对每个计算得到的 h 值, 应用对数缩放进行比例调整, 输出 $E(x,y)$ 。

3 定性实验与结果分析

3.1 随机多目标追踪可视化

为评估 TrackingMap 同时追踪并可视化多目标运动的极限性能, 设计了专项实验测试其在处理 2 个复杂任务时的表现。实验场景中含有大量在全区域内迅速变化的目标, 且边界也在不断演变。多个不规则目标在狭窄空间内的快速变化超越了大多数真实数据集的复杂性, 其更频繁地突现与消失, 对传统数据结构构建法构成挑战。在实验中, 由于本文关注于多目标检测与追踪性能, 对于其追踪可视化做出了简化。图 7 展示了随机多目标运动的追踪成果。输入一系列时间序列连贯的柏林噪声图像, 图 7(a)展出了其中部分帧, 显示了多目标在局部区域的随机运动。简化追踪过程, 目标在图像中被划分为 5 个区域, 图 7(b)则展示了 5 个区域的输出结果:

1) 第 1 区域呈现的轨迹短而逐渐透明, 表明目标早期变化不大, 形状变化后逐渐趋于稳定;

2) 第 2 区域轨迹数量增多, 先是上部轨迹出现, 随后是下部。箭头分布说明目标活动区域在扩大, 上下变化逐渐明显;

3) 第 3 区域先显示上部轨迹, 再现下部蓝色轨迹。蓝色虚线轨迹表明细微运动, 箭头从左至右, 示意水平左向右移动;

4) 第 4 区域占据较大范围, 箭头显示区域随时间推移逐渐消散。区域下方出现新轨迹, 指示目标运动开始分离, 变化初期剧烈后趋稳定;

5) 第 5 区域仅有微量变化信息, 黄色轨迹暗示上部轻微移动, 箭头显示形状稳定, 位置略变。

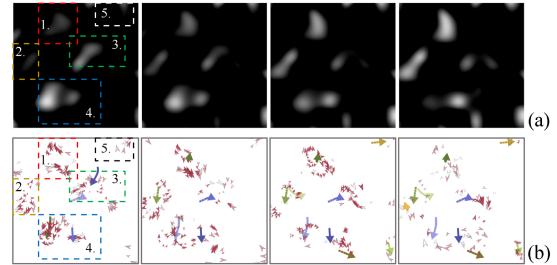


图 7 随机多目标追踪可视化((a)输入图像; (b)追踪结果)

Fig. 7 Visualization of random multi-target tracking
((a) Input image; (b) Tracking result)

实验区域的细致对比验证了本方法在表征多个目标的动态趋势和边界变化方面的效能。

3.2 人群数据追踪可视化

在现实数据中, 追踪对象的形态有时也不会发生剧烈变化。如本文选择的购物中心的人群数据集, 其常被用于测试模型在追踪和描述场景中人群运动方面的效能, 探索其在计算机视觉领域应用的可行性。

图 8(b)展示了输入图像的密度图转换结果。在这种情况下, 密度只用于计数, 故在该案例中简化了形态变化的可视化, 只关注于其位置, 如图 8(c)所示。在区域①中, 目标活动区域分为 2 部分, 红色虚线标出区域分界线。对比输入图像可知, 该虚线对应人行道边界, 符合实际场景规律。值得注意的是, 图 8(c)①右下角红色圆圈内有一目标与众不同。观察图 8(a)中同一区域, 一名快递员在追踪期间停留未动, 但图像抖动导致其位置轻微下移。

区域②下方的 4 个目标与其他目标保持较大距离, 绿色虚线圆圈中标明。对比图 8(a)相同位置, 这 4 名行人刚入画面, 与前方人群有明显间隔。此现象显示本文方法能迅速捕捉图像中新出现的目标。另在最终目标有轻微重叠的情况下, 依旧能正确可视化其行动轨迹, 展示了该方法的高灵敏度和清晰的追踪能力。

