

김포 골드라인 혼잡도 관리 프로젝트

-열차 배차 간격 조정 및 통제 방법 변경을 중심으로-

Problem

Background

- ✓ 김포 골드라인 출·퇴근 시간대 매우 높은 혼잡도로 인하여 많은 승객들 불편 호소
- \checkmark 지옥철로 불리는 9호선 보다 높은 혼잡 정도인 $1m^2$ 당 $7{\sim}9$ 명으로 인하여 매우 혼잡함
- ✓ 높은 혼잡으로 인하여 3년동안 151건의 안전사고 발생, 이중 40%는 어지럼증, 중상, 기절 경험

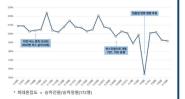


1

김포 골드라인의 혼잡도 개선 필요성 높아짐

Problem Cause & Progress

- ✓ 잘못된 수요 예측 인하여 작은 경전철 도입과 적은 수의 2량 열차 배치로 인하여 높은 혼잡 발생
- ✓ 혼잡도 개선 위해 김포시, 서울시, 정부 대중교통 신설 및 증차, 버스 전용 차로 개통과 같은 정책 시행에도 불구하고 여전히 높은 혼잡 발생



1

근본적인 해결책 필요

Prior Research

- ✓ 대중 교통 혼잡도 개선 관련 주요 연구는 대중교통 카드 데이터를 이용한 연구와 Origin-Destination pair 데이터(OD 데이터)를 활용한 연구가 있음
- ✓ 대중교통 카드 데이터를 이용한 연구는 열차내 혼잡도에 초점을 맞추고, 비환승역에 국한되어 김포 골드라인에 적용 한계
- ✓ 김포 골드라인 신생 노선으로 OD 데이터 제공하지 않아 적용 한계



김포 골드라인 혼잡도 개선 위해 새로운 데이터 수집 방법과 개선 방안 도출 필요

Solution

Goal

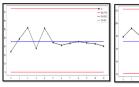
- ✓ 출·퇴근 시간대 김포 골드라인의 높은 혼잡도 개선 위해 김포공항 역 플랫폼 내 대기시간 측정 데이터로 혼잡도 분석을 통해 개선 방안 도출
- 통계적 공정관리(SPC) 통해 이상요인 탐지 및 열차 서비스 품질 향상 방안 도출

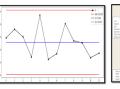
Data

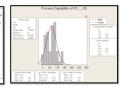
- ✓ 김포 골드라인 김포공항역 승객들의 플랫폼 대기시간 측정(2023.05.31 17:30~19:30)하여 데이터 구성
- ✓ 총 13,776명의 데이터 중 13,728개의 데이터를 데이터 분석에 사용

Solution

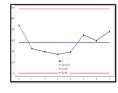
✓ 비혼잡 시간대(17:35~18:28)와 혼잡 시간대(18:29~19:22)를 분리하여 각각의 S&∑ 관리도 작성



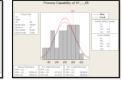




 \checkmark 비혼잡 시간대 관리도는 6σ 수준으로 공정관리가 매우 우수







 \checkmark 혼잡 시간대 관리도는 1σ 수준 미만으로 공정 관리가 매우 열악함

혼잡 시간대의 급진적 공정관리 개선이 필요

√ SPC 관리도 작성 결과 혼잡 대비 긴 배차 간격과 시간 기준 계단 통제로 인한 긴 대기 시간 발생

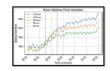
혼잡 시간대 평균 배차 간격 3분으로 조정, 인원 기준 통제 적용을 통한 혼잡도 개선

Real World Context

- 승객 ▶짧아진 플랫폼 대기시간으로 인한 낮아진 혼잡도로 이용 불편 감소 →열차 서비스 만족 상승
- 김포 골드라인 ▶고객 서비스 만족 상승으로 더 많은 승객 유치 가능→매출 상승 국가 ▶높은 혼잡으로 인한 안전사고(ex.할로윈 참사) 예방

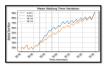
Evaluation

Effects & Efficiency





- ✓ Queuing Network를 통하여 배차 간격 조정과 통제 방법의 효과 검증
- ✓ 기존 혼합 시간대 평균 배차 간격 220초를 180초(3분)으로 변경 시, 평균 대기시간 32%, 최대 대기시간 34%, 평균 대기 인원 33%, 최대 대기인원 30% 대폭 개선





