

PROBABILIDADE



PROBABILIDADE

↳ é um evento que pode acontecer

↳ Experimento Aleatório \Rightarrow Aquilo que apresenta resultados imprevisíveis

- Lança de números

- Sobrar uma carta cima

↳ Espaço Amostral

- Conjunto de todos os resultados possíveis

↳ Exemplo: Se sobrar uma moeda eu tenho cara ou coroa logo o Espaço Amostral é $S = \{\text{cara; coroa}\}$

↳ Evento

- é todo o subconjunto do Espaço Amostral S

- Exemplo $E = \{1, 3, 5, 7\}$
 \Rightarrow Números ímpares

↳ Se o evento for igual ao Espaço Amostral

↳ Chamamos de evento certo. Exemplo se sobramos o dado para cima e for igual a 0. No caso o dado lançado sempre será maior que 0.

↳ Como calcular probabilidade?

- $n(E)$ o número de elementos E

- $n(S)$ o número de elementos S

- $P(E)$ a probabilidade de ocorrer E

temos:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

↳ $P(E)$ possui um intervalo fixo: $0 \leq P(E) \leq 1$

- quando $P(E) = 0$ o evento é impossível de acontecer

- quando $P(E) = 1$, o evento é certo.

Exemplo: No lançamento de um dado qual a probabilidade de ocorrer número ímpares?

↳ Espaço Amostral $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

↳ Evento E : "ocorrer número ímpar" $E = \{1, 3, 5\}$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ou } 50\%$$

Exemplo 2 \rightarrow Uma urna contém 7 bolas vermelhas e 28 brancas. Qual a probabilidade de sortearmos uma bola branca?

↳ Espaço Amostral $S = \{7 + 28\}$

↳ Evento Bola Branca $\text{Evento_Bola_Branca} = E = \{28\}$

$$P(E) = \frac{28}{35}$$

\Rightarrow

$$P(E) = \frac{4}{5} \Rightarrow 0,8.100 = 80\%$$

Exercício vestibular

03 - (Pm-PA) Um saco contém 3 bolas idênticas, mas com cores diferentes: Três Bolas Azuis, quatro Vermelhas e uma

Amarela. Retira-se uma bola. Qual a probabilidade da bola retirada ser Azul

Espaço Amostral = $S = \{3 \text{ bolas azuis} + 4 \text{ vermelhas} + 1 \text{ amarela}\} \Rightarrow S = \{8\}$

Evento = $E = \{3\}$

$$P(\text{Bolas Azuis}) = \frac{3}{8} \Rightarrow 0,375.100 \Rightarrow$$

$$37,5\% \rightarrow \text{Resposta}$$

2) (IFMA) SE LANÇARMOS DOIS DADOS AO MESMO TEMPO, QUAL A PROBABILIDADE APROXIMADA DE DOIS NÚMEROS IGUAIS FICAREM VALIADES PARA CIMA

↳ Espaço Amostral $S = \{6 \times 6 = 36\}$

↳ Evento $E = \{(1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5); (6,6)\}$

$$P(\text{dois iguais}) \Rightarrow \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \Rightarrow P = 0,166...100$$

↓

$$P = 16,6\%$$

3) (Unic) VMA SENHA É COMPOSTA POR 4 ALGARISMOS, QUAL A PROBABILIDADE DE CRIARMOS VMA SENHA COM TODOS OS ALGARISMOS DIFERENTES

Espaço Amostral = {
 números possíveis
 ↓
 {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}

MAS PODEMOS USAR ESSE CONJUNTO 4x POIS QUE A SENHA É COMPOSTA DE 4 DÍGITOS

Logo 10.10.10.10

↓

10000 \Rightarrow Espaço Amostral

Evento = { 10.9.8.7

↓

POIS QUE OS NÚMEROS NÃO PODEM REPETIR, LOGO O EVENTO É

5040

$$P(E) = \frac{5040}{10000} \Rightarrow 0,504...100$$

↓

$$50,4\%$$

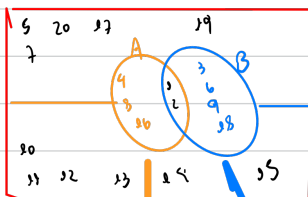
PROBABILIDADE NA UNIÃO DE EVENTOS

EXEMPLO: VAMOS PEGAR UMA BOLA DE UMA URNA QUE CONTEM 20 BOLS NUMERADAS DE 1 A 20 E CONSIDERAR OS EVENTOS $A = \{ \text{OBTENÇÃO DO DIVISOR 16} \}$ E $B = \{ \text{OBTENÇÃO DO DIVISOR DE 3} \}$