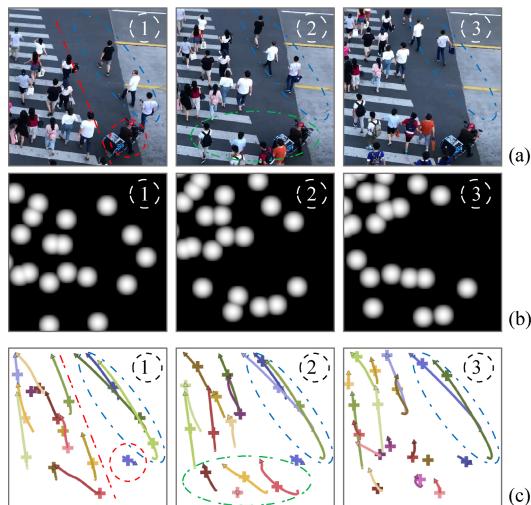


图 8 购物中心数据集的人群追踪可视化((a)购物中心人群数据集; (b)密度图转换结果; (c)人群追踪可视化结果)

Fig. 8 Crowd tracking visualization for the shopping mall dataset ((a) Shopping mall crowd dataset; (b) Density map conversion result; (c) Crowd tracking visualization result)

3.3 大范围区域追踪可视化

本实验旨在深入探索本文方法在复杂环境中的表现，特别关注于追踪对象广泛分布且界限不明确的极端情景。本文设计了一系列针对性的实验，以测试现行视觉追踪技术在面对这些挑战时的性能。鉴于全球变暖问题对当前可持续发展的重要性，本文特别选取了全球二氧化碳排放作为实际研究案例。

实验中，本文利用了 NASA 提供的 2006 年全球 CO₂ 排放视频作为动态演示，并着重观测南半球，以避免北半球工业化国家高浓度 CO₂ 排放导致的热力图重叠问题。为了更准确地描绘 CO₂ 排放的变化场，特采用了先进的 LIC 技术，并采用本研究的多目标追踪模型。实验结果显示，本文可成功揭示密集区域内的复杂变化，如图 9(a)所示的 3 个轨迹追踪区域，其中展现的热量集中和涡旋状结构充分证明了本文方法的有效性。图 9(a)①中，圆形轨迹及黑色线框内的旋转纹理指示该地 CO₂ 排放局部循环，符合亚马逊雨林地区 CO₂ 循环吸收的自然规律。

从图 9(a)和图 9(b)的对比可以看出，区域②内的 CO₂ 排放趋势发生了明显的改变。10 月初，该区域主要受到东西向气流的影响，而到月末，气流方向则变为南北向。图中的深蓝色双箭头明确标示了这一气流方向的变化。本文方法成功地捕捉并分析了这些变化。在区域①也观察到了类似的现象。图中标示的黑色箭头显示了南部气流的流动方向。

此外，区域②中的蓝色框内显示了一条新的追踪轨迹，这条轨迹与区域③红色框内的信息相呼应。这些现象进一步说明了本文方法在不同情境下的泛化能力。该应用不仅展示了时间变化对 CO₂ 排放趋势的显著影响，还验证了本研究方法在环境监测和气候变化研究中的准确性和可靠性。更重要的是，其揭示了该方法在应对全球气候变化和环境监测挑战中的潜在应用价值，为可持续发展领域提供了新的思路和工具。

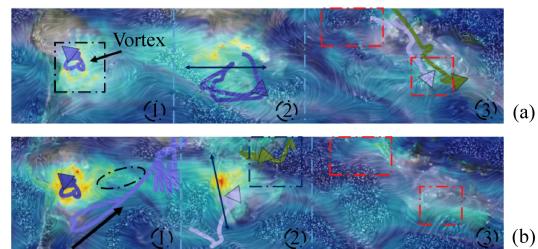


图 9 二氧化硫排放量的可视化
((a) 2006 年 10 月 5 日南半球 CO₂ 变化的可视化;
(b) 2006 年 10 月 25 日南半球 CO₂ 变化的可视化)

Fig. 9 Visualization of CO₂ emissions ((a) Visualization of CO₂ changes in the Southern Hemisphere on Oct. 5, 2006;
(b) Visualization of CO₂ changes in the Southern Hemisphere on Oct. 25, 2006)

4 定量实验与结果分析

4.1 追踪质量评估

本评估将 Sim-RCNN 模型与 Simple FRCNN 进行比较，Simple FRCNN 是常用的一种基于深度学习的目标检测模型。评估过程中，实验创建了不同规模的柏林噪声样本集进行且根据 Simple FRCNN 检测出的目标数量进行排序，再使用本方法中的 Sim-RCNN 模型进行检测。图 10 的实验结果显示，Sim-RCNN 模型在优化了模型参数后的检测结果仍保持与 Simple FRCNN 相近，证明了本研究优化后 Sim-RCNN 的有效性。