- ✓ 기존 시간 기준 통제 방식을 인원 수 기반 통제로 변경 시, 평균 대기시간 16%, 최대 대기시간 8%, 평균 대기인원 8%, 최대 대기인원 6% 소폭 개선
 - 배차 간격 조정과 통제 방식 변경을 통해 혼잡도 개선 결과 확인

| Feasibility

- √ 김포 골드라인 배차 간격 1분 30초까지 단축 운행 가능→3분 조정 가능
- √ 현재 출·퇴근 시간대 배차 간격 3분 열차 16대 운영 중→ 평균 3분 가능
- ✓ 시간 기준 통제 방식 플랫폼에 공간 있어도 임의적으로 통제→ 인원 기준 통제로 고객 대기 시간 감소 가능

Compared with Other Alternatives

- ✓ 열차 증량→김포 골드라인 플랫폼이 2량 열차에 맞춰져 있기 때문에 증량된 열차에 맞게 플랫폼 공사 필요→공사로 고객 열차 이용 불편
- ✓ 대체 대중교통→시내버스·수상택시 도입 할 수 있으나, 지하철에 비해 긴 이동시간과 낮은 접근성으로 실질적 효과 미비

김포 골드라인 혼잡도 관리 프로젝트

HANYANG UNIVERSITY

> 2023/06/16 산업데이터엔지니어링학과 2022170938/2022153482 강병모/나선옥

Background





- 김포 골드라인
 - 2019년 9월 개통된 "양촌역"에서 "김포공항역"까지 운행하는 철도노선
 - 김포시 전체인구가 50만명이지만 철도노선은 골드라인이 유일
 - 지옥철로 불리는 9호선이 출퇴근시 $1m^2$ 당 $4\sim5$ 명, 골드라인은 $7\sim9$ 명 매우 혼잡
- 김포 골드라인은 개통 이후 3년동안 151건의 안전사고 발생
- 이중 40%는 "기절, 부상, 어지럼증 " 등 혼잡도로 인해 발생하는 문제
- 출퇴근 시간에는 2~3회 이상 지하철을 못 탈 정도로 혼잡

Introduction

- 김포 골드라인 김포공항역 혼잡문제가 발생하는 이유
 - 김포공항역은 골드라인 유일의 환승역
 →9호선, 5호선, 공항철도이 모두 지나는 환승구조
 - 단방형 승강장 구조
 - 2량 1편성(1편성 당 정원 172명) & 수용인원이 적은 <mark>경전철</mark> 배치 → 수요예측 실패



구분	항목	사양	비고	
차량편성	철제 차륜	2량 1편성	Mca-Mcb	
승객정원	편성기준	172명(좌석 56명, 입석 116명)		
	궤간	1,435mm		
선로	최대 구배	48‰		

https://gimpogoldline.com/?page id=668

김포골드라인 혼잡도 개선 정책 시행

김포시, 시내버스 70번 노선 신설…"김포골드라인 혼잡률 개선"

| △ 정수희 기자 | ② 승인 2022.12.28 14:46 | ഈ 댓글 0

2023년 1월 2일 시내버스 70번 노선 신설

"김포골드라인, 버스전용차로 신설-셔틀 확대"

최동수 기자, 이소정 기자 ⊙

입력 2023-04-15 03:00 | 업데이트 2023-04-15 03:00

2023년 5월 9일 3000 A,B,C 노선 개통 및 70번 버스 증차

김포골드라인 혼잡 개선…'개화~김포공항' 버스전용차로 개통

내 **손안에 서울** 발행일 2023.05.22.17:05 | 수정일 2023.05.22.17:59 | 조회 2,770

2023년 5월 26일 버스전용차로 개통 및 70 C, 70D 노선 개통

아직도 높은 혼잡도



66

김포골드라인 혼잡도 개선을 위해 많은 정책들이 시행되고 있는데, 실제로 혼잡도가 개선 되었을까? 만약 개선되지 않았다면, 무엇이 문제이며 어떻게 개선할 수 있을까?

Summary

- Purpose: 김포골드라인 김포공항역 플랫폼 내 혼잡도 개선 통한 고객 서비스 품질 향상
- 김포공항역 플랫폼 혼잡도를 알아보기 위해 플랫폼 내 고객 대기 시간 측정
- SPC(통계적 공정관리) 통해 이상요인 탐지 및 김포공항역 열차 서비스 품질 향상 방법 도출
 - 비혼잡 시간대 & 혼잡 시간대 X & S 관리도 작성
 - ightarrow비혼잡 시간대 Cpk 3 σ 수준으로 공정 관리 잘됨
 - \rightarrow 혼잡 시간대 Cpk 1σ 수준 미만으로 급진적 개선 필요
 - →배차 간격 조정 및 통제 방법 변경 필요
- Simulation 모델 통해 배차 시간 조정과 통제 방법 변경의 필요성 검증
 - Queuing Network를 통해 배차 시간 조정(평균 3분)→혼잡도 대폭 개선
 - 통제 방법 변경 > 혼잡도 소폭 개선

