

PUM raport 1 - Kłątwa wymiaru

Piotr Zawisła

24 Marzec 2022

1 Wybrane parametry i otrzymane zbiory danych

Z hipersześcianów o wymiarze d , $d \in \{2, 3, \dots, 60\}$ i krawędzi o długości 1 wylosowałem po 10000 punktów.

Następnie wygenerowałem trzy zbiory danych przy użyciu Numpy:

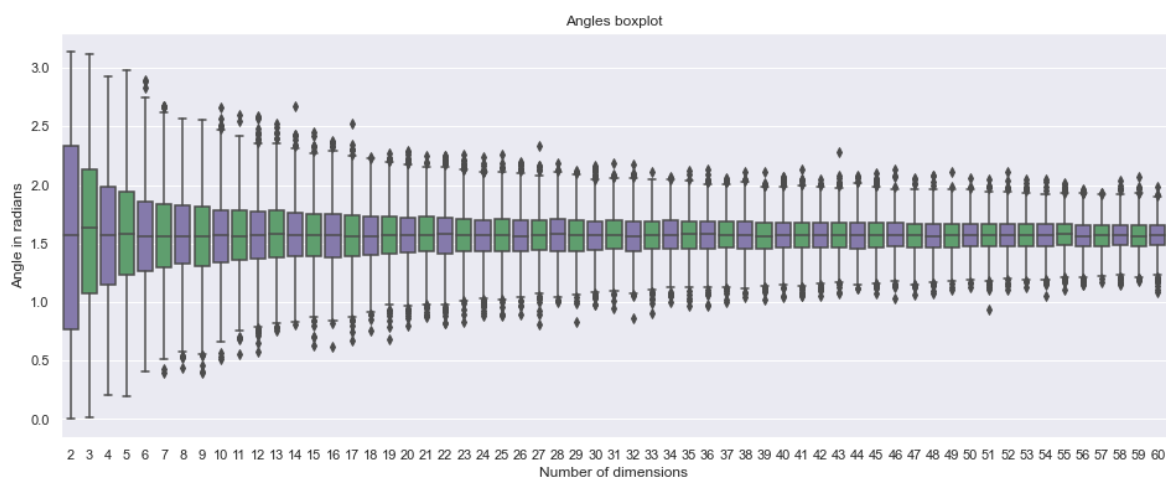
- Zbiór kątów między dwoma wylosowanymi wektorami
- Zbiór ułamków postaci: liczba punktów mieszczących się w wylosowanej sferze / liczba wszystkich punktów
- Zbiór ułamków postaci: różnica odległości od losowego punktu A do dwóch wylosowanych punktów B i C / średnia z tych dwóch odległości

Każdy z nich jest macierzą postaci 59×10000 (oś 0 - liczba wymiarów, oś 1 - numer przykładu).

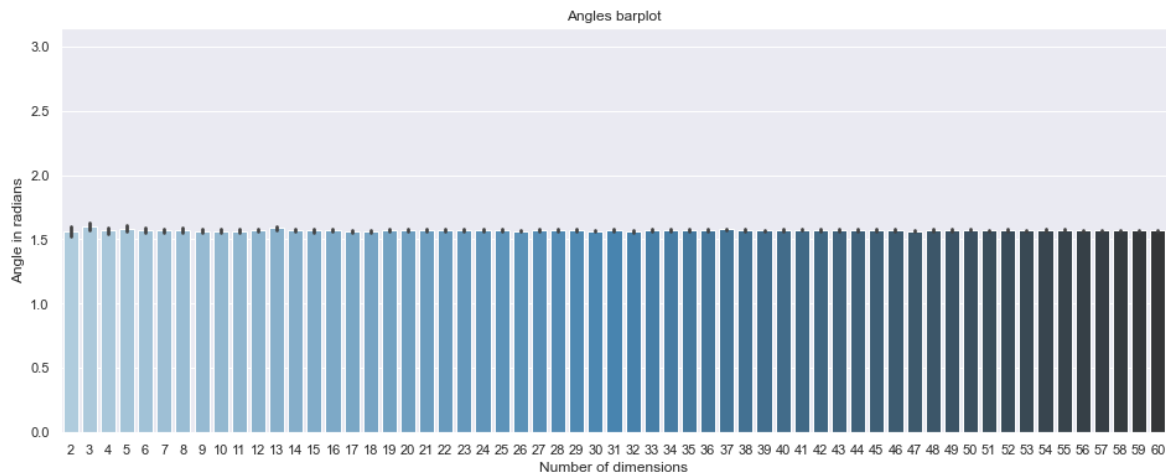
2 Wykresy i obserwacje

Do rysowania wykresów użyłem bibliotek Seaborn i Matplotlib.