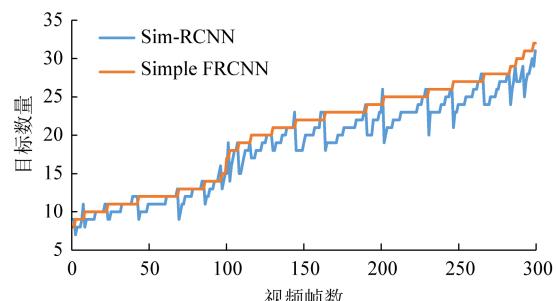


图 10 随机多目标柏林噪声的追踪评估结果

Fig. 10 Evaluation results of random multi-target tracking with Perlin noise

同时, 本文方法能在相同阈值参数下更精准预测轨迹。评估将比较其与传统追踪方法在同一任务中追踪轨迹的方差来比较追踪方法的稳定性。如图 11(a)所示, 本评估使用 90, 180, 270 帧图像作为评估实验的输入。通过本文方法得到的追踪长度样本方差小于传统方法得到的方差, 说明了本文方法目标检测追踪模块的稳定性。

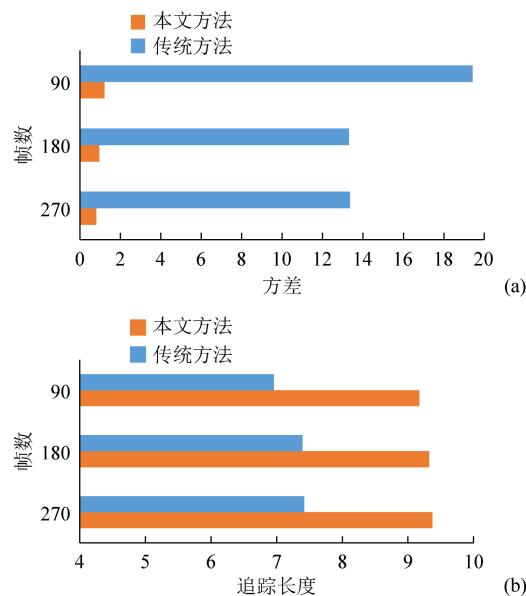


图 11 本方法与传统方法的追踪量化比较((a)轨迹长度的方差; (b)长度阈值为 10 的轨迹长度)

Fig. 11 Comparison of tracking quantification between this method and traditional methods ((a) Variance of trajectory length; (b) Trajectory length with a length threshold of 10)

同时, 本文评估还在最长轨迹长度阈值为 10 的场景下, 进行 90, 180, 270 帧样本的实验。统计所有追踪轨迹的平均长度, 结果如图 11(b)所示。数据显示, 本文方法的轨迹长度更接近设定的阈值, 表明其更佳的连续性和稳定性。

图 12 展示了从 F30~F40 帧的轨迹追踪可视化效果。在黄色、绿色以及橙色 3 个区域, 传统方法都出现了轨迹中断或轨迹检测错误的情况。而在蓝色、紫色和白色 3 个区域, 传统方法已经完全检测不到目标, 而本文方法仍然成功检测并追踪到了目标的轨迹。说明这些目标位于图像的边缘, 且易被传统方法遗漏。而本文方法得益于构建的数据集具有普遍性, 能够追踪到位于图像边缘的目标, 表现出更高的准确性。