Prior Research Method

- 대중교통카드 데이터 활용 승강장 혼잡도 추정 연구(신성일 2011, 이호 et al., 2015)
 - 교통카드 사용 데이터를 통해 열차 혼잡도 계산
 - -승객들이 무슨 역을 이용하는 지에 따라 해당 노선 혼잡도, 열차내 혼잡도 초점
 - -비 환승역 국한
 - → 김포골드라인 적용 한계
- Origin-Destination (OD) pair 데이터 활용 동적 프로그레밍를 이용한 승객 흐름 제어 연구 (Yin et al., 2017)
 - -다른 열차의 도착시간 조정(시간표 조정) 통해 승강장에 도착하는 승객 수 조정
 - -김포골드라인 OD 데이터 제공 X
 - → 김포골드라인 적용 한계
- → 김포공항 역 플랫폼 혼잡도를 분석하기 위해 데이터 수집의 필요성

Data 개요

- 데이터 개요
 - 김포 골드라인 김포공항역 승객들의 플랫폼 대기시간으로 구성된 데이터
- 데이터 수집 목적
 - 김포 골드라인 혼잡도 개선을 위한 row data 구축
- 데이터 수집기간
 - 2023.05.31(수) 17:30 ~ 19:30(2시간)
- 데이터 수집장소
 - 김포 골드라인 김포공항역 대합실과 플랫폼
- 데이터 수집인원
 - 강병모, 나선옥(2인)

Data 수집

• 데이터 수집 전 기본 가정

- 도착시간이 분단위까지 같은 사람은 똑같은 열차를 타고 떠날 것이다. (17:30:01에 온 사람이 3번 열차를 탔다면, 17:30:59에 도착한 사람도 3번 열차를 탔을 것이다.)
- 모든 승객은 플랫폼까지 직행하여 열차를 탑승할 것이다.
 (17:30:01에 도착한 사람은 17:31:01에 도착한 사람보다 먼저 플랫폼에 도착할 것이다.)
- 열차 탑승은 플랫폼에 도착한 순서대로 선입선출(FIFO)로 이루어질 것이다.

• 데이터 수집 방법

- 1번 작업자가 승객들의 대합실 도착시간을 기록
- 1번 작업자는 매 1분마다 2번 위치의 작업자에게 1분마다 특이한 인상착의를 가지는 사람의 정보를 전달(가방, 옷, 키 등)
- 2번 작업자는 1번 작업자가 알려준 인상착의의 승객이 내려오면
 열차 탑승내역을 기록
- 매칭이 되는 사람을 발견하지 못한 경우 첫번째 기본 가정에 의해 처리 (17:30:00 승객을 못 찾았지만 17:31:00 승객이 방금 들어온 3번 열차를 탔다면, 17:30:00 승객은 같은 3번 열차를 탔을 것으로 추정)



Data 결과

 총 13,776건 수집, 매칭이 어려운 48개의 데이터를 제외한 13,728개의 데이터 분석 사용

• 수집 데이터 구성

- NUM: 승객의 도착순서

- ST: 대합실 도착 시간

- TZ: 3분 간격으로 부여한 시간대

- TN: 탑승한 열차의 차량번호 (17시 35분 이후 순차부여)

- FT: 열차를 타고 떠난 시간

- TT: 총 대기시간(ST-FT)

• 수집된 데이터 SPC 적용하여 김포 골드라인 혼잡도 개선 방안 도출

NUM	ST	TZ	TN	FT	TT	
5740	18:28:13	18	16	18:29:00	0:00:47	
5741	18:28:13	18	16	18:29:00	0:00:47	
5742	18:28:14	18	16	18:29:00	0:00:46	
5743	18:28:14	18	16	18:29:00	0:00:46	
5744	18:28:14	18	16	18:29:00	0:00:46	
5745	18:28:14	18	16	18:29:00	0:00:46	
5746	18:28:15	18	16	18:29:00	0:00:45	
5747	18:28:15	18	16	18:29:00	0:00:45	
5748	18:28:15	18	16	18:29:00	0:00:45	
5749	18:28:16	18	16	18:29:00	0:00:44	
5750	18:28:16	18	16	18:29:00	0:00:44	
5751	18:28:16	18	16	18:29:00	0:00:44	
5752	18:28:16	18	16	18:29:00	0:00:44	
רשרים	10.20.17	40 人工	네이터 에비	10.20.00	0.00.40	

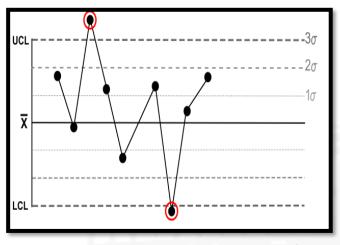
<수집 데이터 예시>

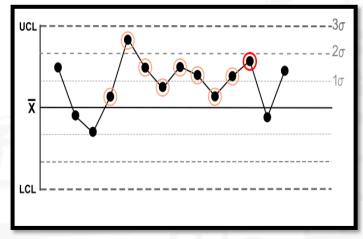
표시된 영역은 18:28:15에 도착한 5,747번째 승객이며, 이 승객은 18번째 타임존에 해당함. 이 승객은 16번째 열차를 타고 18:29:00 역을 떠났으며, 총 45초간 대기함

