

Programowanie Efektywnych Algorytmów - Projekt: Sprawozdanie

Wydział Elektroniki Kierunek: Informatyka Techniczna

Grupa zajęciowa Wt 17:05

Semestr: 2021/2022 Zima

Prowadzący: Dr inż. Antoni Sterna

Autor

Byczko Maciej 252747

- Programowanie Efektywnych Algorytmów - Projekt: Sprawozdanie
 - Wstęp teoretyczny
 - Problem komiwojażera
 - Algorytm genetyczny
 - Opis ogólny
 - Wymagane parametry
 - Opis działania operatorów krzyżowania
 - Opis sposobów mutacji
 - Etapy działania algorytmu
 - Opis zastosowanych klas w programie
 - Plan eksperymentu
 - Wyniki eksperymentów
 - Selekcja
 - Populacja
 - Mutacja
 - Mieszanie (Crossbreed)
 - Wnioski
 - Bibliografia

Wstęp teoretyczny

Problem komiwojażera

Problem komiwojażera (ang. travelling salesman problem, TSP) – zagadnienie optymalizacyjne, polegające na znalezieniu drogi o najmniejszym koszcie.

komiwojażer - przedstawiciel firmy podróżujący w celu zdobywania klientów i przyjmowania zamówień na towary. (definicja ze słownika)

W celu zobrazowania problemu należy wyobrazić sobie tytułowego komiwojażera, który podróżuje między miastami w celu wykonywania swojej pracy. Podróż zaczyna z siedziby swojej firmy po czym jego trasa przebiega przez każde miasto dokładnie jeden raz, aż w końcu wraca z powrotem do głównego budynku firmy. Matematycznie prezentujemy ten problem jako graf którego wierzchołki są miastami a łączące je trasy to krawędzie z odpowiednimi wagami. Jest to pełny graf ważony oraz może być skierowany, co tworzy problem asymetryczny.

Rozwiązywanie problemu komiwojażera sprawdza się do znalezienia właściwego - o najmniejszej sumie wag krawędzi - cyklu Hamiltona, czyli cyklu przechodzącego przez każdy wierzchołek grafu dokładnie jeden raz. Przeszukanie wszystkich cykli (czyli zastosowanie metody *Brute Force*(przegląd zupełny)) nie jest optymalną metodą, jako że prowadzi do wykładniczej złożoności obliczeniowej - $O(n!)$, dla której problemy o dużym n traktowane jako nierozwiązywalne. Klasyfikuje to problem komiwojażera jako problem NP-trudny, czyli niedający rozwiązań w czasie wielomianowym. To powoduje konieczność skorzystania z tzw. algorytmów heurystycznych bądź metaheurystycznych (bardziej ogólnych), np. algorytmy *Tabu search* bądź *Simulated annealing*. W naszym przypadku zagłębiimy się w dziedzinę algorytmów ewolucyjnych, głównie *algorytm genetyczny*.

Algorytm genetyczny

Opis ogólny

Algorytm genetyczny jest to rodzaj heurystyki, należą do grupy algorytmów ewolucyjnych, gdyż jego sposób działania jest zaczerpnięty z ewolucji biologicznej. Ewolucja rozpoczyna się od utworzenia początkowej populacji, stosowanie operatorów krzyżowania (rozmnóżania) i mutacji (wpływ otoczenia na osobnika, np. wirus) tak aby dojść do rozwiązania jak najbliższego optymalnemu.

Wymagane parametry

- Graf, załadowany z pliku bądź wygenerowany losowo
- Czas działania algorytmu, podawany w sekundach
- Wielkość populacji
- Szansa na mutację
- Wybranie operatora krzyżowania:
 - Partially Matched Crossover (PMX)
 - Order Crossover (OX)
- Wybranie operatora mutacji:
 - Swap - zamiana dwóch elementów
 - Reverse - Zamiana kolejności elementów pomiędzy podanymi indeksami

Opis działania operatorów krzyżowania

Przykład działania algorytmów mieszających na przykładowych tablicach:

```
tablica tab1 = [6,2,3,4,1,7,5]
tablica tab2 = [5,2,4,1,3,7,6]
```

```
index a = 2
index b = 5
```

Przeprowadzenie algorytmu PMX:

Wstawienie fragmentu z tab2:

```
wynik = [_,2,4,1,3,_,_]
```

Wypełnienie wartościami które nie posiadają konfliktów:

```
[_,2,4,1,3,_,_] -> [6,2,4,1,3,7,5]
```

Przeprowadzenie algorytmu OX:

Skopiowanie z tab1 fragmentu pomiędzy indeksami

```
wynik = [_,2,3,4,1,_,_]
```

Następnie dopóki tablica wynikowa nie będzie wypełniona dodajemy elementy z tab2 które się jeszcze nie pojawiły:

```
wynik = [_,2,3,4,1,_,_] -> [_,2,3,4,1,7,_] -> [_,2,3,4,1,7,6] -> [5,2,3,4,1,7,6]
```

Opis sposobów mutacji

Przykład działania mutacji na przykładowej tablicy wartości:

```
Tablica tab = [0,1,2,3,4,5]
```

```
Indeks a = 1
Indeks b = 4
```

```
Wynik mutacji Swap(tab, a, b) -> [0,4,2,3,1,5]
Wynik mutacji Reverse(tab, a, b) -> [0,4,3,2,1,5]
```

Etapy działania algorytmu

1. Na początku jest generowana losowa populacja n osobników.
2. Ocena osobników - obliczenie ich kosztów
3. Selekcja rodziców
4. Tworzenie nowej populacji
5. Zastąpienie starej populacji jej nowym odpowiednikiem
6. Jeżeli nie przekroczone podanego czasu, przejdź do punktu 2.
7. Zwróć najlepsze rozwiązanie

Opis słownictwa:

- **Selekcja** - Wybór losowy z populacji 2 osobników, porównanie ich i zwracamy lepszego z nich i dodajemy do populacji rodziców. Powtarzamy dopóki liczba rodziców nie będzie identyczna co liczba osobników w populacji.
- **Tworzenie nowej populacji** - Pobranie z kandydatów 2 osobników, przeprowadzenie krzyżowania wybraną metodą oraz przeprowadzenie mutacji zadaną szansą i zwrócenie osobników wynikowych

Opis zastosowanych klas w programie

- **Program** - główny plik zawierający menu wraz z interfejsem użytkownika
- **Essentials** - Klasa statyczna z podstawowymi narzędziami jak np. liczenie wartości ścieżki, generowanie losowego problemu, etc.
- **Matrix** - Klasa statyczna reprezentująca problem jako macierz sąsiedztwa wraz z funkcjami na niej operującymi
- **Algorithm** - Klasa statyczna zawierająca wszystkie potrzebne algorytmy i funkcje które głównie działają przy algorytmie genetycznym: krzyżowanie, mutacje oraz sam algorytm.

Plan eksperymentu

Program został napisany w języku C#, w .NET Framework, w środowisku JetBrains Rider.

Do mierzenia czasu wykorzystano klasę Stopwatch z przestrzeni nazw System.Diagnostics.

Testowane instancje problemu były wielkości:

17, 100 oraz 443.

Dla podanych problemów najlepsze znalezione rozwiązania się następujące:

- 17 (tsp_17) - **39**
- 100 (kro124) - **36230**
- 443 (rbg443) - **2720**

Na wykresie została zastosowana skala logarytmiczna w celu polepszenia czytelności wyników.

Niektóre wyniki zaczynają się nie od zera, spowodowane jest to tym że wykres zaczyna się rysować dopiero po znalezieniu pierwszej lepszej wartości niż wartość domyślna.

Wykres kończy się gdy:

1. Znajdzie poprawne rozwiązanie
2. Skończy się czas
3. Rozwiązanie od danego momentu więcej się nie zmieni

Na wykresach w legendzie zostały zastosowane następujące "kody":

- S - Mutacja typu **Swap**
- R - Mutacja typu **Reverse**
- PMX - Partially Matched Crossover
- OX - Order Crossover

Wartości trzycyfrowe to są wielkości populacji.

Wartości **0.01, 0.05, 0.1** szanse mutacji.

Wartości **0.5, 0.7, 0.9** to szansa mieszania.

Nazwy tabel:

A-B-C-D-E-F gdzie:

- A - Wielkość problemu
- B - Populacja
- C - Szansa mutacji
- D - Szansa mieszania
- E - Sposób mutacji
- F - Sposób mieszania

Wyniki eksperymentów

Selekcja

Przy sprawdzeniu **selekcji** zostały sprawdzone dwa rodzaje:

- Selekcja Turniejowa
- Selekcja Ruletkowa

Populacja została ustawiona na stałą wartość **300**.

Szansa mutacji została ustawiona na stałą wartość **0.01**.

Szansa mieszania została ustawiona na stałą wartość **0.8**.

- **17-300-0_1-0_8-R-OX-BATTLE**

time [ms]	0.25	0.45	0.66	1.71	1.96	2.06	2.17	2.27	3.37	3.66	4.41	5.37	590.19
best road	106	76	70	68	67	64	63	49	48	47	44	42	40
relative error [%]	171.79	94.87	79.49	74.36	71.79	64.1	61.54	25.64	23.08	20.51	12.82	7.69	2.56

- **17-300-0_1-0_8-R-OX-ROLL**

time [ms]	0.36	1.3	4.14	5.9	7.57	13.65	13.99	27.59	52.88
best road	71	69	64	55	48	47	43	40	39
relative error [%]	82.05	76.92	64.1	41.03	23.08	20.51	10.26	2.56	0.0

- **17-300-0_1-0_8-R-PMX-BATTLE**

time [ms]	0.74	0.99	1.26	1.39	1.5	1.86	2.09	2.22	3.7	3.82	4.07	5.53	6.28	7.34	8.27
best road	88	75	73	69	67	60	59	53	50	47	44	43	42	41	39
relative error [%]	125.64	92.31	87.18	76.92	71.79	53.85	51.28	35.9	28.21	20.51	12.82	10.26	7.69	5.13	0.0

- **17-300-0_1-0_8-R-PMX-ROLL**

time [ms]	0.31	0.86	1.09	1.7	4.23	10.0	19.31	19.73	25.27	271.16	677.24	5780.64
best road	80	73	65	63	61	53	50	47	42	41	40	39
relative error [%]	105.13	87.18	66.67	61.54	56.41	35.9	28.21	20.51	7.69	5.13	2.56	0.0

• 17-300-0_1-0_8-S-OX-BATTLE

time [ms]	1.21	1.79	2.54	3.02	3.86	3.99	4.46	4.57	4.73
best road	74	63	62	48	46	45	42	40	39
relative error [%]	89.74	61.54	58.97	23.08	17.95	15.38	7.69	2.56	0.0

• 17-300-0_1-0_8-S-OX-ROLL

time [ms]	0.47	0.96	1.29	2.0	2.89	42.84	2828.13	2833.53	2880.69
best road	86	80	53	47	45	42	41	40	39
relative error [%]	120.51	105.13	35.9	20.51	15.38	7.69	5.13	2.56	0.0