4.2 运动估计效果的评估

在本研究中, 利用迁移学习方法, 从专门处理边缘光流的数据集中训练得到了 PG-Flow-1 模型。这一模型在捕捉和展示目标边缘的细微变化方面,

相较于使用传统 Flying Chair 数据集训练的 FlowNet2 基于深度学习的光流检测模型, 展现了更为精细的视觉信息。PG-Flow-1 模型通过适应边缘特征, 能够详尽地描绘出物体边缘在动态环境中的流动和变化。此外, PG-Flow-1 模型经过特别设计的逐渐减帧数据集进行训练得到 PG-Flow, 以模拟实际应用中可能遇到的不同帧率情况。该训练策略显著增强了模型的鲁棒性, 使其在面对低帧率视频数据时仍能保持良好的性能。这使得最终的 PG-Flow 模型不仅在高帧率数据上表现优异, 也能够适应帧率较低的实际应用场景, 从而为动态视觉分析提供了一个更加灵活和可靠的工具。在图 13(a)中, 可观察到处理连续柏林噪声数据集时, 传统的 FlowNet2 模型在红色和黑色标注的区域表现出明显的辨识挑战, 难以精确捕捉到目标边缘的微小变化。相较之下, PG-Flow-1 模型表现出显著的优势, 能够准确地识别并揭示目标形态的细致变化。在此基础上, PG-Flow 在降低目标平滑性误差方面的特有改进, 使得模型的输出能更紧密地跟随柏林噪声数据的真实动态。当 FlowNet2 在绿色和蓝色标注的区域几乎无法捕捉到任何明显的目标光流时, PG-Flow-1 仍成功捕捉到了主要的运动光流, 但在边缘细节的表现上仍有提升空间。而 PG-Flow 模型在这些方面的表现尤为出色, 不仅准确地捕获了目标光流, 还清晰地区分了不同的边缘光流信息, 显示了其在处理边缘细节上的高效能力。

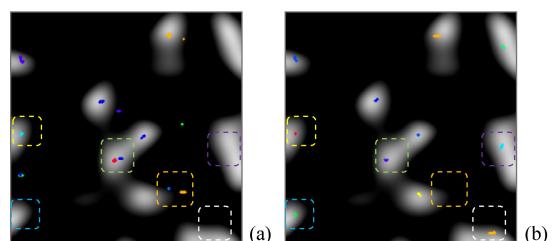


图 12 本方法与传统方法追踪轨迹比较((a)传统方法的追踪结果; (b)本方法的追踪结果)

Fig. 12 Comparison of tracking trajectories between this method and traditional methods ((a) Tracking results of the traditional method; (b) Tracking results of this method)

为了进一步探索本模型在极端环境下的性能表现, 本研究还在低帧率视频数据上进行了目标追踪可视化实验。在图 13(b)展示的低至 2 Hz 帧频的购物中心数据集^[44]实验中, 可以明显看到传统 FlowNet2 模型在 3 个区域的目标追踪性能大幅下

降，几乎无法维持目标追踪信息的连续性。相比之下，PG-Flow-1 模型在挑战较大的绿色和黑色区域保持了较好的追踪效果，成功地捕捉到了光流信息，尽管在红色区域仍有改进的余地。PG-Flow 模型在这些测试区域表现出色，不仅成功地捕捉到了

边缘光流，还展示了在低帧率环境下减帧学习策略的有效性，这证明了该模型在应对帧率波动时的高度适应性和鲁棒性。这些结果强调了 PG-Flow 模型在视频分析和处理技术中的应用潜力，特别是在需要处理动态复杂且帧率不稳定的视频数据环境中。

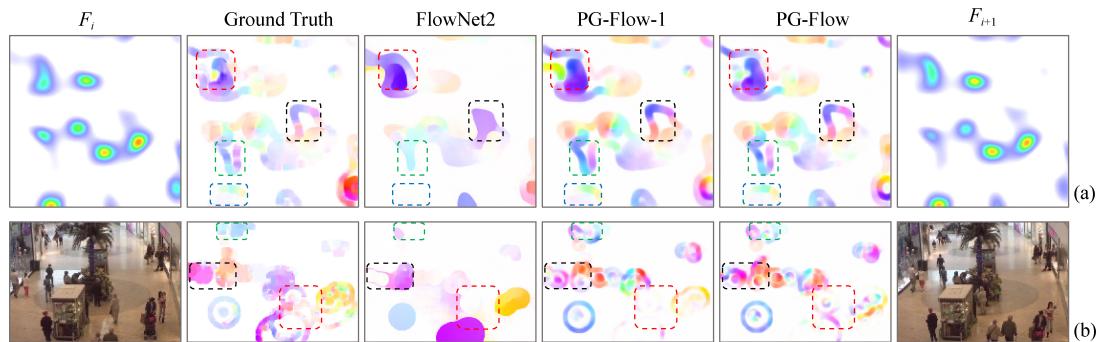


图 13 FlowNet2, PG-Flow 与 PG-Flow-1 的比较((a)连续柏林噪声数据; (b)购物中心人群数据)

Fig. 13 Comparison between FlowNet2, PG-Flow and PG-Flow-1 ((a) Continuous Perlin noise data; (b) Crowd in a shopping mall data)