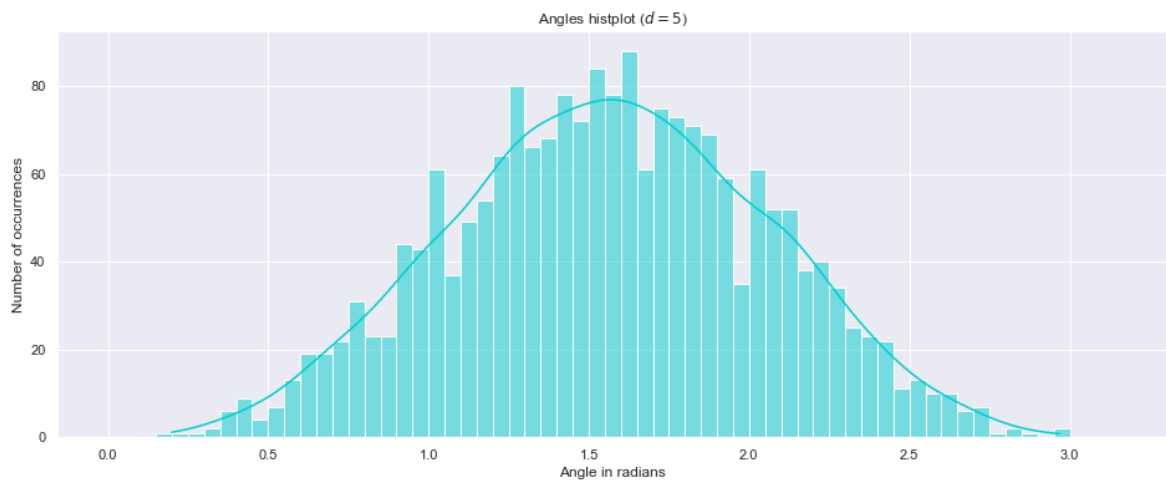
2.1 Kąty



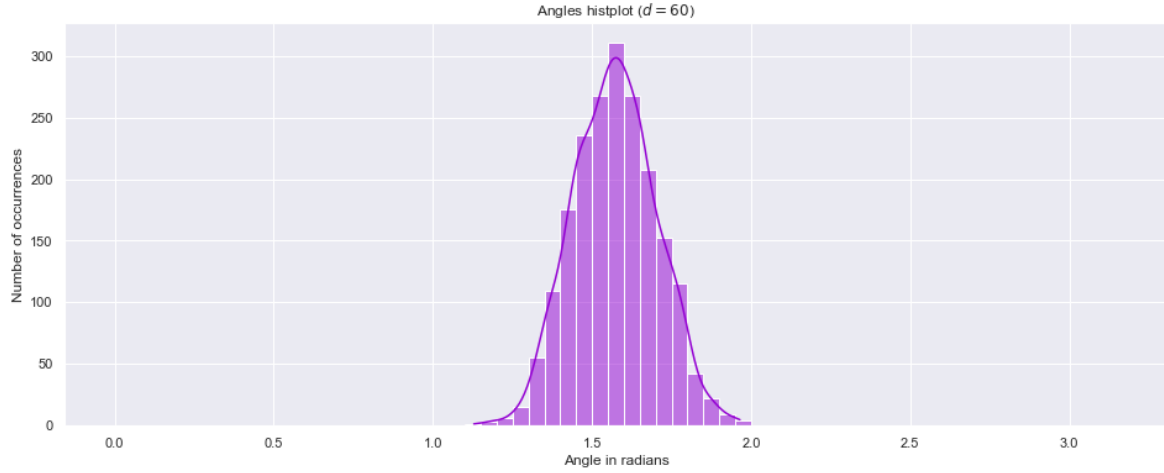
Rysunek 1: Wykres pudełkowy kątów ze zbioru 1 (wraz z rozstępem międzykwartylowym)



Rysunek 2: Wykres słupkowy kątów ze zbioru 1 (wraz z odchyleniem standardowym)



Rysunek 3: Histogram kątów ze zbioru 1 ($d = 5$)