$$S = \{ 1, 2, 3, \dots, 20 \} = 20$$

$$A = \{ 1, 2, 4, 8, 16 \} = 5$$

$$B = \{ 1, 2, 3, 6, 9, 18 \} = 6$$



ESPAÇO AMOSTRAL (S)

EVENTO B

EVENTO A

* Note que existem elementos que satisfazem

$$\text{APENAS O EVENTO A: } \{ 4, 8, 16 \}$$

$$\text{APENAS O EVENTO B: } \{ 3, 6, 9, 18 \}$$

$$\text{O EVENTO } A \cap B: \{ 1, 2 \}$$

$$\text{O EVENTO } A \cup B: \{ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 16, 18 \}$$

Logo

$$\hookrightarrow \text{SABEMOS QUE } \{ 1, 2 \} = A \cap B$$

$$\hookrightarrow \text{SABEMOS QUE } \{ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 16, 18 \} = A \cup B$$

IMPORTANTE

• A OCORRÊNCIA DO EVENTO A E EVENTO B É DADA POR $A \cap B$

• A OCORRÊNCIA DO EVENTO A OU DO EVENTO B É DADA POR $A \cup B$

Prática



Com isso vamos calcular $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 20\} = n(S) = 20$$

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\} = n(A) = 5$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} = n(B) = 6$$

$$A \cap B = \{1, 2\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 16, 18\}, n(A \cup B) = 9$$

$$P(A) = \frac{5}{20} = 25\%$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{20} = 10\%$$

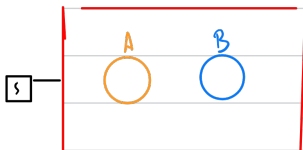
$$P(B) = \frac{6}{20} = 30\%$$

$$P(A \cup B) = \frac{9}{20} = 45\%$$

Esses resultados mostram que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - (P(A \cap B))$ → fórmula

$$\frac{5}{20} + \frac{6}{20} - \frac{2}{20} \Rightarrow \boxed{\frac{9}{20}} \downarrow P(A \cup B)$$

se A e B são conjuntos disjuntos, isto é, $A \cap B = \emptyset$ os eventos A e B são ditos mutuamente exclusivos



→ nesse caso $n(A \cap B) = 0$ e $P(A \cap B) = 0$ ↓ vem

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Exemplo 1) Para conhecer valores de salário em uma indústria, 120 pessoas participaram do processo seletivo. A tabela abaixo mostra a distribuição dos candidatos por gênero e escolaridade

	Homem	Mulheres	Total
Ensino médio	18	27	45
Ensino superior	22	53	75
Total	40	80	120

Um candidato do grupo é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de que seja

A) Mulher ou tenha ensino superior?

B) Homem ou tenha só o ensino médio

$$S = \{ 120 \}$$

$$\text{Mulher} = \{ 80 \}$$

$$\text{Homem} = \{ 40 \}$$

$$\text{Ensino superior} = \{ 75 \}$$

$$\text{Ensino médio} = \{ 45 \}$$

Exercício 1

$$\frac{n(\text{mulher})}{120} + \frac{n(\text{ensino s.})}{120} = \frac{n(\text{mulher})}{120}$$

11

Exercício 2

$$\frac{n(\text{homem})}{n(S)} + \frac{n(\text{ensino médio})}{n(S)} - \frac{n(\text{homem} \cap \text{médio})}{n(S)}$$

$$\frac{40}{120} + \frac{45}{120} - \frac{18}{120}$$

11

$$\frac{40}{120} + \frac{45}{120} - \frac{18}{120}$$

$$\frac{67}{120} \Rightarrow \frac{67}{120} = 55\%$$

$$\frac{67}{120} \Rightarrow 55\%$$

$$P(\text{homem}) \approx 55\%$$

Exercício Vestibular

1) (UNESP) Em uma sala, há 20 meninas e 30 meninos. Deses estudantes, 18 usam óculos e 8 são meninas. Se um estudante dessa sala for sorteado por acaso, qual a probabilidade de o sorteado usar óculos ou ser um menino?