为了准确评估生成的光流图像与实际观测数据之间的一致性，本研究采用了基于直方图的方法以及多种基于哈希的技术作为评价指标^[45]。具体地，本文使用了 H-Dis(直方图距离)、aHash(平均哈希)、dHash(差异哈希)和 pHash(感知哈希)等多维度评价指标进行了详尽地分析，结果展示如图 14 所示。通过对连续柏林噪声数据集中 270 帧光流图像的分析，可观察到 PG-Flow-1 模型生成的图像与真实数据的相似度明显优于 FlowNet2 模型；而 PG-Flow 模型则表现得更为出色，甚至超过了 PG-Flow-1。

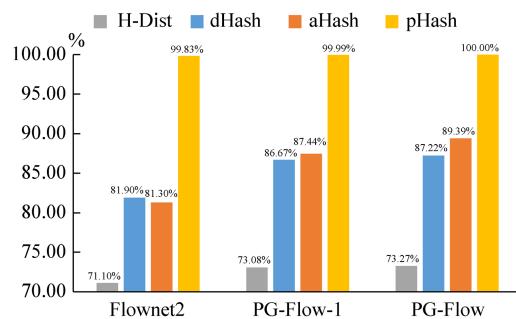


图 14 不同模型追踪结果与真值相似度的对比

Fig. 14 Comparison of the similarity between different model tracking results and the ground truth

特别地，pHash^[46]指标作为一种感知哈希方法，专注于分析图像的感知特征，如纹理、边缘等视觉元素，使其在评估图像相似度方面表现出独特的优势。pHash 通过比较图像的高频特征而非单一像素，

提供了一种更为深入的相似度判断方法。在购物中心数据集的测试中，由于所有目标都以高密度的方式标记，图像之间在视觉特性上的差异较小，导致基于感知哈希的 pHash 值普遍偏高。这一现象说明，在目标密度高且变化细微的环境下，aHash 能更加有效地反映图像之间的微小差异，这对于评估如视频监控和动态人群分析等应用的准确性至关重要。

5 结束语

本研究成功引入了一种创新的时空数据可视化方案^[47]，该方案通过融合目标检测、数据滤波、光流分析及动态信息的可视化技术，有效监控并展示了多个目标在空间中的动态轨迹。此方案的核心创新在于其提供了一个全面的解决策略，使用户能够在一系列连续的密度图中不仅清晰识别各个目标的轨迹，还能精确追踪这些轨迹，同时利用集成的多种技术详尽展示复杂的多目标动态。这种方法通过详细呈现每个目标的移动路径和交互，极大地增强了对场景动态的理解和分析能力。

当前系统采用的双阶段检测架构结合了先进的多技术融合，虽然极大地增强了系统的功能性，使其能够处理更加复杂的场景和更多的目标类型，但这也不可避免地提高了操作的复杂性。随着深度学习领域的不断进展以及多目标跟踪和实时追踪技术的持续优化，未来的研究可以着力于简化这些

复杂的技术方法。通过引入更加直观的用户界面设计、减少对专业知识的依赖, 以及开发更为智能的自动化算法, 未来的系统旨在减轻用户的操作负担, 提供更加友好和直接的使用体验。此外, 将这一先进的技术方案应用于具体的多目标跟踪场景中, 如城市交通监控、公共安全、人群管理等, 能够为用户提供高效且精准的追踪可视化工具。这不仅有助于优化资源配置, 增强安全措施, 还能在事件响应和策略制定中发挥关键作用。通过实时追踪分析和可视化呈现, 相关部门能更快地做出决策, 有效地管理和指导公共空间的动态。

未来本研究计划开展广泛的用户调研, 并结合领域专家的深入意见, 进一步完善和提升追踪结果的可视化表达方式。包括探索更多的视觉编码方案, 如颜色、形状和运动的视觉差异化处理, 以更好地区分不同类型的目标和事件, 同时增强整体可视化的信息容量和易读性。通过多角度、多层次的研究与开发, 期望能够推动时空数据可视化技术向更高效、更智能、更用户友好的方向发展, 为各种实际应用场景提供强有力的技术支持。

参考文献 (References)