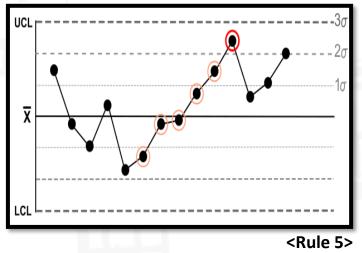
- 데이터가 시간에 따라 평균, 변동성이 일정한 패턴을 보일 때 사용
 - 예측 가능한 공정에서 많이 사용
- X & S 관리도 사용
 - X & R 관리도 특징: Sub Group의 범위 고려
 - →평균값과 범위(range) 사용 제어 차트 작성
 - → 변동성을 범위로 나타내기 때문에 변화를 추적하기 어려움
 - → X & S 차트: 표준편차를 고려하기 때문에 변동성 추정 쉬움
- 비혼잡 시간대와 혼잡 시간대 분리하여 $\overline{X} \& S$ 관리도 작성
- X&S 관리도 작성 후, 규격상한(USL) 설정 공정능력지수(Cpk)로 공정능력 분석

Weco Rules

Rule	Description	Problem Indicated		
1	한 점이 3σ점을 넘어간 경우	하나의 샘플이 완전히 통제 불능 상태		
4	8개 이상의 연속된 점이 중심선을 기준으로 한쪽으로 치우친 경우	지속적 편향 존재		
5	6개 이상의 연속된 점이 상승 혹은 하락 한 경우	불량 추세 존재		

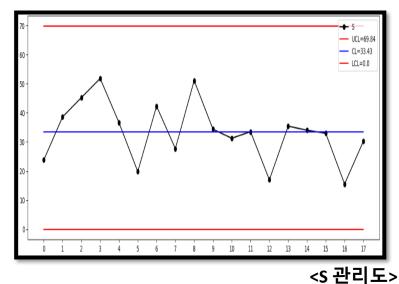


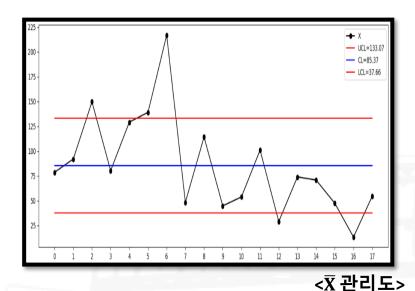




<Rule 1>

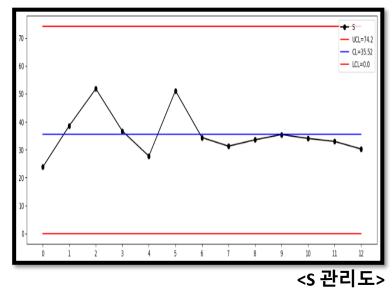
<Rule 4>

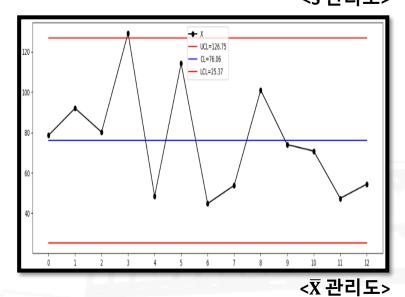




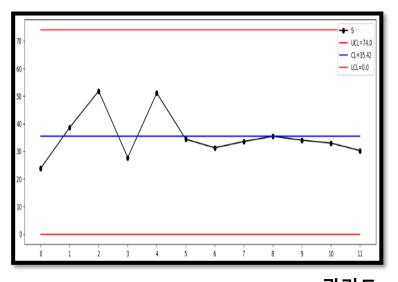
▶ 비혼잡 시간대 관리도(17:35~18:28)

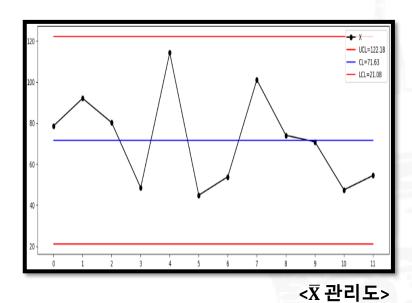
- ✓ S 관리도: 설정한 WECO RULE에 위배되지 않음
 → x 관리도 설정
- ✓ X 관리도: 설정한 WECO RULE 1에 위배됨
 - -3번째(5시 41분~43분): 5시 30분 퇴근 승객으로 인한 혼잡
 - -6번째(5시 50분~52분): 5시 30분 퇴근 승객 + 6시 퇴근 승객의 이른 퇴근
 - -7번째(5시 53분~55분): 5시 30분 퇴근 승객 + 6시 퇴근 승객의 이른 퇴근
 - -13번째(6시 11분~13분)-->혼잡대비 배차 간격 짧음(3분)
 - -17번째(6시 23분~25분)-->혼잡대비 배차 간격 짧음(3분)
 - →3,6,7,13,17번째 sample 제거 후 다시 S관리도 설정