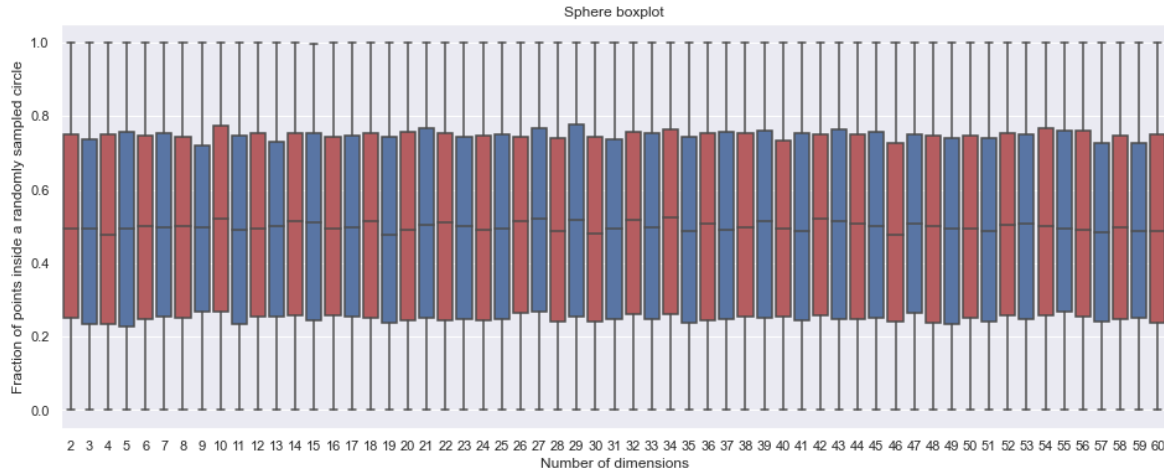


Rysunek 4: Histogram kątów ze zbioru 1 ($d = 60$)

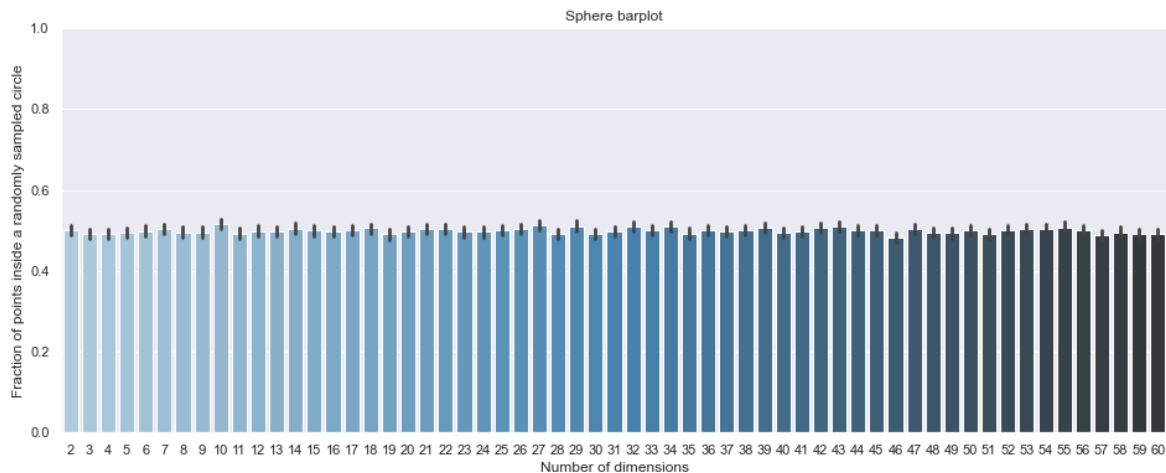
Po przeprowadzeniu pierwszego eksperymentu możemy zauważyć:

- Średni kąt dla każdego badanego wymiaru wynosi $\theta \approx \frac{\pi}{2} = 90^\circ$
- Odchylenie standardowe maleje wraz z wzrostem wymiaru
- Rozkłady kątów dla wybranych wymiarów (5 i 60) przypominają rozkłady normalne

2.2 Sfera



Rysunek 5: Wykres pudełkowy ułamków ze zbioru 2 (wraz z rozstępem międzykwartylowym)