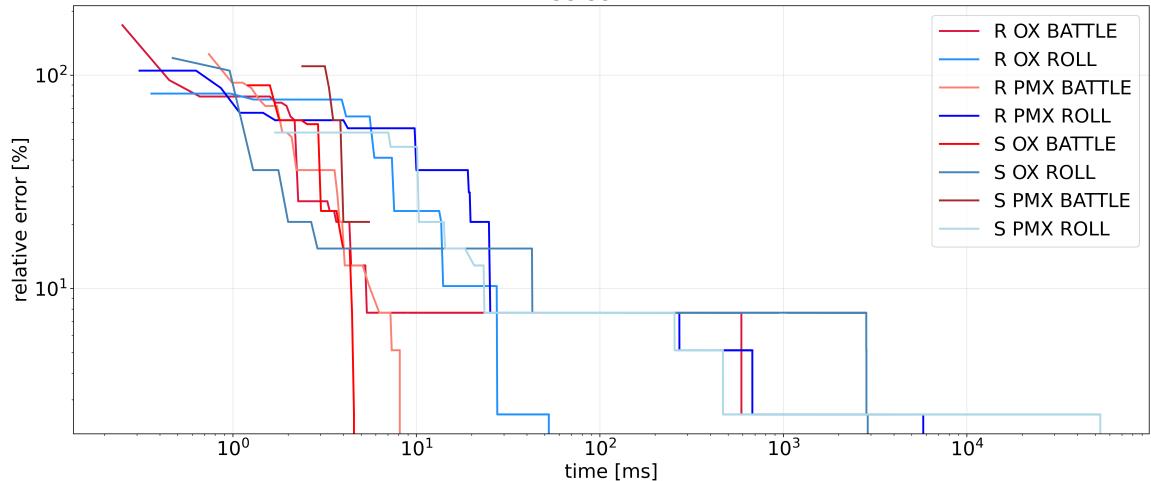
• 17-300-0_1-0_8-S-PMX-BATTLE

time [ms]	2.39	3.34	3.52	4.0
best road	82	73	63	47
relative error [%]	110.26	87.18	61.54	20.51

• 17-300-0_1-0_8-S-PMX-ROLL

time [ms]	1.7	7.24	10.32	14.34	20.64	23.47	255.16	468.56	53302.43
best road	60	57	47	45	44	42	41	40	39
relative error [%]	53.85	46.15	20.51	15.38	12.82	7.69	5.13	2.56	0.0

select - 17



• 100-300-0_1-0_8-R-OX-BATTLE

time [ms]	0.28	7.62	18.67	29.84	41.84	61.46	79.21	115.27	133.49	171.1	216.33	369.44	554.4
best road	165140	127735	111869	101602	94248	84392	78670	74820	69272	65559	60597	57618	55335
relative error [%]	355.81	252.57	208.77	180.44	160.14	132.93	117.14	106.51	91.2	80.95	67.26	59.03	52.73

• 100-300-0_1-0_8-R-OX-ROLL

time [ms]	0.35	25.15	50.49	90.49	140.35	292.85	439.67	534.88	682.33	3139.91	3577.76	6369.95	16980.99
best road	158674	134238	119052	106201	95563	87003	80145	73612	69549	63507	59440	57428	55629
relative error [%]	337.96	270.52	228.6	193.13	163.77	140.14	121.21	103.18	91.97	75.29	64.06	58.51	53.54

• 100-300-0_1-0_8-R-PMX-BATTLE

time [ms]	0.27	18.52	31.29	41.61	52.31	58.45	149.28	360.75	2422.29	3575.86	4057.53	19458.2	39914.38
best road	163177	127209	103132	90457	80731	75888	68585	64869	60356	56613	53150	49732	46795
relative error [%]	350.39	251.12	184.66	149.67	122.83	109.46	89.3	79.05	66.59	56.26	46.7	37.27	29.16

• 100-300-0_1-0_8-R-PMX-ROLL

time [ms]	1.0	3.62	6.43	7.75	33.07	138.0	149.42	150.32	195.03	204.03	254.69	256.59	282.2
best road	163177	157661	152777	144268	141922	132979	125736	122016	120060	118675	110694	110261	109602
relative error [%]	350.39	335.17	321.69	298.2	291.73	267.04	247.05	236.78	231.38	227.56	205.53	204.34	202.52

• 100-300-0_1-0_8-S-OX-BATTLE

time [ms]	0.35	9.06	19.76	30.48	44.37	59.36	83.43	111.73	155.47	208.18	296.04	482.88	59528.35
best road	165721	131712	113432	102594	92043	84467	79770	75223	69671	67136	65180	62148	59798
relative error [%]	357.41	263.54	213.09	183.17	154.05	133.14	120.18	107.63	92.3	85.3	79.91	71.54	65.05

• 100-300-0_1-0_8-S-OX-ROLL

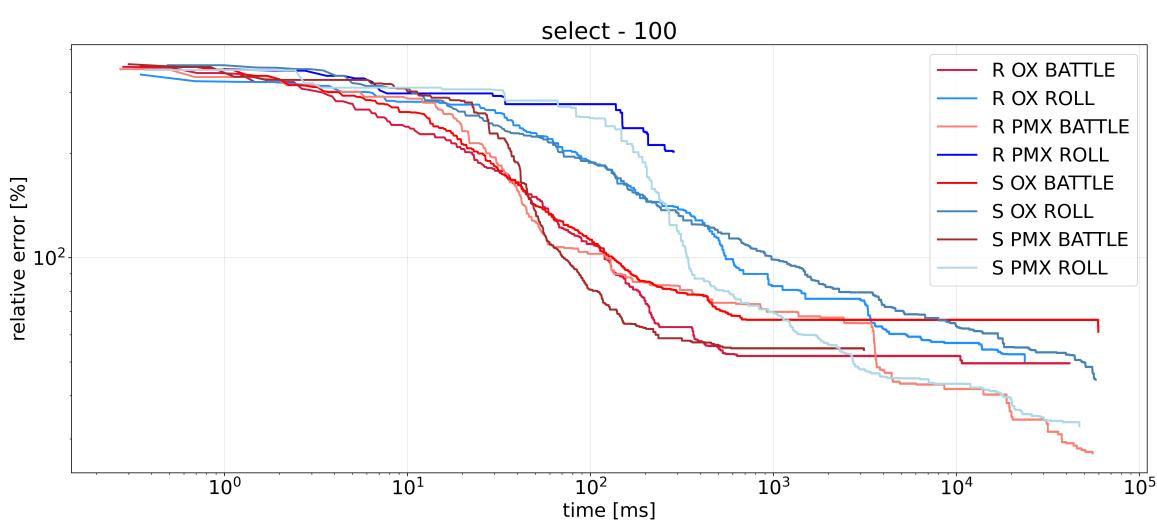
time [ms]	0.49	18.44	53.27	127.3	239.19	655.62	1137.75	1677.77	3750.49	8817.48	16866.62	44405.53	56432.65
best road	166555	133442	116626	101385	86876	77117	71529	67374	64070	59937	57666	54750	52518
relative error [%]	359.72	268.32	221.9	179.84	139.79	112.85	97.43	85.96	76.84	65.43	59.17	51.12	44.96

• 100-300-0_1-0_8-S-PMX-BATTLE

time [ms]	0.3	22.74	38.28	47.69	53.77	62.83	72.15	83.92	94.0	115.41	144.4	193.0	501.49
best road	167450	134846	105170	89077	81108	75380	72301	69755	66587	63824	60946	59009	56447
relative error [%]	362.19	272.19	190.28	145.87	123.87	108.06	99.56	92.53	83.79	76.16	68.22	62.87	55.8

• 100-300-0_1-0_8-S-PMX-ROLL

time [ms]	0.37	158.38	249.6	333.02	417.4	613.39	1133.08	1446.82	2307.34	3393.3	11251.22	19625.72	46984.0
best road	162420	113433	88312	73465	67224	63850	60308	57969	55671	53169	51907	50476	48055
relative error [%]	348.3	213.09	143.75	102.77	85.55	76.24	66.46	60.0	53.66	46.75	43.27	39.32	32.64



• 443-300-0_1-0_8-R-OX-BATTLE

time [ms]	1.54	31.07	136.29	339.06	601.52	1114.87	1637.03	2329.9	4062.84	5117.25	6371.62	10670.37	29395.88
best road	7896	7435	7133	6923	6666	6498	6336	6185	6084	5967	5856	5736	5643
relative error [%]	190.29	173.35	162.24	154.52	145.07	138.9	132.94	127.39	123.68	119.38	115.29	110.88	107.46

• 443-300-0_1-0_8-R-OX-ROLL

time [ms]	1.79	33.57	179.28	408.04	1277.2	2755.8	3802.29	6856.12	9218.94	12824.08	18399.52	27264.64	36910.19
best road	7863	7582	7463	7360	7147	7086	7022	6926	6845	6746	6632	6543	6470
relative error [%]	189.08	178.75	174.38	170.59	162.76	160.51	158.16	154.63	151.65	148.01	143.82	140.55	137.87

• 443-300-0_1-0_8-R-PMX-BATTLE

time [ms]	0.75	169.43	266.41	355.88	401.63	429.35	1748.38	4409.21	10106.22	21827.16	36066.84	45861.89
best road	7851	6953	6386	5872	5514	5428	5297	5192	5053	4969	4871	4806
relative error [%]	188.64	155.62	134.78	115.88	102.72	99.56	94.74	90.88	85.77	82.68	79.08	76.69

• 443-300-0_1-0_8-R-PMX-ROLL

time [ms]	1.12	2.28	5.4	10.19	12.99	17.44	29.63	41.38	43.28	49.19	85.77	663.06	666.25	4296.12	4309.32	4312.15
best road	7876	7816	7800	7671	7662	7554	7493	7490	7489	7445	7363	7358	7273	7242	7241	7225
relative error [%]	189.56	187.35	186.76	182.02	181.69	177.72	175.48	175.37	175.33	173.71	170.7	170.51	167.39	166.25	166.21	165.62

• 443-300-0_1-0_8-S-OX-BATTLE

time [ms]	1.34	109.43	221.57	375.11	573.66	813.9	1089.65	1428.68	1893.91	2427.19	3244.07	5320.24	45900.83
best road	7781	6915	6230	5671	5227	4854	4549	4270	3990	3751	3491	3273	3007
relative error [%]	186.07	154.23	129.04	108.49	92.17	78.46	67.24	56.99	46.69	37.9	28.35	20.33	10.55

• 443-300-0_1-0_8-S-OX-ROLL

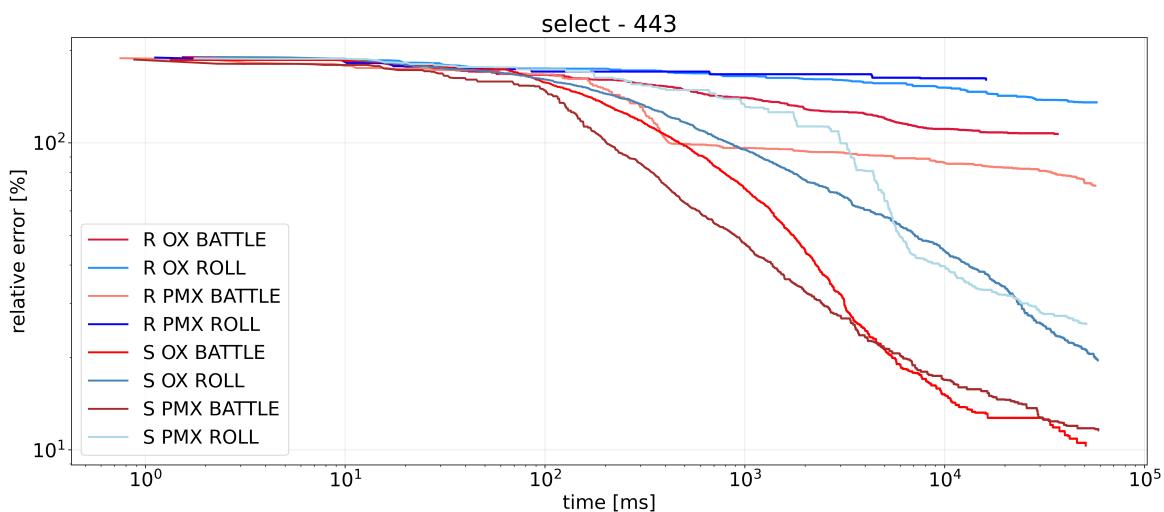
time [ms]	2.32	127.28	297.97	541.68	920.38	1439.71	2105.05	3796.93	6814.72	11060.42	17018.16	25920.15	52540.5
best road	7895	6960	6363	5831	5359	5022	4742	4390	4115	3874	3698	3472	3279
relative error [%]	190.26	155.88	133.93	114.38	97.02	84.63	74.34	61.4	51.29	42.43	35.96	27.65	20.55