- [1] DORAISWAMY H, NATARAJAN V, NANJUNDIAH R S. An exploration framework to identify and track movement of cloud systems[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2013, 19(12): 2896-2905.
- [2] PARK Y, LEPETIT V, WOO W. Extended keyframe detection with stable tracking for multiple 3D object tracking[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2011, 17(11): 1728-1735.
- [3] VALSANGKAR A A, MONTEIRO J M, NARAYANAN V, et al. An exploratory framework for cyclone identification and tracking[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2019, 25(3): 1460-1473.
- [4] REN S Q, HE K M, GIRSHICK R, et al. Faster R-CNN: towards real-time object detection with region proposal networks[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, 39(6): 1134-1149.
- [5] ILG E, MAYER N, SAIKIA T, et al. FlowNet 2.0: evolution of optical flow estimation with deep networks[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2017: 1647-1655.
- [6] CABRAL B, LEEDOM L C. Imaging vector fields using line integral convolution[C]//The 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 1993: 263-270.
- [7] SMEULDERS A W M, CHU D M, CUCCHIARA R, et al. Visual tracking: an experimental survey[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2014, 36(7): 1442-1468.
- [8] WANG N Y, YEUNG D Y. Ensemble-based tracking: aggregating crowdsourced structured time series data[C]//The 31st International Conference on International Conference on Machine Learning. Cambridge: JMLR.Org, 2014: II-1107-II-1115.
- [9] OESTERLING P, HEINE C, WEBER G H, et al. Computing and visualizing time-varying merge trees for high-dimensional data[M]//CARR H, GARTH C, WEINKAUF T. Topological Methods in Data Analysis and Visualization: Theory, Algorithms, and Applications. Cham: Springer, 2017: 87-101.
- [10] MUTHUMANICKAM P K, VROTSOU K, NORDMAN A, et al. Identification of temporally varying areas of interest in long-duration eye-tracking data sets[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2019, 25(1): 87-97.
- [11] RAUTENHAUS M, BÖTTINGER M, SIEMEN S, et al. Visualization in meteorology-a survey of techniques and tools for data analysis tasks[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2018, 24(12): 3268-3296.
- [12] SBALZARINI I F, KOUMOUTSAKOS P. Feature point tracking and trajectory analysis for video imaging in cell biology[J]. *Journal of Structural Biology*, 2005, 151(2): 182-195.
- [13] COMANICIU D, RAMESH V, MEER P. Kernel-based object tracking[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, 25(5): 564-577.
- [14] WANG L, TAN T N, NING H Z, et al. Silhouette analysis-based gait recognition for human identification[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, 25(12): 1505-1518.
- [15] CIAPARRONE G, SÁNCHEZ F L, TABIK S, et al. Deep learning in video multi-object tracking: a survey[J]. *Neurocomputing*, 2020, 381: 61-88.
- [16] DANELLJAN M, HÄGER G, KHAN F S, et al. Convolutional features for correlation filter based visual tracking[C]//2015 IEEE International Conference on Computer Vision Workshop. New York: IEEE Press, 2015: 621-629.
- [17] BEWLEY A, GE Z Y, OTT L, et al. Simple online and realtime tracking[C]//2016 IEEE International Conference on Image Processing. New York: IEEE Press, 2016: 3464-3468.
- [18] REDMON J, FARHADI A. Yolov3: an incremental improvement[EB/OL]. [2024-05-08]. <https://arxiv.org/abs/1804.02767>.
- [19] LIN T Y, DOLLÁR P, GIRSHICK R B, et al. Feature pyramid networks for object detection[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2017: 936-944.
- [20] POPPE R. Vision-based human motion analysis: an overview[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2007, 108(1/2): 4-18.
- [21] WANG L, HU W M, TAN T J. Recent developments in human motion analysis[J]. *Pattern Recognition*, 2003, 36(3): 585-601.
- [22] ZHOU T H, BROWN M, SNAVELY N, et al. Unsupervised learning of depth and ego-motion from video[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2017: 6612-6619.
- [23] SAQIB M, KHAN S D, SHARMA N, et al. Extracting descriptive motion information from crowd scenes[C]//2017 International Conference on Image and Vision Computing New Zealand. New York: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [24] BROX T, MALIK J. Large displacement optical flow: descriptor matching in variational motion estimation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(3): 500-513.
- [25] JOBARD B, RAY N, SOKOLOV D. Visualizing 2D flows with animated arrow plots[EB/OL]. [2024-05-08]. <https://arxiv.org/abs/1205.5204>.