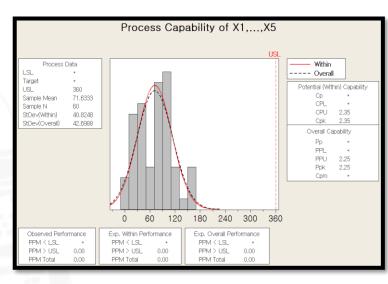




- ▶ 비혼잡 시간대 관리도
 - ✓ S 관리도: 설정한 WECO RULE에 위배되지 않음
 → X 관리도 설정
 - ✓ X 관리도: 설정한 WECO RULE 1에 위배됨
 -4번째 (5시 47분~49분): 5시 45분부터 시작된 혼잡으로 열차 탑승 못한 승객들로 인한 혼잡
 - →4번째 sample 제거 후 다시 S관리도 설정



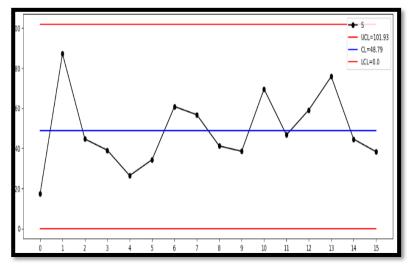




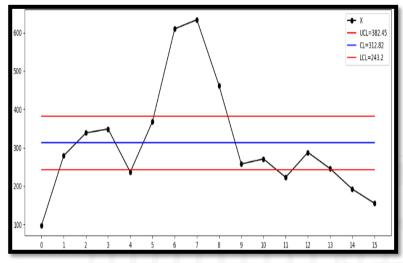
<공정 능력 분석>

<s 관리도>

- ▶ 최종 비혼잡 시간대 관리도
 - ✓ S관리도- UCL: 74초 (1분 14초), CL: 35.42초, LCL: 0초
 - ✓ X관리도- UCL: 122.18초 (2분 18초), CL: 71.63초(1분 11.63초), LCL: 21.08초
- ▶ 공정 능력
 - ✓ 서울시 대중교통 평균 대기 시간 5분~7분(서울시, 2018) →고객들이 허용할 수 있는 시간 360초(6분): USL 설정
 - ✓ 대기 시간은 짧으면 짧을 수록 좋은 망소 특성→LSL을 설정하지 않음
 - ✓ Cp & Cpk: 2.35
- ightharpoonupCpk(2.35)가 6σ (2.00) 수준 이상으로 공정 능력이 매우 우수함

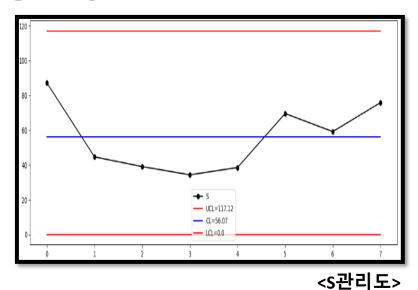


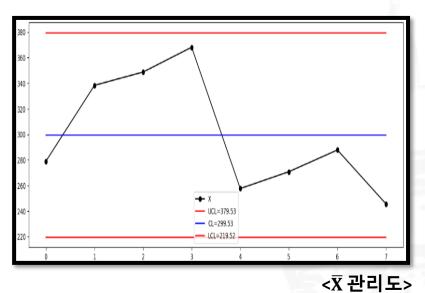


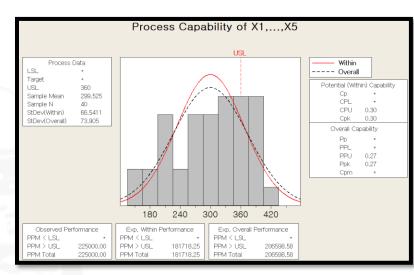


<҆য় 관리도>

- ▶ 혼잡 시간대 관리도(18:29~19:22)
 - ✓ S 관리도: 설정한 WECO RULE에 위배되지 않음
 → x 관리도 설정
 - ✓ \overline{X} 관리도: 설정한 WECO RULE 1에 위배됨
 - -1번째(6시29분~31분)→6시 퇴근 1차 이탈 및 6시30분 퇴근 전
 - 5번째(6시41분~43분)→6시30분 퇴근 승객 도착 전
 - 7번째(6시46분~48분)→ 혼잡으로 인한 플랫폼 계단 통제
 - 8번째(6시49분~51분)→ 혼잡으로 인한 플랫폼 계단 통제+혼잡 대비 긴 배차시간(4분)
 - 9번째(6시52분~54분)→ 이미 밀려있는 승객으로 부터 영향+계단 통제
 - -12번째(7시02분~04분)→ 6시 30분 승객 퇴근 끝+계단 통제 끝
 - -15번째(7시 11분~13분)→혼잡시간 종료
 - -16번째(7시 14분~17분)→혼잡시간 종료
 - →1,5,7,8,9,12,15,16번째 sample 제거 후 다시 S관리도 설정