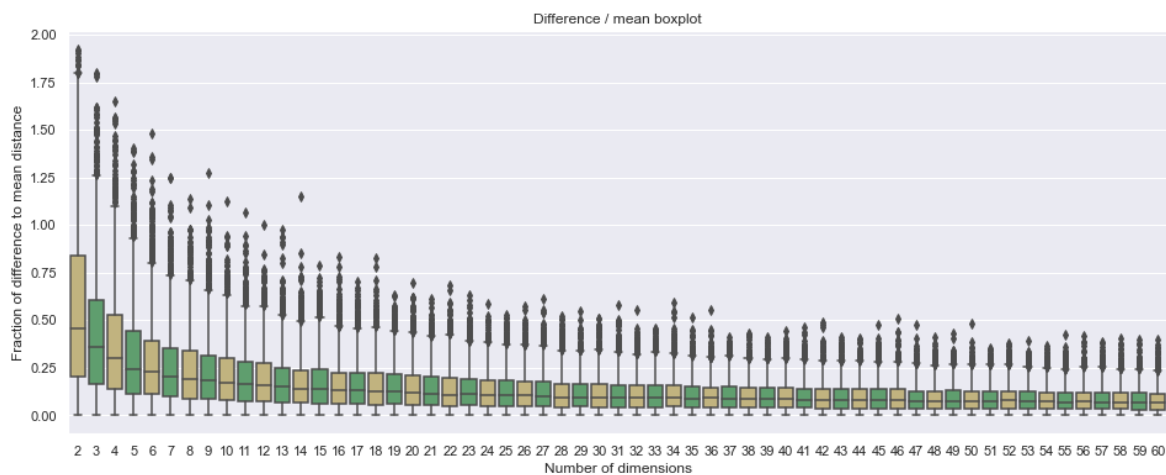


Rysunek 6: Wykres słupkowy ułamków ze zbioru 2 (wraz z odchyleniem standardowym)

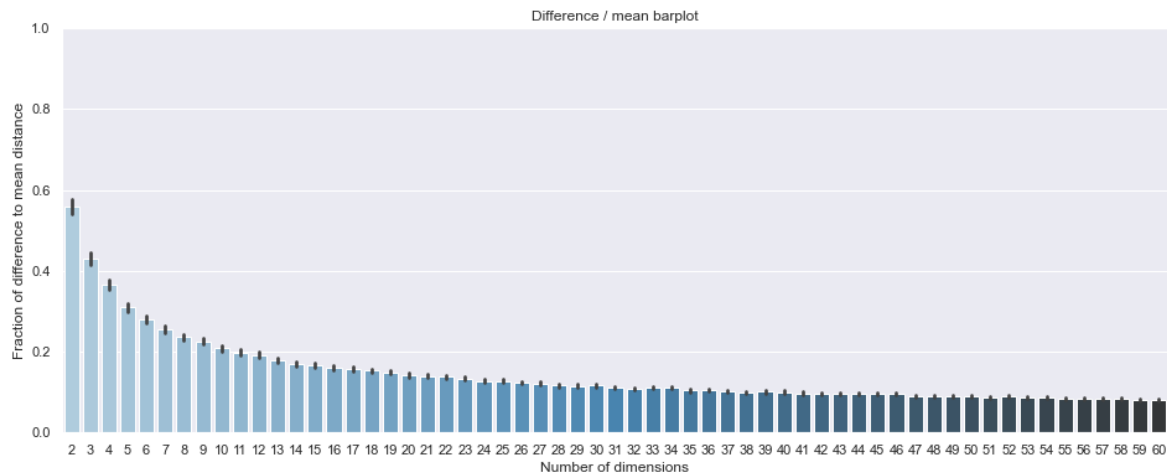
Po przeprowadzeniu drugiego eksperymentu możemy zauważyć:

- Średni ułamek 'zawierania się w sferze' wynosi 0.5
- Odchylenie standardowe jest podobne dla każdego wymiaru

2.3 Różnica / średnia odległości



Rysunek 7: Wykres pudełkowy ułamków ze zbioru 3 (wraz z rozstępem międzykwartylowym)



Rysunek 8: Wykres słupkowy ułamków ze zbioru 3 (wraz z odchyleniem standardowym)

Po przeprowadzeniu trzeciego eksperymentu możemy zauważyć:

- Średni ułamek maleje - na początku szybko, potem - nieco się stabilizuje, ale dalej maleje
- Odchylenie standardowe maleje wraz z wzrostem wymiaru
- Różnica odległości dąży do 0 - z tego wynika, że odległości są coraz bardziej podobne