• 443-300-0_1-0_8-S-PMX-BATTLE

time [ms]	0.88	173.89	263.87	354.88	429.9	522.43	702.99	945.28	1223.4	1719.48	2786.77	6851.95	46152.51
best road	7798	5682	5153	4861	4609	4420	4208	4041	3868	3676	3475	3246	3040
relative error [%]	186.69	108.9	89.45	78.71	69.45	62.5	54.71	48.57	42.21	35.15	27.76	19.34	11.76

• 443-300-0_1-0_8-S-PMX-ROLL

time [ms]	1.76	402.75	1815.94	3492.64	4964.38	5559.07	6124.91	6742.35	9981.77	12338.1	17277.68	27717.17	51105.81
best road	7838	6767	5853	5145	4571	4211	4048	3907	3799	3703	3610	3518	3419
relative error [%]	188.16	148.79	115.18	89.15	68.05	54.82	48.82	43.64	39.67	36.14	32.72	29.34	25.7



Na wykresach można zauważać że selekcja ruletkowa działa jedynie dla małych problemów, dla większych lepsza jest selekcja turniejowa którą zastosujemy w kolejnych testach.

Populacja

Przy sprawdzaniu **populacji** zostały sprawdzone 4 różne rozmiary:

100, 300, 500 oraz **1000**.

Szansa mutacji została ustawiona na stałą wartość **0.01**.

Szansa mieszanina została ustawiona na stałą wartość **0.8**.

- **17-100-0_01-0_8-R-OX**

time [ms]	0.1	0.35	0.47	0.56	0.65	0.94	5.67	11.69	19.98	45.08	58.53
best road	99	88	86	73	70	62	57	55	45	40	39
relative error [%]	153.85	125.64	120.51	87.18	79.49	58.97	46.15	41.03	15.38	2.56	0.0

- **17-100-0_01-0_8-R-PMX**

time [ms]	0.48	0.61	1.39	2.48	2.75	10.72	11.01	15.35
best road	111	68	59	55	45	44	42	39
relative error [%]	184.62	74.36	51.28	41.03	15.38	12.82	7.69	0.0

- **17-100-0_01-0_8-S-OX**

time [ms]	0.61	0.7	1.06	1.14	4.18	4.92	5.99	10.47	29.3	142.82	144.04	150.41
best road	85	81	74	69	67	64	61	60	55	50	49	47
relative error [%]	117.95	107.69	89.74	76.92	71.79	64.1	56.41	53.85	41.03	28.21	25.64	20.51

- **17-100-0_01-0_8-S-PMX**

time [ms]	1.66	2.13	2.45	2.71	3.22	3.59	3.68	4.21	4.46	49.03	2414.4
best road	115	108	86	79	68	65	52	47	45	44	42
relative error [%]	194.87	176.92	120.51	102.56	74.36	66.67	33.33	20.51	15.38	12.82	7.69

- **17-1000-0_01-0_8-R-OX**

time [ms]	0.44	0.84	1.33	2.83	3.3	3.74	3.98	5.01	6.09	9.47	14.35
best road	76	73	61	56	50	47	45	43	42	40	39
relative error [%]	94.87	87.18	56.41	43.59	28.21	20.51	15.38	10.26	7.69	2.56	0.0

- **17-1000-0_01-0_8-R-PMX**

time [ms]	0.37	0.64	1.49	2.14	4.07	30.86	62.32

best road	81	68	47	44	42	41	39
relative error [%]	107.69	74.36	20.51	12.82	7.69	5.13	0.0

• 17-1000-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.34	0.66	0.97	1.22	1.94	2.36	2.58	3.38	3.89	7.06	54753.43
best road	71	69	67	65	62	60	53	49	47	46	44
relative error [%]	82.05	76.92	71.79	66.67	58.97	53.85	35.9	25.64	20.51	17.95	12.82

• 17-1000-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.26	0.95	1.18	1.63	1.87	2.1	2.78	4.48	5.15	6.3	10.85
best road	71	68	60	55	54	52	50	46	44	40	39
relative error [%]	82.05	74.36	53.85	41.03	38.46	33.33	28.21	17.95	12.82	2.56	0.0

• 17-300-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.21	0.36	0.63	0.87	1.31	2.21	4.23	9.32	35.83	49.36
best road	103	84	71	65	63	60	49	41	40	39
relative error [%]	164.1	115.38	82.05	66.67	61.54	53.85	25.64	5.13	2.56	0.0

• 17-300-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	0.24	0.69	0.87	1.08	1.28	2.9	3.61	4.23	5.79	7.2	20.72
best road	82	78	75	73	59	56	49	46	42	40	39
relative error [%]	110.26	100.0	92.31	87.18	51.28	43.59	25.64	17.95	7.69	2.56	0.0

• 17-300-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.44	0.61	0.73	0.84	1.05	1.28	1.61	1.86	4.01	4.68	2685.52
best road	88	81	69	66	58	53	48	43	42	40	39
relative error [%]	125.64	107.69	76.92	69.23	48.72	35.9	23.08	10.26	7.69	2.56	0.0

• 17-300-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.14	0.27	0.42	0.53	1.16	2.36	3.41	3.51	3.85	4.1
best road	91	89	82	69	60	55	54	47	46	44
relative error [%]	133.33	128.21	110.26	76.92	53.85	41.03	38.46	20.51	17.95	12.82

• 17-500-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.33	0.62	0.88	1.49	1.63	2.02	4.22	4.34	6.69	654.85	658.03
best road	73	68	57	56	49	47	44	42	41	40	39
relative error [%]	87.18	74.36	46.15	43.59	25.64	20.51	12.82	7.69	5.13	2.56	0.0

• 17-500-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	0.22	0.53	1.26	2.31	3.22	3.73	4.02	5.29	10.49
best road	66	60	54	51	47	45	44	42	39
relative error [%]	69.23	53.85	38.46	30.77	20.51	15.38	12.82	7.69	0.0

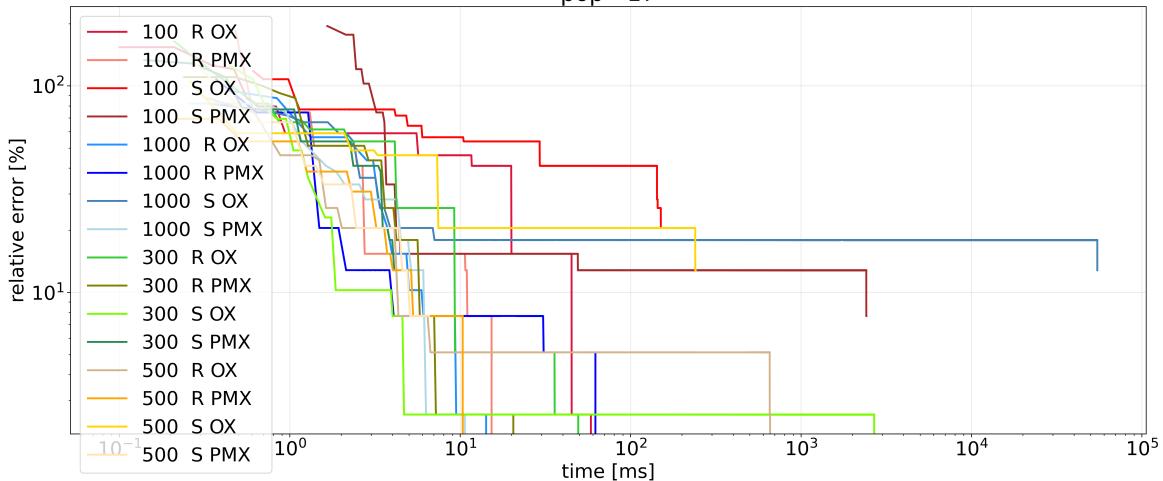
• 17-500-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.26	0.49	2.3	3.28	7.44	239.49
best road	80	62	58	57	47	44
relative error [%]	105.13	58.97	48.72	46.15	20.51	12.82

• 17-500-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.26	0.45	0.61	1.23	1.59	2.45	4.57	5.07
best road	92	73	65	55	52	47	44	42
relative error [%]	135.9	87.18	66.67	41.03	33.33	20.51	12.82	7.69

pop - 17



• 100-100-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.23	17.4	42.82	96.25	153.8	251.68	306.71	385.9	527.4	860.24	1472.42	2286.43	8406.38
best road	169574	150165	132800	125353	116026	103592	96148	89222	83427	76862	70271	67064	62800
relative error [%]	368.05	314.48	266.55	245.99	220.25	185.93	165.38	146.27	130.27	112.15	93.96	85.11	73.34

• 100-100-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	0.17	6.68	15.76	38.76	82.24	141.89	275.11	336.84	420.0	529.25	2794.6	20603.17	42976.58
best road	169272	126716	106629	102662	92513	85370	80889	73426	68788	65357	58779	56810	51537
relative error [%]	367.22	249.75	194.31	183.36	155.35	135.63	123.27	102.67	89.86	80.39	62.24	56.8	42.25

• 100-100-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.2	11.62	27.37	45.98	76.04	136.31	171.96	223.74	295.92	484.16	630.69	1227.15	4458.83
best road	168151	147844	134524	119085	109775	99258	92484	84467	79078	74078	70600	66766	63096
relative error [%]	364.12	308.07	271.31	228.69	202.99	173.97	155.27	133.14	118.27	104.47	94.87	84.28	74.15

• 100-100-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.38	6.96	12.74	41.81	84.09	149.31	201.13	310.79	561.16	990.94	1586.13	2322.29	9489.8
best road	167369	126983	116263	106619	97885	90634	85890	81009	74756	71370	67545	64259	61353
relative error [%]	361.96	250.49	220.9	194.28	170.18	150.16	137.07	123.6	106.34	96.99	86.43	77.36	69.34

• 100-100-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.5	11.58	33.46	63.36	119.72	160.87	222.74	287.21	424.61	595.4	837.6	1526.62	2802.02
best road	158586	132162	118792	110754	101545	94086	86188	79600	73993	70633	67747	64294	59916
relative error [%]	337.72	264.79	227.88	205.7	180.28	159.69	137.89	119.71	104.23	94.96	86.99	77.46	65.38

• 100-1000-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	0.61	25.13	48.52	63.77	79.17	92.92	102.92	116.42	133.85	234.15	321.56	639.03	1703.57
best road	159867	136247	118546	99593	89096	75230	67992	63603	61626	57767	56219	52419	50174
relative error [%]	341.26	276.06	227.2	174.89	145.92	107.65	87.67	75.55	70.1	59.45	55.17	44.68	38.49

• 100-1000-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.65	12.73	33.72	50.14	72.72	103.97	129.5	172.58	402.33	501.75	623.93	1101.61	1451.24
best road	160644	132673	122102	116743	111058	105341	102433	98500	84863	80585	78668	74978	72345
relative error [%]	343.4	266.2	237.02	222.23	206.54	190.76	182.73	171.87	134.23	122.43	117.13	106.95	99.68