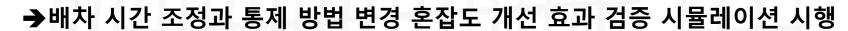


<공정 능력 분석>

- ▶ 최종 혼잡 시간대 관리도
 - ✓ S관리도- UCL: 117.12초 (1분 67.12초), CL: 56.07초, LCL: 0초
 - ✓ X관리도- UCL: 379.53초 (6분 19.53초), CL: 299.53초(4분 59.53초), LCL: 219.52초(3분 39.52초)
- ▶ 공정 능력
 - ✓ USL : 비혼잡과 같은 360초
 - ✓ LSL : 비혼잡과 같이 설정하지 않음
 - ✓ Cp & Cpk: 0.3
- ightharpoonupCpk(0.3)가 1σ 수준(0.33) 미만으로 공정 능력이 매우 열악함ightharpoonup급진적 개선 필요

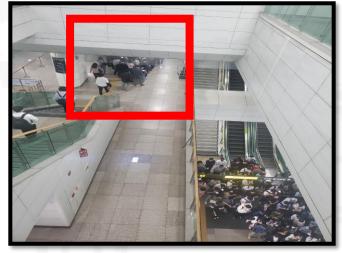
SPC Result

- 비혼잡 시간대(17:35~18:28)
 - Cpk가 $6\sigma(2.00)$ 수준 이상으로 공정 능력이 매우 우수
- 혼잡 시간대(18:29~19:22)
 - Cpk(0.3) 가 1σ 수준(0.33) 미만으로 급진적 개선 필요
 - 개선 방안 1. 배차 시간 조정
 - →현재 혼잡 시간대 배차 간격 평균 220초(3.67분)→ 180초(3분)
 - 2. 통제 방법 변경
 - →현재 18:45~19:00 2구간 계단 통제
 - →계단 통제로 인하여 지하철 탈 수 있어도 못 타는 상황 발생
 - →통제 방법 및 시간 조정





<1구간 계단 통제>

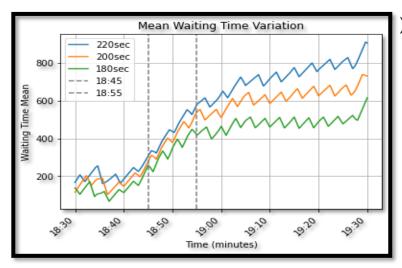


<2구간 계단 통제>

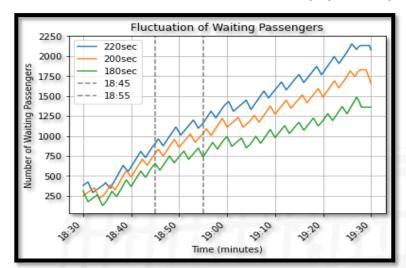
Simulation

- Simulation Purpose: 승객 대기시간 & 시간별 대기인원 변동을 모델링 및 검증
- 배차 시간 조정과 통제 방법 변경을 통한 효과 검증 시뮬레이션 2가지 방법
 - 프로그래밍을 통한 방법(Simply library)
 - 시뮬레이션 소프트웨어(Anylogic)
- 시뮬레이션을 위한 네트워크
 - Queuing Network: 도착하는 작업들을 대기열에 저장 및 서비스를 받는 시스템
 → 도착율, 서비스율, 대기 시간등 모델링→ 작업 처리 효율성과 대기 시간의 변화 분석
- 시뮬레이션 조작변수
 - 차량 배차시간: 220초(현재), 200초, 180초로 3회 시행
 - 인원통제: 시간에 따른 통제(6시 30~45분, 6시 ~ 7시), 대기인원에 따른 구간 통제
 - 시뮬레이션을 통해 승객 대기시간 & 시간별 대기인원 변동을 모델링