- [26] LEFER W, JOBARD B, LEDUC C. High-quality animation of 2D steady vector fields[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2004, 10(1): 2-14.
- [27] CHEN S, LI S H, CHEN S M, et al. R-Map: a map metaphor for visualizing information reposting process in social media[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2020, 26(1): 1204-1214.
- [28] WU Y C, LIU S X, YAN K, et al. OpinionFlow: visual analysis of opinion diffusion on social media[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2014, 20(12): 1763-1772.
- [29] LI C H, BACIU G, WANG Y Z, et al. DDLVis: real-time visual query of spatiotemporal data distribution via density dictionary learning[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2022, 28(1): 1062-1072.
- [30] KIM S, JEONG S, WOO I, et al. Data flow analysis and visualization for spatiotemporal statistical data without trajectory information[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2018, 24(3): 1287-1300.
- [31] LI C H, BACIU G, HAN Y. StreamMap: smooth dynamic visualization of high-density streaming points[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2018, 24(3): 1381-1393.
- [32] CHEN C, WANG C B, BAI X, et al. GenerativeMap: visualization and exploration of dynamic density maps via generative learning model[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2020, 26(1): 216-226.
- [33] 刘灿, 赖楚凡, 蒋瑞珂, 等. 深度学习驱动的可视化[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2020, 32(10): 1537-1548.
- LIU C, LAI C F, JIANG R K, et al. Visualization driven by deep learning[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2020, 32(10): 1537-1548 (in Chinese).
- [34] HE K M, ZHANG X Y, REN S Q, et al. Deep residual learning for image recognition[C]//2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Press, 2016: 770-778.
- [35] SZEGEDY C, IOFFE S, VANHOUCKE V, et al. Inception-v4, inception-ResNet and the impact of residual connections on learning[C]//The 31st AAAI Conference on Artificial Intelligence. Palo Alto: AAAI, 2017: 4278-4284.
- [36] RIBEIRO M I. Kalman and extended Kalman filters: concept, derivation and properties[EB/OL]. [2024-05-08]. <https://people.duke.edu/~hpgavin/SystemID/References/Ribeiro-KalmanFilter-2004.pdf>.
- [37] LUETTEKE F, ZHANG X, FRANKE J. Implementation of the Hungarian Method for object tracking on a camera monitored transportation system[C]//ROBOTIK 2012; 7th German Conference on Robotics. New York: IEEE Press, 2012: 1-6.
- [38] BOTEV Z, GROTOWSKI J, KROESE D P. Kernel density estimation via diffusion[J]. *The Annals of Statistics*, 2010, 38(5): 2916-2957.
- [39] PERLIN K. Improving noise[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2002, 21(3): 681-682.
- [40] BAKER S, SCHARSTEIN D, LEWIS J, et al. A database and evaluation methodology for optical flow[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2011, 92(1): 1-31.
- [41] FARNEBÄCK G. Two-frame motion estimation based on polynomial expansion[C]//The 13th Scandinavian Conference on Image Analysis. Cham: Springer, 2003: 363-370.
- [42] HERSHBERGER J, SNOEYINK J. Speeding up the douglas-peucker line-simplification algorithm[EB/OL]. [2024-05-08]. <https://dl.acm.org/doi/book/10.5555/902273>.
- [43] BAO P, ZHANG L, WU X L. Canny edge detection enhancement by scale multiplication[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(9): 1485-1490.
- [44] CHEN K, LOY C C, GONG S, et al. Feature mining for localised crowd counting[EB/OL]. [2024-05-08]. https://personal.ie.cuhk.edu.hk/~ccloy/project_feat_mine_count/index.html.
- [45] VENKATESAN R, KOON S M, JAKUBOWSKI M H, et al. Robust image hashing[C]//2000 International Conference on Image Processing. New York: IEEE Press, 2000: 664-666.
- [46] VEGA F, MEDINA J, MENDOZA D, et al. A robust video identification framework using perceptual image hashing[C]//2017 XLIII Latin American Computer Conference. New York: IEEE Press, 2017: 1-10.
- [47] 陈辰. 基于空间特征挖掘的时空数据可视化研究[D]. 上海: 华东师范大学, 2020.
- CHEN C. Research on spatio-temporal data visualization based on spatial features mining[D]. Shanghai: East China Normal University, 2020. (in Chinese).