• 100-1000-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	1.41	48.36	78.61	98.33	119.06	137.17	149.75	161.84	196.63	304.73	435.55	617.72
best road	159728	125549	111071	94270	82941	72970	66993	62937	60053	56606	54570	53196
relative error [%]	340.87	246.53	206.57	160.2	128.93	101.41	84.91	73.72	65.75	56.24	50.62	46.83

• 100-300-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.23	5.17	16.76	56.54	83.45	113.48	137.74	213.16	381.47	607.79	866.99	1318.61	1738.63
best road	167366	143693	129849	115669	107337	103009	94146	85736	80683	74670	70767	67058	64360
relative error [%]	361.95	296.61	258.4	219.26	196.27	184.32	159.86	136.64	122.7	106.1	95.33	85.09	77.64

• 100-300-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	0.28	13.36	25.44	32.99	39.02	50.58	93.04	193.11	429.72	853.4	1165.27	5394.7	11487.51
best road	167352	135382	110909	102518	88569	85555	80184	76129	70489	65698	62280	57730	55326
relative error [%]	361.92	273.67	206.12	182.96	144.46	136.14	121.32	110.13	94.56	81.34	71.9	59.34	52.71

• 100-300-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.23	5.7	30.48	47.62	74.95	99.37	142.03	177.11	256.29	363.29	510.25	943.35	2365.0
best road	165589	137618	118053	105484	96253	91835	86040	83183	80833	78514	75632	72703	69632
relative error [%]	357.05	279.85	225.84	191.15	165.67	153.48	137.48	129.6	123.11	116.71	108.76	100.67	92.19

• 100-300-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	1.42	14.26	21.43	26.84	32.0	39.64	70.66	223.13	381.76	524.23	657.06	1431.3	2660.22
best road	163878	133294	114222	96290	86026	81357	77972	70970	67288	64243	61615	59658	58232
relative error [%]	352.33	267.91	215.27	165.77	137.44	124.56	115.21	95.89	85.72	77.32	70.07	64.66	60.73

• 100-500-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.33	4.82	34.18	97.72	116.58	156.23	198.16	252.82	350.76	516.3	676.43	894.86	1656.34
best road	168909	133315	118452	106639	102059	92773	84028	80046	75039	69179	64666	60796	57208
relative error [%]	366.21	267.97	226.94	194.34	181.7	156.07	131.93	120.94	107.12	90.94	78.49	67.81	57.9

• 100-500-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	0.64	19.88	35.55	45.01	50.6	57.39	194.99	320.38	561.19	861.66	1292.7	2751.82	12710.63
best road	164802	129429	103146	83974	76985	72886	69404	66518	63240	58267	55070	53384	50660
relative error [%]	354.88	257.24	184.7	131.78	112.49	101.18	91.57	83.6	74.55	60.83	52.0	47.35	39.83

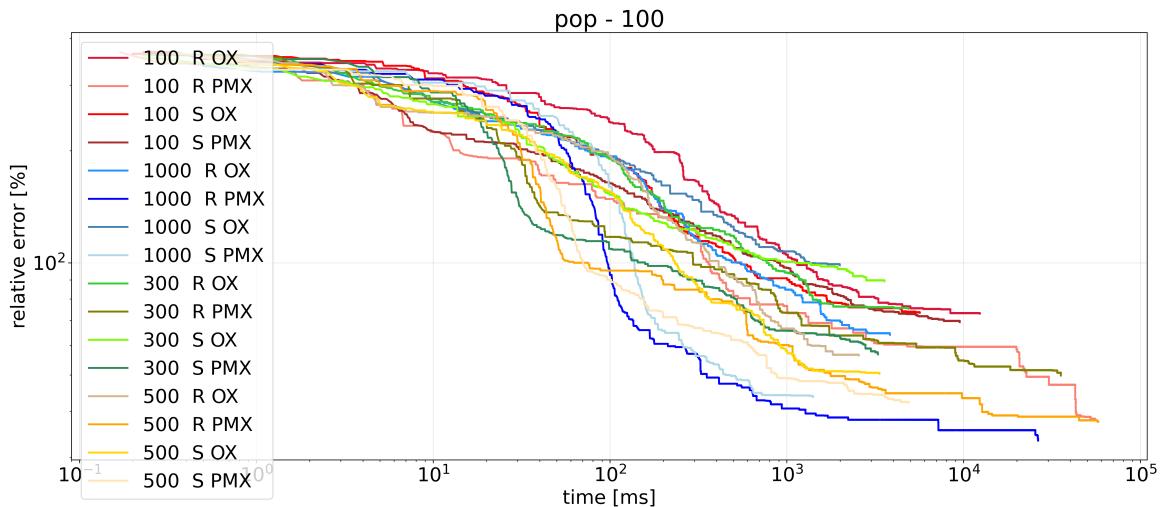
• 100-500-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.51	6.37	27.29	42.93	68.08	100.5	130.35	180.32	232.29	332.8	502.05	904.95	1275.45
best road	165240	130343	117918	107424	97923	92499	83946	77591	72397	66474	64071	58028	55076
relative error [%]	356.09	259.77	225.47	196.51	170.28	155.31	131.7	114.16	99.83	83.48	76.85	60.17	52.02

• 100-500-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.5	30.44	44.21	59.6	68.77	79.33	115.82	161.03	285.54	482.49	790.48	2109.78	4404.67
best road	155841	121784	98777	83370	73494	70439	67089	63946	60747	58735	55118	53288	51577

relative error [%]	330.14	236.14	172.64	130.11	102.85	94.42	85.18	76.5	67.67	62.12	52.13	47.08	42.36
--------------------	--------	--------	--------	--------	--------	-------	-------	------	-------	-------	-------	-------	-------



- 443-100-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.38	56.55	313.38	765.75	2003.52	4257.99	6027.48	8822.66	13017.72	16562.93	22442.34	32083.46	54370.26
best road	7954	7692	7347	7092	6903	6752	6598	6451	6312	6177	6064	5935	5784
relative error [%]	192.43	182.79	170.11	160.74	153.79	148.24	142.57	137.17	132.06	127.1	122.94	118.2	112.65

- 443-100-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	0.46	11.5	20.58	35.1	567.97	1243.1	2155.71	4958.63	7498.14	14959.34	23020.04	32511.85	50155.88
best road	7864	7320	6819	6660	6519	6421	6278	6110	5978	5829	5728	5688	5602
relative error [%]	189.12	169.12	150.7	144.85	139.67	136.07	130.81	124.63	119.78	114.3	110.59	109.12	105.96

- 443-100-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.45	73.97	176.39	304.11	466.13	684.78	1016.45	1390.19	2053.26	3626.56	6526.63	17477.37	49549.93
best road	7831	7164	6567	6033	5620	5254	4939	4671	4412	4122	3848	3474	3179
relative error [%]	187.9	163.38	141.43	121.8	106.62	93.16	81.58	71.73	62.21	51.54	41.47	27.72	16.88

- 443-100-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.43	56.49	180.56	323.67	546.34	912.4	1759.69	3094.17	4322.04	6758.49	11635.74	23666.07	53838.62
best road	7867	6582	6132	5723	5323	4916	4609	4367	4159	3917	3687	3435	3218
relative error [%]	189.23	141.99	125.44	110.4	95.7	80.74	69.45	60.55	52.9	44.01	35.55	26.29	18.31

- 443-1000-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	1.87	42.84	315.46	1141.47	2916.52	6346.02	9543.12	11764.87	15924.81	21373.71	28135.95	43747.72
best road	7834	7344	7073	6771	6584	6400	6270	6170	5991	5885	5736	5659
relative error [%]	188.01	170.0	160.04	148.93	142.06	135.29	130.51	126.84	120.26	116.36	110.88	108.05

- 443-1000-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	3.47	167.72	904.28	1451.47	1923.7	2203.36	2354.77	2459.08	2517.19	2601.84	4335.01	14514.55	31848.45
best road	7728	7276	6683	6019	5429	5123	4837	4643	4573	4518	4485	4403	4336
relative error [%]	184.12	167.5	145.7	121.29	99.6	88.35	77.83	70.7	68.12	66.1	64.89	61.88	59.41

- 443-1000-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	2.19	290.74	568.44	965.16	1338.48	1738.95	2179.59	2996.42	3954.15	5177.69	8246.09	14558.05	45057.79
-----------	------	--------	--------	--------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	----------	----------

best road	7865	6934	6465	6020	5667	5384	5110	4793	4516	4268	3925	3571	3229
relative error [%]	189.15	154.93	137.68	121.32	108.35	97.94	87.87	76.21	66.03	56.91	44.3	31.29	18.71

• 443-1000-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	3.18	1246.19	1879.46	2256.86	2474.23	2958.74	3692.63	4812.02	6872.44	9956.44	14704.9	26691.3	58472.41
best road	7691	6322	5189	4553	4334	4168	3994	3838	3715	3560	3379	3232	3077
relative error [%]	182.76	132.43	90.77	67.39	59.34	53.24	46.84	41.1	36.58	30.88	24.23	18.82	13.12

• 443-300-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.72	22.94	282.18	836.04	1986.89	3010.07	5430.59	7789.82	12055.83	15864.7	23397.38	37153.97	57256.53
best road	7950	7567	7287	7062	6868	6711	6487	6309	6164	6000	5857	5780	5689
relative error [%]	192.28	178.2	167.9	159.63	152.5	146.73	138.49	131.95	126.62	120.59	115.33	112.5	109.15

• 443-300-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	1.0	39.85	81.35	114.28	160.21	179.22	194.84	211.27	2720.54	9747.12	21680.93	42353.28	58078.91
best road	7734	7351	7011	6560	6171	5940	5764	5677	5607	5477	5410	5345	5250
relative error [%]	184.34	170.26	157.76	141.18	126.88	118.38	111.91	108.71	106.14	101.36	98.9	96.51	93.01

• 443-300-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.72	133.68	354.67	581.88	849.07	1354.15	1977.42	3021.35	4641.86	7632.83	13414.43	23254.85	59036.61
best road	7821	6872	6134	5628	5276	4858	4529	4228	3954	3737	3489	3307	3082
relative error [%]	187.54	152.65	125.51	106.91	93.97	78.6	66.51	55.44	45.37	37.39	28.27	21.58	13.31

• 443-300-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.78	170.61	268.65	477.85	732.06	1135.12	1672.34	2677.09	3912.85	5842.76	9294.43	20245.08	53301.42
best road	7878	5899	5456	5146	4846	4654	4441	4243	4006	3801	3621	3410	3203
relative error [%]	189.63	116.88	100.59	89.19	78.16	71.1	63.27	55.99	47.28	39.74	33.12	25.37	17.76

• 443-500-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	1.2	23.94	303.87	908.24	2769.91	4173.46	6183.12	9429.99	12215.23	19433.73	27457.81	38292.63	54340.82
best road	7787	7269	7044	6750	6594	6444	6339	6165	6057	5959	5844	5741	5666
relative error [%]	186.29	167.24	158.97	148.16	142.43	136.91	133.05	126.65	122.68	119.08	114.85	111.07	108.31