Simulation Result



<평균 대기시간 변화>

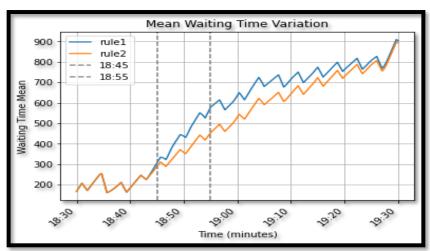


<대기 승객 수 변화>

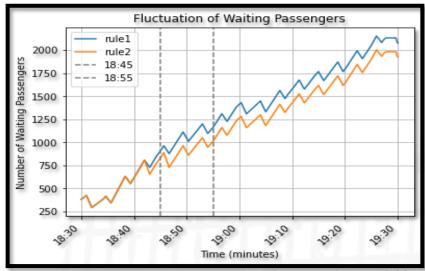
배차 시간

- ✓ 열차간 배차간격 220초(3분40초), 200초(3분20초), 180초(3분) 시뮬레이션
- ✓ 1시간 기준 220초는 16대, 200초는 18대, 180초는 20대의 열차 도착
- ✓ 평균 대기시간 543초(9분3초)→465초(7분45초) 14%, 367초(6분7초) 32% 개선
- ✓ 최대 대기시간 889초(14분49초)→ 767초(12분47초) 14%, 585초(5분45초) 34% 개선
- ✓ 평균 대기인원 1,280명→ 1,084명(15%), 847명(33%) 개선
- ✓ 최대 대기인원 2,153명→ 1,829명(15%), 1,485명(30%) 개선
- →배차시간을 평균 180초(3분)으로 조정했을 때, 혼잡도 대폭 개선

Simulation Result



<평균 대기시간 변화>

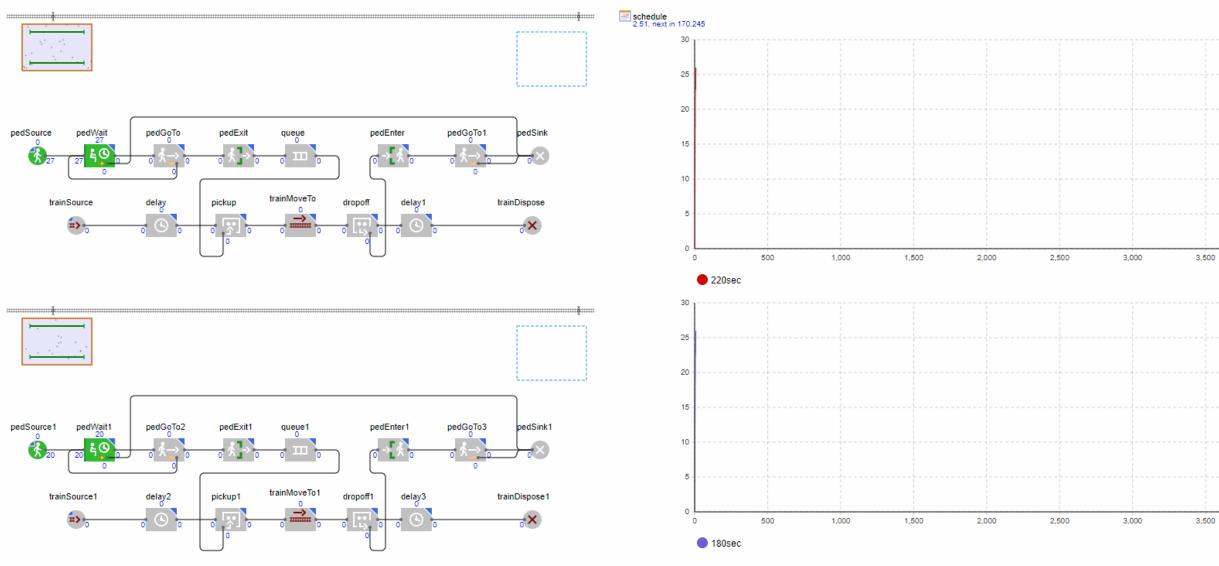


<대기 승객 수 변화>

> 통제 방식

- ✓ 기존 시간기준 통제(rule1)과 인원수 기반 통제(rule2)의 시뮬레이션 결과 비교
 - -Rule 2: 1회 최대 수송인원만큼 플랫폼에 배치 →시간기준 통제시 최대 인원 만큼 탑승 안 하는 경우 발생
- ✓ 통제시작 직후 큰 개선→ 통제시간 후반 기존과 비슷한 결과
- ✓ 평균 대기시간: 543초(9분 3초)에서 451초(7분 31초)→ 16% 개선
- ✓ 최대 대기시간: 899초(13분 31초)에서 824초(14분 59초)→ 8% 개선
- ✓ 평균 대기인원: 1,266명에서 1,153명으로 8% 개선
- ✓ 최대 대기인원: 2,204명에서 2,054명으로 6% 개선
- → 통제 구간에서 발생하는 일시적인 대기시간 증가를 소폭 개선