$$S = \{50\}$$

$$\text{Meninas} = \{20\}$$

$$\text{Meninas} = \{30\}$$

$$\text{Usam óculos} = \{18\}$$

$$\text{Meninas} + \text{Óculos} = \{8\}$$

$$P(\text{usa óculos} \cup \text{menino}) = \frac{n(\text{óculos})}{n(S)} + \frac{n(\text{menino})}{n(S)} - \frac{n(\text{menino} \cap \text{óculos})}{n(S)}$$

||

$$\frac{18}{50} + \frac{20}{50} - \frac{8}{50}$$

$$\frac{30}{50} = 0,60$$

boi.

PROBABILIDADE CONDICIONAL

↳ Exercício irá restringir ou diminuir seu espaço amostral

DEFINIÇÃO:

Sejam A e B eventos de Ω finito e não vazio. A probabilidade condicional do evento A sabendo que ocorreu o evento B , é indicada por $A|B$ e é dada por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{com } P(B) \neq 0$$

evento; evento conhecido

espaço amostral conhecido

Exemplo 1) Uma urna contém 15 esferas numeradas de 1 a 15. Retira-se uma esfera ao acaso e observa-se que o número é maior que 7, qual a probabilidade desse número ser múltiplo de 4?

$$\text{Múltiplos de 4: } A = \{4, 8, 12\} = A = \{3\}$$

$$\text{Maior que 7: } B = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} : n(B) = 8$$

$$n(A \cap B) \Rightarrow 2$$

$$n(S) = 15$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{\frac{n(S)}{\frac{n(B)}{n(S)}}} \Rightarrow \frac{2}{\cancel{15} \cdot \frac{8}{\cancel{15}}} = \frac{2}{8} = 0,25 \cdot 100 \Rightarrow 25\%$$

Exercício 2) Um dado honesto é lançado e sabe-se que a face superior tem um número par. Qual a probabilidade de que o número obtido seja primo?

$$\text{Seja } P \text{ primo} \Rightarrow A = \{2, 3, 5\} = 3$$

$$\text{Seja } P \text{ par } B = \{2, 4, 6\} : n(B) = 3$$

$$n(A \cap B) = \{2\}$$

$$P(A|B) = \frac{1}{3} \Rightarrow 0,33 \cdot 100 \Rightarrow 33,3\%$$

03) (UFSC) Dois dados usuais e não viciados são lançados. Sabe-se que os números observados são ímpares. Então a probabilidade da soma (desse seq) é:

$$S = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{(1,1), (1,3), (3,1), (1,5), (3,3), (3,5), (5,3), (5,5)\}; n(B) = 9$$

$$A = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (4,4)\}; n(A) = 5$$

$$n(A \cap B) = \{(3,5), (5,3)\} = 2$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{9}$$

(FERS) Um grupo de pessoas está classificado da seguinte forma

	Fala Inglês	Fala Alemão	Fala Francês
Homem	92	35	47
Mulher	103	33	52

Escolhe-se uma pessoa ao acaso. Sabendo que essa pessoa fala francês, qual a probabilidade aproximada de que seja Homem?

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{47 + 52\} = n(B) = 99$$

$$A = \{\text{Homens}\} = n(A) = 139$$

$$n(A \cap B) = 47$$

$$P(A|B) = \frac{47}{99} \Rightarrow 0,475.100$$

47,5%

Exercício ENEM

$$S = \{500\}$$

$$\text{Diversão} = \{500, 0,52\}$$

$$\text{Assustador} = \{500, 0,15\}$$

$$\text{Chato} = \{500, 0,12\}$$

$$\text{Não opinaram} = \{500, 0,23\}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Soerenga Chato

$$A = \{60\}$$

$$B = \{500, 0,19\} = 395$$

$$P(A \cap B) = \{60\}$$

$$P(B|A) = \frac{60}{395} \approx 0,15$$



Resposta