• 443-500-0_01-0_8-R-PMX

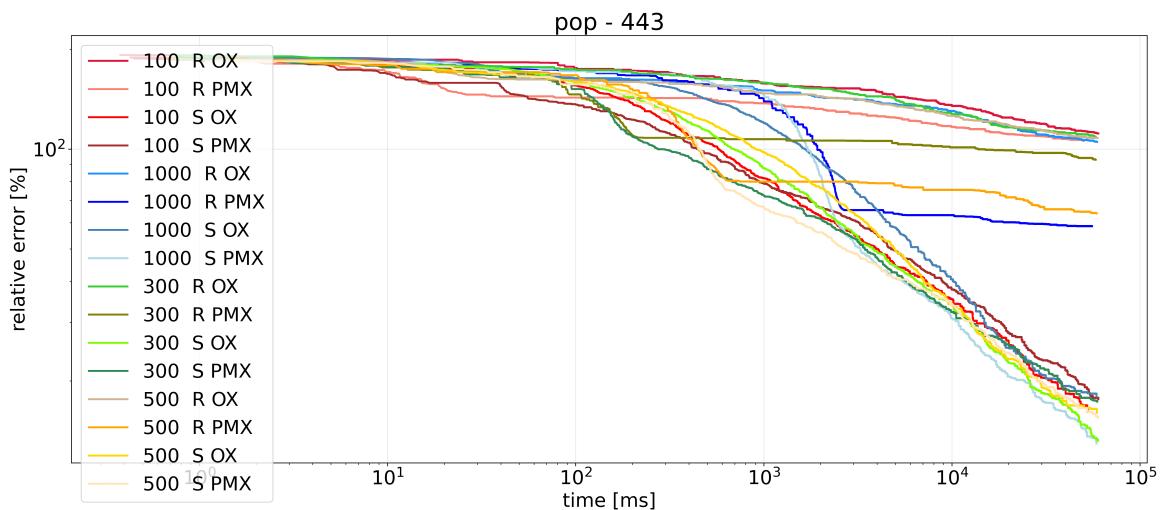
time [ms]	1.47	201.08	317.71	372.82	438.81	478.2	532.04	580.75	639.01	3567.39	17716.21	24060.37	44350.13
best road	7768	6815	6260	5792	5507	5303	5155	5020	4912	4871	4731	4627	4499
relative error [%]	185.59	150.55	130.15	112.94	102.46	94.96	89.52	84.56	80.59	79.08	73.93	70.11	65.4

• 443-500-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	1.53	153.94	378.89	677.38	1036.82	1536.78	2214.41	3011.04	4138.62	6132.37	9055.41	15466.8	36808.17
best road	7786	6908	6219	5719	5354	5005	4724	4463	4201	3920	3705	3435	3206
relative error [%]	186.25	153.97	128.64	110.26	96.84	84.01	73.68	64.08	54.45	44.12	36.21	26.29	17.87

• 443-500-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	1.08	335.15	498.96	626.02	910.23	1487.22	2278.96	3517.42	6111.69	10381.4	15061.32	24594.3
best road	7726	6021	5182	4776	4567	4356	4186	3978	3789	3625	3468	3316
relative error [%]	184.04	121.36	90.51	75.59	67.9	60.15	53.9	46.25	39.3	33.27	27.5	21.91



Mutacja

Przy sprawdzaniu **mutacji** zostały sprawdzone 3 wartości:

0.01, 0.05 oraz **0.1**.

Populacja została ustawiona na stałą wartość 300 ponieważ to był wynik optymalny dla każdego rozmiaru.

Szansa mieszania została ustawiona na stałą wartość **0.8**.

- **17-300-0_01-0_8-R-OX**

time [ms]	0.21	0.36	0.63	0.87	1.31	2.21	4.23	9.32	35.83	49.36
best road	103	84	71	65	63	60	49	41	40	39
relative error [%]	164.1	115.38	82.05	66.67	61.54	53.85	25.64	5.13	2.56	0.0

- **17-300-0_01-0_8-R-PMX**

time [ms]	0.24	0.69	0.87	1.08	1.28	2.9	3.61	4.23	5.79	7.2	20.72
best road	82	78	75	73	59	56	49	46	42	40	39
relative error [%]	110.26	100.0	92.31	87.18	51.28	43.59	25.64	17.95	7.69	2.56	0.0

- **17-300-0_01-0_8-S-OX**

time [ms]	0.44	0.61	0.73	0.84	1.05	1.28	1.61	1.86	4.01	4.68	2685.52
best road	88	81	69	66	58	53	48	43	42	40	39
relative error [%]	125.64	107.69	76.92	69.23	48.72	35.9	23.08	10.26	7.69	2.56	0.0

- **17-300-0_01-0_8-S-PMX**

time [ms]	0.14	0.27	0.42	0.53	1.16	2.36	3.41	3.51	3.85	4.1
best road	91	89	82	69	60	55	54	47	46	44
relative error [%]	133.33	128.21	110.26	76.92	53.85	41.03	38.46	20.51	17.95	12.82

- **17-300-0_05-0_8-R-OX**

time [ms]	0.17	0.47	0.73	1.51	1.83	3.69	3.98	11.86
best road	84	71	61	51	46	42	41	39
relative error [%]	115.38	82.05	56.41	30.77	17.95	7.69	5.13	0.0

- **17-300-0_05-0_8-R-PMX**

time [ms]	0.14	0.25	0.55	1.63	2.11	2.21	3.26	3.5	3.61	3.74	5.28	7.45	8.45	11.05
best road	90	81	67	64	63	60	59	58	53	47	44	42	41	39

relative error [%]	130.77	107.69	71.79	64.1	61.54	53.85	51.28	48.72	35.9	20.51	12.82	7.69	5.13	0.0
--------------------	--------	--------	-------	------	-------	-------	-------	-------	------	-------	-------	------	------	-----

• 17-300-0_05-0_8-S-OX

time [ms]	0.24	0.47	0.7	1.12	1.36	3.04	3.42	43.49	495.76	3286.28
best road	96	81	62	54	49	48	45	44	41	39
relative error [%]	146.15	107.69	58.97	38.46	25.64	23.08	15.38	12.82	5.13	0.0

• 17-300-0_05-0_8-S-PMX

time [ms]	0.22	1.31	2.0	3.07	3.82	4.34	5.0	1388.82
best road	66	63	56	47	45	42	41	39
relative error [%]	69.23	61.54	43.59	20.51	15.38	7.69	5.13	0.0

• 17-300-0_1-0_8-R-OX

time [ms]	0.28	0.47	0.58	0.68	0.88	2.01	3.04	5.29
best road	87	81	75	60	53	43	42	39
relative error [%]	123.08	107.69	92.31	53.85	35.9	10.26	7.69	0.0

• 17-300-0_1-0_8-R-PMX

time [ms]	0.25	0.69	1.23	1.59	1.97	2.59	2.97	3.64	3.86	4.52
best road	83	77	71	66	63	53	49	45	40	39
relative error [%]	112.82	97.44	82.05	69.23	61.54	35.9	25.64	15.38	2.56	0.0

• 17-300-0_1-0_8-S-OX

time [ms]	0.25	0.41	0.52	0.63	5.03	6.0	202.74
best road	91	80	72	45	42	41	39
relative error [%]	133.33	105.13	84.62	15.38	7.69	5.13	0.0

• 17-300-0_1-0_8-S-PMX

time [ms]	0.21	0.53	0.83	1.01	2.68	4.01
best road	86	72	69	52	47	44
relative error [%]	120.51	84.62	76.92	33.33	20.51	12.82

• 100-300-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.23	5.17	16.76	56.54	83.45	113.48	137.74	213.16	381.47	607.79	866.99	1318.61	1738.63
best road	167366	143693	129849	115669	107337	103009	94146	85736	80683	74670	70767	67058	64360
relative error [%]	361.95	296.61	258.4	219.26	196.27	184.32	159.86	136.64	122.7	106.1	95.33	85.09	77.64

• 100-300-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	0.28	13.36	25.44	32.99	39.02	50.58	93.04	193.11	429.72	853.4	1165.27	5394.7	11487.51
best road	167352	135382	110909	102518	88569	85555	80184	76129	70489	65698	62280	57730	55326
relative error [%]	361.92	273.67	206.12	182.96	144.46	136.14	121.32	110.13	94.56	81.34	71.9	59.34	52.71

• 100-300-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.23	5.7	30.48	47.62	74.95	99.37	142.03	177.11	256.29	363.29	510.25	943.35	2365.0
best road	165589	137618	118053	105484	96253	91835	86040	83183	80833	78514	75632	72703	69632
relative error [%]	357.05	279.85	225.84	191.15	165.67	153.48	137.48	129.6	123.11	116.71	108.76	100.67	92.19

• 100-300-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	1.42	14.26	21.43	26.84	32.0	39.64	70.66	223.13	381.76	524.23	657.06	1431.3	2660.22
best road	163878	133294	114222	96290	86026	81357	77972	70970	67288	64243	61615	59658	58232
relative error [%]	352.33	267.91	215.27	165.77	137.44	124.56	115.21	95.89	85.72	77.32	70.07	64.66	60.73

• 100-300-0_05-0_8-R-OX

time [ms]	0.22	5.93	15.94	31.18	42.95	60.91	81.48	111.56	131.37	167.52	242.28	296.87	429.29
best road	163967	134746	123979	109844	101368	90427	81552	74385	70236	65569	61771	57129	53942
relative error [%]	352.57	271.92	242.2	203.19	179.79	149.59	125.1	105.31	93.86	80.98	70.5	57.68	48.89

• 100-300-0_05-0_8-R-PMX

time [ms]	0.31	20.81	27.43	34.54	47.18	62.96	85.83	148.94	216.66	429.94	892.97	2230.35	44762.26
best road	167902	120384	104605	88823	80093	76524	69696	64841	61469	56709	53374	50858	46990
relative error [%]	363.43	232.28	188.72	145.16	121.07	111.22	92.37	78.97	69.66	56.52	47.32	40.38	29.7

• 100-300-0_05-0_8-S-OX

time [ms]	0.35	5.68	35.58	53.93	63.52	74.94	85.9	99.4	122.59	150.06	180.62	214.97	333.15
best road	170699	138847	119378	109715	102098	94554	89558	83270	78903	74728	70915	66865	63577
relative error [%]	371.15	283.24	229.5	202.83	181.81	160.98	147.19	129.84	117.78	106.26	95.74	84.56	75.48

• 100-300-0_05-0_8-S-PMX

time [ms]	0.36	17.34	26.5	35.69	48.18	60.6	81.01	100.42	153.18	219.43	4348.08	4731.58	5388.06
best road	156447	115550	100044	90467	82542	77801	74789	72192	69590	66628	64350	60350	58271
relative error [%]	331.82	218.93	176.14	149.7	127.83	114.74	106.43	99.26	92.08	83.9	77.62	66.57	60.84

• 100-300-0_1-0_8-R-OX

time [ms]	0.22	6.39	17.02	32.32	46.96	65.35	83.86	104.17	138.92	187.29	230.73	425.14	518.07
best road	166777	141369	124347	109671	93855	86375	80461	74346	68668	62619	59716	55978	53328
relative error [%]	360.33	290.2	243.22	202.71	159.05	138.41	122.08	105.21	89.53	72.84	64.82	54.51	47.19

• 100-300-0_1-0_8-R-PMX

time [ms]	0.26	16.01	25.67	32.89	41.39	55.05	76.27	93.82	146.09	3373.63	5010.87	9749.27	36335.77
best road	159635	128204	101591	89178	82165	78237	72770	65952	60356	56470	52249	48941	46565
relative error [%]	340.62	253.86	180.41	146.14	126.79	115.95	100.86	82.04	66.59	55.87	44.21	35.08	28.53

• 100-300-0_1-0_8-S-OX

time [ms]	0.41	9.52	22.23	35.21	44.78	58.53	83.37	103.22	132.28	167.73	228.93	284.38	24072.4
best road	166684	128364	110471	98802	90743	84454	78836	74049	70947	67418	64149	61681	58952
relative error [%]	360.07	254.3	204.92	172.71	150.46	133.11	117.6	104.39	95.82	86.08	77.06	70.25	62.72