AnyLogic Result



Project Result

• 김포 골드라인의 플랫폼 내 혼잡도 개선 위해 승객 대기시간 데이터 SPC에 적용

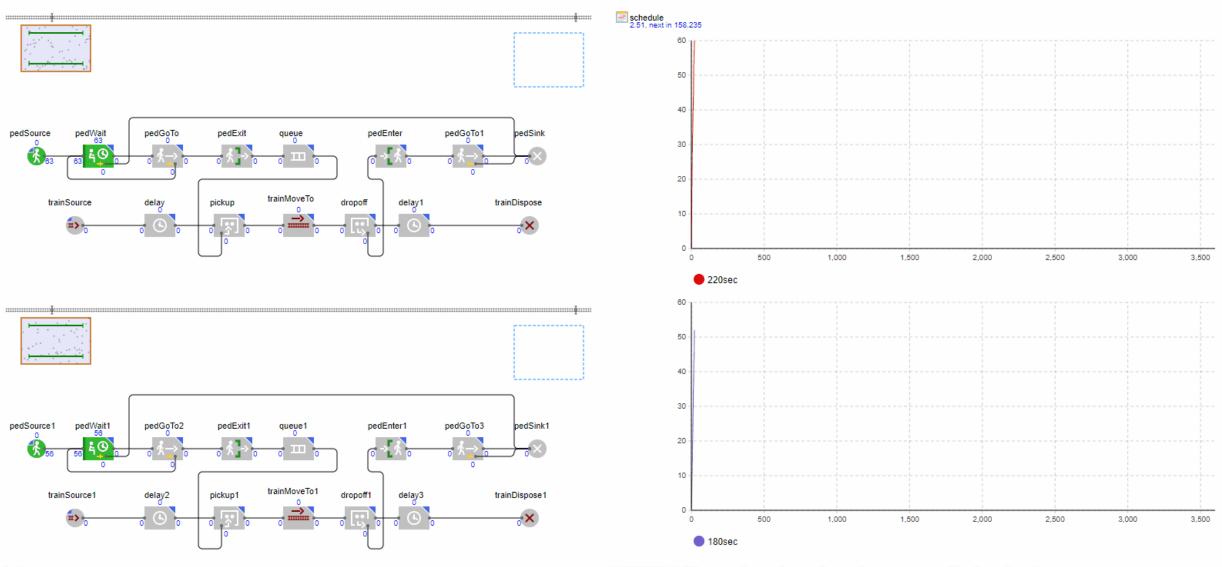
• SPC의 결과 차량 배차시간과 통제 방식에 문제가 있음 확인, 이를 개선할 수 있는 방법 제시

• 본 연구에서는 도출된 결과를 시뮬레이션을 통해 검증, 배차 시간 3분 조정 10~30% 개선된 결과 획득

Limitation & Further Study

- 데이터 수집의 한계: 2명의 작업자가 전체 현장의 데이터를 수집하는데 한계가 존재함
 - → 승객을 놓쳐서 발생하는 이상치, 결측치 존재
 - → 개선 위해 향후 데이터 수집 시 세밀한 가정 확립 후, 적정 인원 포함 세부 계획 수립 필요
- 데이터 부족의 한계: 변동하는 승강장 상황 열차 탑승인원 상정 위해 동적 수용인원(Dynamic Capacity) 설정 필요
 →설정 위한 데이터(각 시점 별 열차 내 승객 데이터 등) 부족으로 임의의 수용인원(350명) 설정
 - → 개선 위해 향후 데이터 확보하여 동적 수용인원 설정 필요
- 분포 가정의 한계: 시뮬레이션시 초기에는 지수분포를 가정하여 접근
 - → 혼잡 시간대 피크 시간대 존재→ 지수분포만으로 모델링 하는 데에는 한계 존재
 - →이를 고려하여 중간에 피크지점이 있는 다른 분포(감마분포, 얼랑분포 등)의 사용을 검토 였으나 적합한 분포 적용 못하여 시뮬레이션시 실제 수집 데이터를 그대로 활용
 - →정확한 예측, 신뢰성 향상을 위해 향후 알맞은 분포 가정 필요

Appendix



References

- 서울특별시, 2018, "한눈에 보는 서울시민 대중교통 이용실태", retrieved from https://media hub.seoul.go.kr/archives/105563 0?tr_code=m_snews
- 신성일, 2011, "대중교통카드를 활용한 도시철도 혼잡도 지표개발연구", retrieved from https://www.si.re.kr/node/24771
- 이호, 최진경, 2015, "대중교통카드 자료를 활용한 도시철도 승강장 혼잡도 추정 알고리즘 개발",*한국철도학회,* vol.18, pp. 270-277
- Yin, JT., Yang, LX, et al., 2017, "Dynamic passenger demand oriented metro train scheduling with energy-efficiency and waiting time minimization: Mixed-integer linearprogra mming approaches", *Transportation Research Part B: Methodological,* Vol.97, doi: 10.1016/j.trb.2017.01.001