• 100-300-0_1-0_8-S-PMX

time [ms]	0.26	13.13	20.42	27.01	31.67	35.99	40.8	47.18	54.09	69.48	98.94	158.53	298.55
best road	159454	127221	108728	94469	84200	77720	73434	68135	64314	60852	58919	56425	54348
relative error [%]	340.12	251.15	200.1	160.75	132.4	114.52	102.69	88.06	77.52	67.96	62.62	55.74	50.01

• 443-300-0_01-0_8-R-OX

time [ms]	0.72	22.94	282.18	836.04	1986.89	3010.07	5430.59	7789.82	12055.83	15864.7	23397.38	37153.97	57256.53
best road	7950	7567	7287	7062	6868	6711	6487	6309	6164	6000	5857	5780	5689

relative error [%]	192.28	178.2	167.9	159.63	152.5	146.73	138.49	131.95	126.62	120.59	115.33	112.5	109.15
--------------------	--------	-------	-------	--------	-------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	-------	--------

• 443-300-0_01-0_8-R-PMX

time [ms]	1.0	39.85	81.35	114.28	160.21	179.22	194.84	211.27	2720.54	9747.12	21680.93	42353.28	58078.91
best road	7734	7351	7011	6560	6171	5940	5764	5677	5607	5477	5410	5345	5250
relative error [%]	184.34	170.26	157.76	141.18	126.88	118.38	111.91	108.71	106.14	101.36	98.9	96.51	93.01

• 443-300-0_01-0_8-S-OX

time [ms]	0.72	133.68	354.67	581.88	849.07	1354.15	1977.42	3021.35	4641.86	7632.83	13414.43	23254.85	59036.61
best road	7821	6872	6134	5628	5276	4858	4529	4228	3954	3737	3489	3307	3082
relative error [%]	187.54	152.65	125.51	106.91	93.97	78.6	66.51	55.44	45.37	37.39	28.27	21.58	13.31

• 443-300-0_01-0_8-S-PMX

time [ms]	0.78	170.61	268.65	477.85	732.06	1135.12	1672.34	2677.09	3912.85	5842.76	9294.43	20245.08	53301.42
best road	7878	5899	5456	5146	4846	4654	4441	4243	4006	3801	3621	3410	3203
relative error [%]	189.63	116.88	100.59	89.19	78.16	71.1	63.27	55.99	47.28	39.74	33.12	25.37	17.76

• 443-300-0_05-0_8-R-OX

time [ms]	0.66	13.63	130.18	395.32	826.87	1555.28	2072.3	3576.58	5249.26	7923.27	9956.82	12073.35	20019.79
best road	7973	7447	7087	6850	6702	6533	6369	6219	6132	6020	5940	5834	5716
relative error [%]	193.12	173.79	160.55	151.84	146.4	140.18	134.15	128.64	125.44	121.32	118.38	114.49	110.15

• 443-300-0_05-0_8-R-PMX

time [ms]	0.99	79.85	126.84	172.18	206.55	239.34	261.07	279.33	1499.73	10032.14	19076.65	28331.66	59605.66
best road	7709	6995	6548	6159	5797	5550	5407	5323	5253	5138	5022	4932	4868
relative error [%]	183.42	157.17	140.74	126.43	113.12	104.04	98.79	95.7	93.12	88.9	84.63	81.32	78.97

• 443-300-0_05-0_8-S-OX

time [ms]	0.98	94.05	184.28	326.1	491.42	677.96	909.74	1172.04	1571.51	2049.81	2980.94	5087.21	40157.07
best road	7700	6697	6132	5579	5175	4816	4469	4228	3978	3746	3536	3348	3104
relative error [%]	183.09	146.21	125.44	105.11	90.26	77.06	64.3	55.44	46.25	37.72	30.0	23.09	14.12

• 443-300-0_05-0_8-S-PMX

time [ms]	0.74	94.05	184.28	326.1	491.42	677.96	909.74	1172.04	1571.51	2049.81	2980.94	5087.21	40157.07
best road	7875	5731	5205	4948	4702	4475	4261	4016	3787	3582	3369	3176	2964
relative error [%]	189.52	110.7	91.36	81.91	72.87	64.52	56.65	47.65	39.23	31.69	23.86	16.76	8.97

• 443-300-0_1-0_8-R-OX

time [ms]	0.81	15.88	109.96	253.98	412.52	751.74	1181.07	1544.92	2464.06	3721.63	5228.73	7856.76	14194.37
best road	7814	7297	7056	6848	6651	6511	6353	6199	6026	5883	5766	5629	5533
relative error [%]	187.28	168.27	159.41	151.76	144.52	139.38	133.57	127.9	121.54	116.29	111.99	106.95	103.42

• 443-300-0_1-0_8-R-PMX

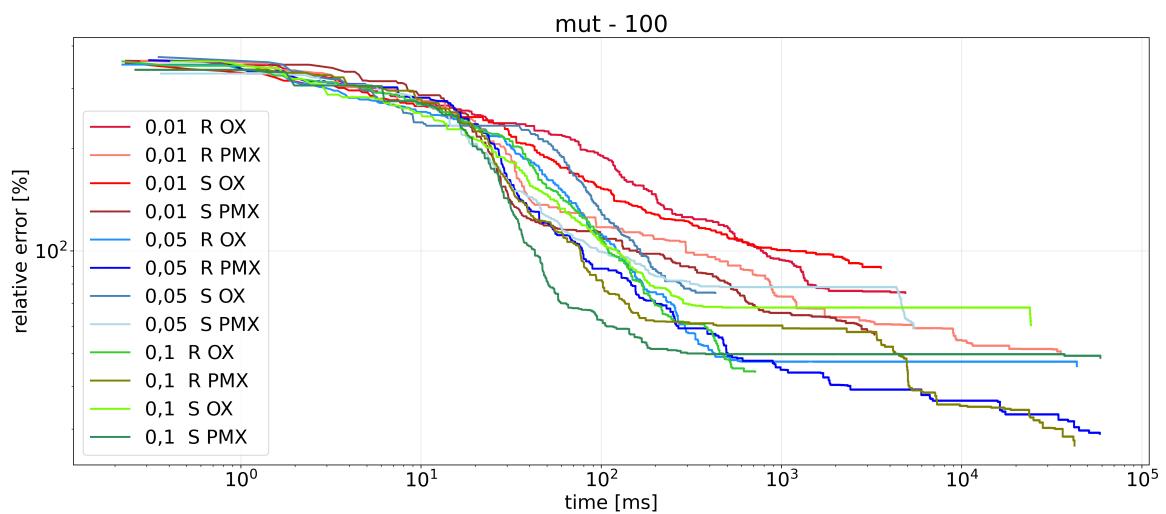
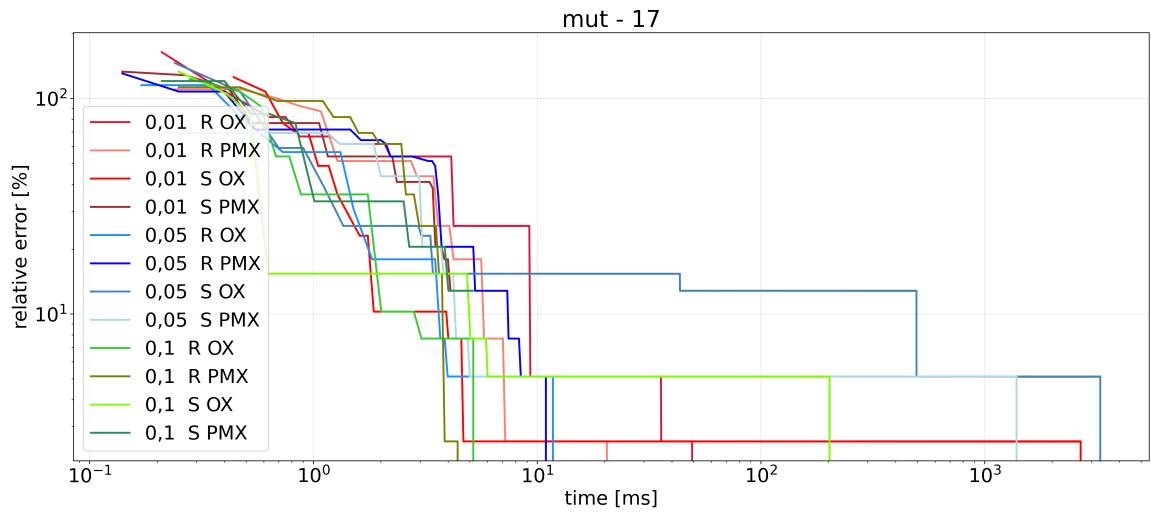
time [ms]	0.71	69.36	136.86	173.96	202.98	226.41	271.29	944.15	2131.8	6591.55	17631.82	31997.1	50260.59
best road	7838	6840	6149	5775	5550	5438	5364	5226	5081	4964	4839	4751	4644
relative error [%]	188.16	151.47	126.07	112.32	104.04	99.93	97.21	92.13	86.8	82.5	77.9	74.67	70.74

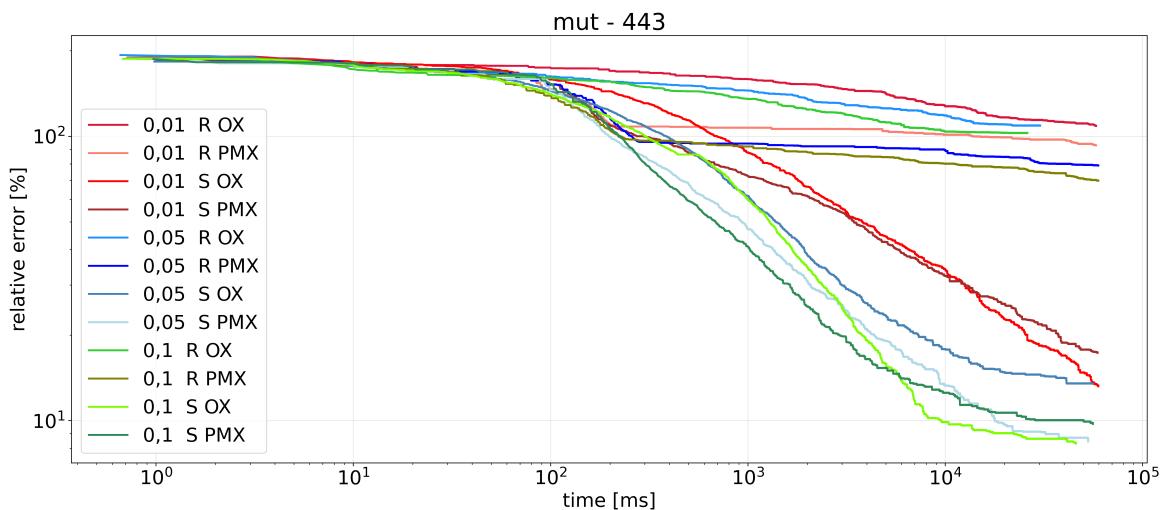
• 443-300-0_1-0_8-S-OX

time [ms]	0.68	75.89	168.62	295.2	428.97	707.95	918.05	1198.49	1502.18	2019.8	2997.63	4765.25	24607.22
best road	7815	6766	6061	5474	5104	4788	4445	4180	3909	3651	3396	3165	2958
relative error [%]	187.32	148.75	122.83	101.25	87.65	76.03	63.42	53.68	43.71	34.23	24.85	16.36	8.75

• 443-300-0_1-0_8-S-PMX

time [ms]	0.97	187.45	265.26	322.36	396.44	499.94	600.74	807.45	1044.98	1352.67	1947.22	3506.2	28467.95
best road	7806	5756	5136	4799	4551	4332	4172	3976	3787	3611	3415	3202	2993
relative error [%]	186.99	111.62	88.82	76.43	67.32	59.26	53.38	46.18	39.23	32.76	25.55	17.72	10.04





Mieszanie (Crossbreed)

Przy sprawdzaniu **mieszania** zostały sprawdzone 3 wartości:

0.5, 0.7 oraz **0.9**.

Szansa mutacji została ustawiona na stałą wartość **0.1**.

Populacja została ustawiona na stałą wartość **300**.

- **17-300-0_1-0_5-R-OX**

time [ms]	0.2	0.41	0.51	0.61	0.9	1.67	2.15	3.04	3.49	3.67	22.92
best road	82	70	67	57	55	51	45	44	43	41	39
relative error [%]	110.26	79.49	71.79	46.15	41.03	30.77	15.38	12.82	10.26	5.13	0.0

- **17-300-0_1-0_5-R-PMX**

time [ms]	0.2	0.46	1.38	2.22	3.03	5.93	7.01	7.87
best road	94	59	56	46	44	42	40	39
relative error [%]	141.03	51.28	43.59	17.95	12.82	7.69	2.56	0.0

- **17-300-0_1-0_5-S-OX**

time [ms]	0.19	1.93	2.12	3.29	7.32	16.97	43.86
best road	59	57	52	49	47	40	39
relative error [%]	51.28	46.15	33.33	25.64	20.51	2.56	0.0

- **17-300-0_1-0_5-S-PMX**

time [ms]	0.23	0.43	0.76	1.67	3.1	110.51	492.42	494.81
best road	84	74	63	55	44	42	41	39
relative error [%]	115.38	89.74	61.54	41.03	12.82	7.69	5.13	0.0

- **17-300-0_1-0_7-R-OX**

time [ms]	0.14	0.82	0.92	1.85	2.75	2.89	3.24	3.35	4.24	5.22
best road	74	73	64	61	54	52	50	46	42	39
relative error [%]	89.74	87.18	64.1	56.41	38.46	33.33	28.21	17.95	7.69	0.0

- **17-300-0_1-0_7-R-PMX**

time [ms]	0.28	0.44	0.55	0.66	0.76	1.18	1.55	1.68	2.32	2.42	2.58	3.42	4.13	4.64
best road	110	101	91	69	66	64	63	57	48	46	45	43	42	39

relative error [%]	182.05	158.97	133.33	76.92	69.23	64.1	61.54	46.15	23.08	17.95	15.38	10.26	7.69	0.0
--------------------	--------	--------	--------	-------	-------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	------	-----

• 17-300-0_1-0_7-S-OX

time [ms]	0.21	0.49	0.82	1.69	1.79	2.19	2.38	3.98	4.34
best road	85	77	60	58	54	47	42	40	39
relative error [%]	117.95	97.44	53.85	48.72	38.46	20.51	7.69	2.56	0.0

• 17-300-0_1-0_7-S-PMX

time [ms]	0.16	0.97	3.6	3.81
best road	80	45	40	39
relative error [%]	105.13	15.38	2.56	0.0

• 17-300-0_1-0_9-R-OX

time [ms]	0.16	0.29	0.43	0.66	1.78	1.88	2.89	3.63	4.17	8.24	11.41
best road	86	76	71	63	60	52	47	44	42	41	39
relative error [%]	120.51	94.87	82.05	61.54	53.85	33.33	20.51	12.82	7.69	5.13	0.0

• 17-300-0_1-0_9-R-PMX

time [ms]	0.25	0.73	1.45	2.23	3.01	3.66	5.05	29.46	31.55
best road	71	66	58	57	47	45	42	41	39
relative error [%]	82.05	69.23	48.72	46.15	20.51	15.38	7.69	5.13	0.0

• 17-300-0_1-0_9-S-OX

time [ms]	0.19	0.67	1.86	2.45
best road	64	54	47	44
relative error [%]	64.1	38.46	20.51	12.82

• 17-300-0_1-0_9-S-PMX

time [ms]	0.28	0.47	0.62	1.13	2.06	2.23	3.8
best road	82	76	65	61	50	47	44
relative error [%]	110.26	94.87	66.67	56.41	28.21	20.51	12.82

• 100-300-0_1-0_5-R-OX

time [ms]	0.2	5.78	11.88	20.21	32.09	45.35	58.51	72.17	86.06	101.53	132.8	201.42	53770.64
best road	165331	134305	124093	114106	101164	91308	84365	77049	72517	68496	62817	55660	52695
relative error [%]	356.34	270.7	242.51	214.95	179.23	152.02	132.86	112.67	100.16	89.06	73.38	53.63	45.45

• 100-300-0_1-0_5-R-PMX

time [ms]	0.21	7.33	21.69	27.5	36.46	56.15	67.36	87.55	142.9	455.33	2335.86	5476.71	20192.03
best road	164979	125696	102807	92066	85153	76869	71936	68235	63908	59339	55063	50522	46969
relative error [%]	355.37	246.94	183.76	154.12	135.03	112.17	98.55	88.34	76.4	63.78	51.98	39.45	29.64

• 100-300-0_1-0_5-S-OX

time [ms]	0.2	7.58	16.8	24.47	36.79	46.96	60.23	72.98	101.12	134.47	184.56	297.3	42332.82
best road	167074	134772	119566	107378	98424	88959	83153	79020	73278	70981	67556	65220	63018
relative error [%]	361.15	271.99	230.02	196.38	171.66	145.54	129.51	118.11	102.26	95.92	86.46	80.02	73.94

• 100-300-0_1-0_5-S-PMX

time [ms]	0.3	7.6	13.7	21.21	28.5	35.88	43.42	54.52	65.42	87.25	114.96	159.73	513.27
best road	163943	126080	109478	95870	87070	82081	78605	75015	70788	66038	62991	60090	58409
relative error [%]	352.51	248.0	202.17	164.61	140.33	126.56	116.96	107.05	95.39	82.27	73.86	65.86	61.22

• 100-300-0_1-0_7-R-OX

time [ms]	0.3	5.07	13.18	21.35	31.42	44.18	56.24	69.31	83.71	99.67	122.24	184.47	591.39
best road	168758	139384	125576	109071	96513	87074	80980	76137	71388	67430	64144	60520	56033
relative error [%]	365.8	284.72	246.61	201.05	166.39	140.34	123.52	110.15	97.04	86.12	77.05	67.04	54.66

• 100-300-0_1-0_7-R-PMX

time [ms]	0.22	17.89	24.03	31.57	39.22	51.53	67.4	82.65	151.75	901.22	3567.38	14314.8	29772.69
best road	169017	126336	108017	96589	86323	80251	71499	66702	62585	58706	54869	51944	48779
relative error [%]	366.51	248.71	198.14	166.6	138.26	121.5	97.35	84.11	72.74	62.04	51.45	43.37	34.64

• 100-300-0_1-0_7-S-OX

time [ms]	0.33	6.86	15.21	28.01	44.18	54.9	72.08	93.54	134.86	169.33	241.14	283.52	14505.1
best road	170885	134449	118186	103920	93485	86817	82803	77667	72667	69966	66763	63975	61997
relative error [%]	371.67	271.1	226.21	186.83	158.03	139.63	128.55	114.37	100.57	93.12	84.28	76.58	71.12

• 100-300-0_1-0_7-S-PMX

time [ms]	0.3	13.38	26.94	37.85	44.81	55.21	63.01	76.13	107.4	122.91	159.02	225.12	351.95
best road	164930	131187	104576	93193	86853	81475	79136	76118	73247	70115	67537	63887	61473
relative error [%]	355.23	262.09	188.64	157.23	139.73	124.88	118.43	110.1	102.17	93.53	86.41	76.34	69.67

• 100-300-0_1-0_9-R-OX

time [ms]	0.24	4.59	15.41	25.94	35.89	47.8	58.82	73.7	102.57	138.22	191.05	288.83	36239.58
best road	169667	136698	123494	111335	102768	97963	92774	84878	74710	67327	61596	60125	56569
relative error [%]	368.31	277.31	240.86	207.3	183.65	170.39	156.07	134.28	106.21	85.83	70.01	65.95	56.14

• 100-300-0_1-0_9-R-PMX

time [ms]	0.25	29.81	51.74	58.2	64.76	73.36	105.79	121.81	237.51	728.3	5433.57	25972.53	49307.45
best road	166026	128175	99363	87718	78023	73712	70194	65428	62883	59256	55809	53677	51911
relative error [%]	358.26	253.78	174.26	142.11	115.35	103.46	93.75	80.59	73.57	63.56	54.04	48.16	43.28

• 100-300-0_1-0_9-S-OX

time [ms]	0.35	6.46	14.95	22.83	32.38	41.95	56.5	72.55	93.32	114.71	176.7	253.35	34595.6
best road	163410	139414	124102	108483	98681	92054	85107	80961	76400	72759	68411	65023	62601
relative error [%]	351.04	284.8	242.54	199.43	172.37	154.08	134.91	123.46	110.87	100.83	88.82	79.47	72.79

• 100-300-0_1-0_9-S-PMX

time [ms]	0.28	14.83	26.23	35.96	44.82	50.84	59.07	66.26	74.54	87.36	141.71	254.36	11487.46
best road	166291	132227	109824	93523	81923	74384	70496	67788	65174	62651	60276	57857	55821
relative error [%]	358.99	264.97	203.13	158.14	126.12	105.31	94.58	87.1	79.89	72.93	66.37	59.69	54.07

• 443-300-0_1-0_5-R-OX

time [ms]	0.94	40.42	114.82	271.74	516.54	670.05	1010.3	1528.14	2267.35	3321.25	4763.85	7638.74
best road	7844	7296	7026	6797	6553	6408	6256	6090	5902	5744	5601	5508

relative error [%]	188.38	168.24	158.31	149.89	140.92	135.59	130.0	123.9	116.99	111.18	105.92	102.5
--------------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	-------	-------	--------	--------	--------	-------

• 443-300-0_1-0_5-R-PMX

time [ms]	0.92	52.76	80.77	391.34	817.74	1502.29	2944.34	6131.79	8981.03	16038.84	27760.42	41330.17	59771.98
best road	7807	6763	6231	6036	5803	5581	5394	5230	5079	4884	4738	4583	4462
relative error [%]	187.02	148.64	129.08	121.91	113.35	105.18	98.31	92.28	86.73	79.56	74.19	68.49	64.04

• 443-300-0_1-0_5-S-OX

time [ms]	0.67	62.43	129.12	219.76	328.78	453.43	657.12	916.3	1427.74	1970.1	2797.55	4669.86	37451.53
best road	7875	6723	6105	5547	5137	4759	4448	4157	3823	3598	3368	3149	2955
relative error [%]	189.52	147.17	124.45	103.93	88.86	74.96	63.53	52.83	40.55	32.28	23.82	15.77	8.64

• 443-300-0_1-0_5-S-PMX

time [ms]	0.67	67.24	123.65	189.41	257.45	330.04	439.63	570.48	768.92	1075.64	1765.21	3305.21	45221.11
best road	7831	6014	5402	4958	4696	4487	4278	4069	3879	3659	3409	3186	3011
relative error [%]	187.9	121.1	98.6	82.28	72.65	64.96	57.28	49.6	42.61	34.52	25.33	17.13	10.7

• 443-300-0_1-0_7-R-OX

time [ms]	1.05	34.8	143.86	331.97	506.24	711.03	1002.75	1776.07	2691.5	3941.81	5813.78	9211.07	15176.48
best road	7591	7167	7014	6785	6618	6492	6348	6150	6047	5899	5796	5640	5570
relative error [%]	179.08	163.49	157.87	149.45	143.31	138.68	133.38	126.1	122.32	116.88	113.09	107.35	104.78

• 443-300-0_1-0_7-R-PMX

time [ms]	0.79	59.34	107.63	146.1	386.08	1002.16	2274.04	3414.69	9388.34	14655.2	23599.15	36222.64	49169.51
best road	7684	6770	6183	5704	5496	5366	5226	5133	5005	4895	4766	4665	4576
relative error [%]	182.5	148.9	127.32	109.71	102.06	97.28	92.13	88.71	84.01	79.96	75.22	71.51	68.24

• 443-300-0_1-0_7-S-OX

time [ms]	0.79	71.51	157.44	273.42	397.27	545.42	708.78	942.94	1265.22	1743.05	2417.62	3680.53	16116.97
best road	7838	6765	6030	5451	5099	4759	4523	4282	4003	3743	3523	3293	3067
relative error [%]	188.16	148.71	121.69	100.4	87.46	74.96	66.29	57.43	47.17	37.61	29.52	21.07	12.76

• 443-300-0_1-0_7-S-PMX

time [ms]	0.68	125.43	182.82	244.49	327.88	413.51	510.81	701.8	1003.22	1396.61	2529.91	6403.82
best road	7820	5838	5249	4942	4650	4440	4253	4064	3850	3659	3434	3245
relative error [%]	187.5	114.63	92.98	81.69	70.96	63.24	56.36	49.41	41.54	34.52	26.25	19.3

• 443-300-0_1-0_9-R-OX

time [ms]	1.38	24.75	115.94	256.84	440.4	745.53	1206.59	1785.83	3083.62	5209.89	8136.75	13376.66	25961.9
best road	7753	7265	7026	6819	6649	6469	6301	6149	6035	5919	5797	5658	5556
relative error [%]	185.04	167.1	158.31	150.7	144.45	137.83	131.65	126.07	121.88	117.61	113.12	108.01	104.26

• 443-300-0_1-0_9-R-PMX

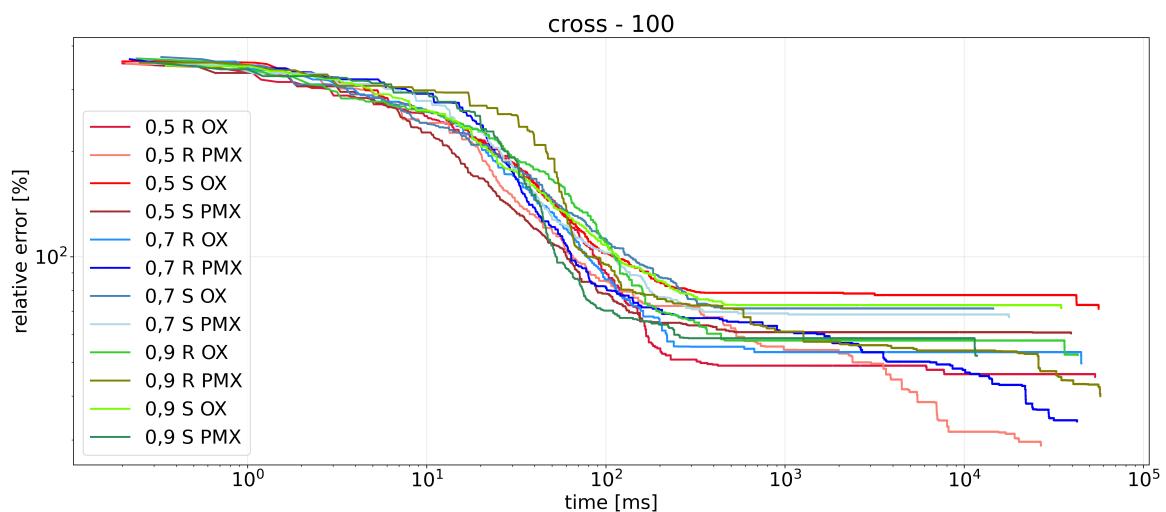
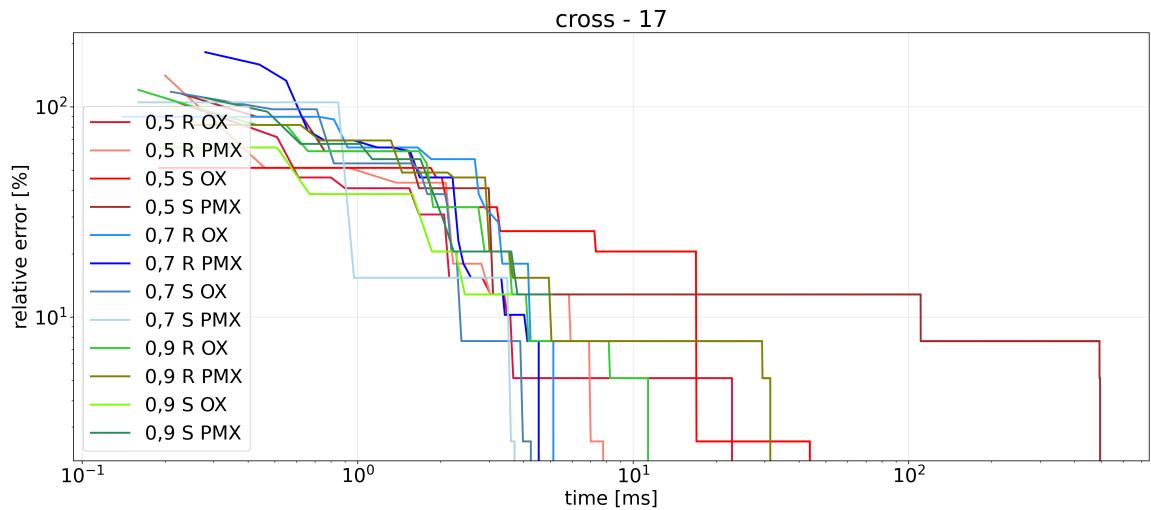
time [ms]	1.31	149.82	199.76	250.53	277.48	303.36	707.22	2475.06	5381.77	8477.87	11126.96	19686.3	49167.76
best road	7830	6724	6187	5794	5641	5548	5450	5320	5217	5075	4989	4896	4799
relative error [%]	187.87	147.21	127.46	113.01	107.39	103.97	100.37	95.59	91.8	86.58	83.42	80.0	76.43

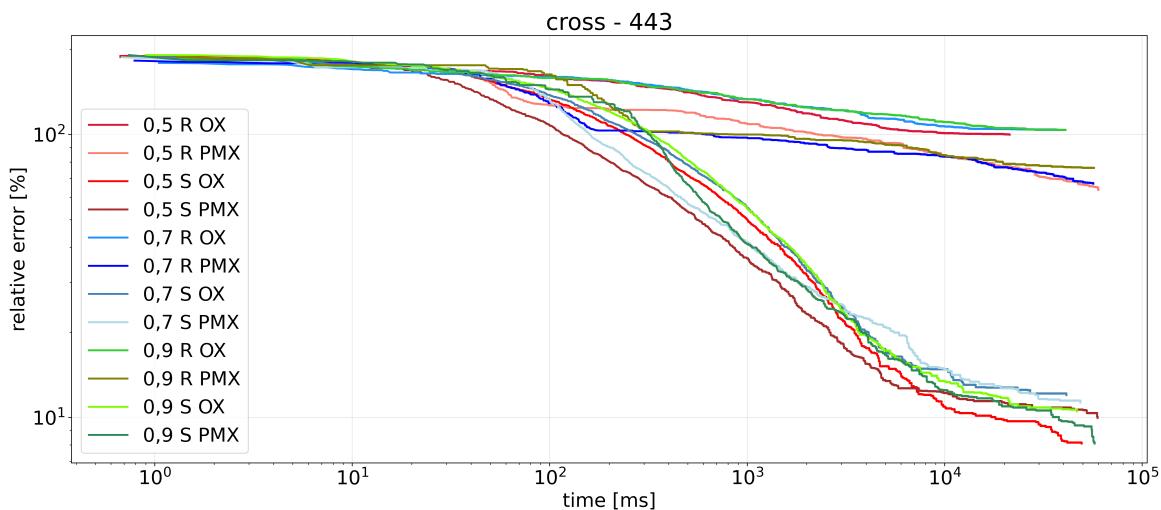
• 443-300-0_1-0_9-S-OX

time [ms]	0.9	79.39	182.91	280.87	403.04	553.43	754.34	999.05	1308.52	1794.47	2490.84	4084.33	27028.64
best road	7915	6827	6099	5630	5221	4808	4487	4207	3964	3748	3479	3247	3015
relative error [%]	190.99	150.99	124.23	106.99	91.95	76.76	64.96	54.67	45.74	37.79	27.9	19.38	10.85

• 443-300-0_1-0_9-S-PMX

time [ms]	0.74	235.18	374.21	446.77	529.0	621.79	740.04	960.46	1320.32	2052.7	3574.37	7439.34	57396.11
best road	7915	6038	5127	4700	4453	4257	4086	3856	3674	3478	3308	3107	2940
relative error [%]	190.99	121.99	88.49	72.79	63.71	56.51	50.22	41.76	35.07	27.87	21.62	14.23	8.09





Wnioski

Na wykresach można zauważać że algorytm genetyczny zachowuje się inaczej przy każdym postawionym mu problemie, oznacza to że dla każdego problemu musimy indywidualnie dostosowywać parametry.

Przy badaniu populacji można zauważać że dla małych problemów mała populacja jest wystarczająca, wystarczy wartość 300, dla wartości 1000 program zbyt długo sprawdza naszą populację przez co wykonuje mniej mutacji przybliżających nas do rozwiązania.

Inaczej sprawa się ma przy większych problemach, dla 100 oraz 443 można zauważać że populacja 1000 radzi sobie najlepiej przy znajdowaniu rozwiązania, które było naprawdę blisko poprawnego wyniku (błąd względny poniżej 20%)

Przy sprawdzaniu częstotliwości mutacji wyszło że nie ma ona znaczenia przy małych problemach a przy dużych im większa częstotliwość tym lepiej.

Przy algorytmach krzyżujących wyniki pokazywały skrajne rezultaty, tzn. że dla niskiego współczynnika oraz dużego współczynnika przy połączeniu z odpowiednim algorytmem oraz techniką mutacji można otrzymać interesujące nas rezultaty.

Podsumowując algorytm genetyczny jest bardzo mocnym narzędziem dzięki któremu można znaleźć poprawne drogi dla naprawdę dużych problemów, w naszym przypadku od poprawnego rozwiązania dla problemu 443 dzielił nas błąd względny wynoszący jedynie niecałe **9%**, więc dając wystarczająco dużo czasu pozwoli to nam na znalezienie poprawnego rozwiązania.

Bibliografia

1. <https://www.lalena.com/AI/Tsp/>
2. <https://stackoverflow.com/questions/1544055/crossover-operation-in-genetic-algorithm-for-tsp/11584750#11584750>
3. <http://aragorn.pb.bialystok.pl/~wkwedlo/EA5.pdf>
4. <https://www.rubicite.com/Tutorials/GeneticAlgorithms.aspx>
5. https://www.tutorialspoint.com/genetic_algorithms/index.htm
6. <https://www.obitko.com/tutorials/genetic-algorithms/index.php>
7. <https://sandipanweb.wordpress.com/2020/12/08/travelling-salesman-problem-tsp-with-python/>
8. http://zeszyty-naukowe.wswi.edu.pl/zeszyty/zeszyt1/Algorytmy_Ewolucyjne_I_Ich_Zastosowania.pdf