ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к курсовому проекту по дисциплине

«Структуры и алгоритмы обработки данных»

на тему

Бинарное дерево поиска

Выполнил студент Бойваленко Никита Евгеньевич
Ф.И.О.

Группы ИВ-221

Работу принял _____ ст. преп. Кафедры ВС Д. М. Берлизов
подпись

Защищена _____ Оценка _____

Новосибирск – 2023

ВВЕДЕНИЕ **3**
ХОД РАБОТЫ **6**
Данные 6
Функции bsp-tree 6
Дополнительные функции 13
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМА **16**
Результат выполнения программы 16
Графики функций initialization и traverse. 16
Результаты исследования 17
ЗАКЛЮЧЕНИЕ **18**
ПРИЛОЖЕНИЕ **20**

ВВЕДЕНИЕ

Разделение двоичного пространства (**BSP**) — это метод разделения пространства , который рекурсивно разделяет евклидово пространство на два выпуклых множества , используя гиперплоскости в качестве разделов. Этот процесс подразделения приводит к представлению объектов в пространстве в форме древовидной структуры данных , известной как BSP дерево.

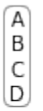
Разделение двоичного пространства возникло из-за необходимости компьютерной графики быстро рисовать трехмерные сцены, состоящие из многоугольников. Простым способом рисования таких сцен является алгоритм художника , который создает полигоны в порядке удаления от зрителя, задом наперед, закрашивая фон и предыдущие полигоны с каждым более близким объектом. У этого подхода есть два недостатка: время, необходимое для сортировки полигонов в обратном порядке, и возможность ошибок при перекрытии полигонов. Построение BSP-дерева решает обе эти проблемы, предоставляя быстрый метод сортировки полигонов относительно заданной точки обзора и путем разделения перекрывающихся полигонов на избежать ошибок, которые могут возникнуть в алгоритме художника. Недостатком разделения двоичного пространства является то, что создание дерева BSP может занять много времени. Поэтому обычно он выполняется один раз для статической геометрии на этапе предварительного расчета перед рендерингом или другими операциями в реальном времени на сцене.

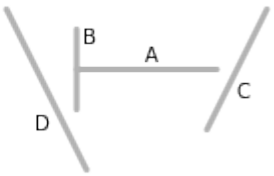
Рекурсивный алгоритм построения дерева BSP из этого списка многоугольников:

1. Выберите полигон *P* из списка.
2. Создайте узел *N* в дереве BSP и добавьте *P* в список полигонов в этом узле.
3. Для каждого другого полигона в списке:
    a. Если этот многоугольник полностью находится перед плоскостью, содержащей P , переместите этот многоугольник в список узлов перед *P*.
    b. Если этот многоугольник полностью находится за плоскостью, содержащей P , переместите этот многоугольник в список узлов за *P*.
    c. Если этот многоугольник пересекается плоскостью, содержащей P , разделите его на два многоугольника и переместите их в соответствующие списки многоугольников позади и перед *P*.
    d. Если этот многоугольник лежит в плоскости, содержащей P , добавьте его в список многоугольников в узле *N*.
4. Примените этот алгоритм к списку многоугольников перед *P* .
5. Примените этот алгоритм к списку многоугольников позади *P* .

Следующая диаграмма иллюстрирует использование этого алгоритма для преобразования списка линий или многоугольников в дерево BSP. На каждом из восьми шагов описанный выше алгоритм применяется к списку строк и к дереву добавляется один новый узел.

Начните со списка линий (или в 3D многоугольников), составляющих сцену. На древовидных диаграммах списки обозначаются прямоугольниками с закругленными углами, а узлы дерева BSP — кружками. На пространственной диаграмме линий направление, выбранное в качестве «передней» линии, обозначается стрелкой.

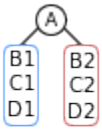


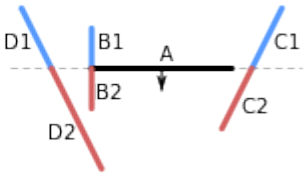


Следуя шагам алгоритма выше,

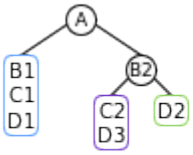
1. Мы выбираем строку A из списка и...
2. ...добавьте его в узел.
3. Мы разделяем оставшиеся строки в списке на те, что перед A (т.е. B2, C2, D2) и те, что позади (B1, C1, D1).
4. Сначала мы обрабатываем строки перед A,...
5. ... за которыми следуют те, кто стоит сзади .

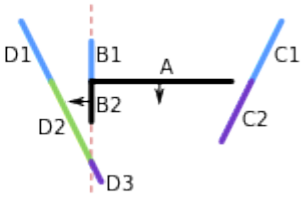
1.



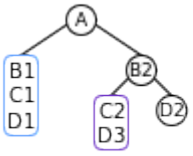


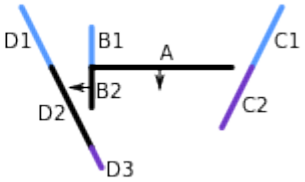
2. Теперь мы применим алгоритм к списку строк перед A (содержащему B2, C2, D2). Мы выбираем строку B2, добавляем ее в узел и разбиваем остальную часть списка на те строки, которые находятся перед B2 (D2), и те, которые находятся за ним (C2, D3).



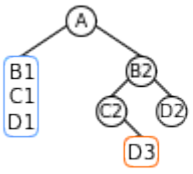


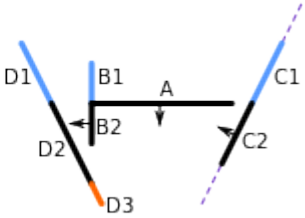
3. Выберите линию D2 из списка строк перед B2 и A. Это единственная линия в списке, поэтому после добавления ее в узел больше ничего делать не нужно.



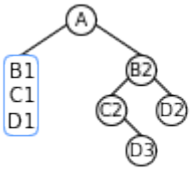


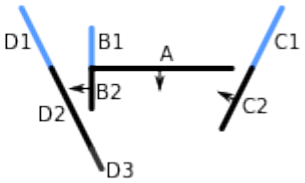
4. Мы закончили с линиями перед B2, поэтому рассмотрим линии за B2 (C2 и D3). Выберите один из них (C2), добавьте его в узел и поместите другую строку из списка (D3) в список строк перед C2.



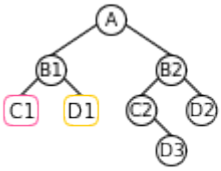


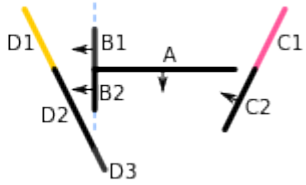
5. Теперь посмотрите на список строк перед C2. Есть только одна линия (D3), поэтому добавьте ее в узел и продолжайте.



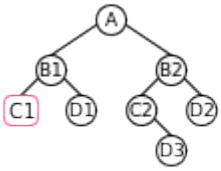


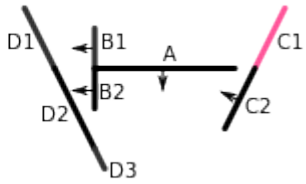
6. Теперь мы добавили все строки перед A в дерево BSP, поэтому начинаем со списка строк после A. Выбрав строку (B1) из этого списка, мы добавляем B1 к узлу и разделяем остаток список на строки перед B1 (т.е. D1) и строки за B1 (т.е. C1).



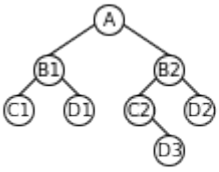


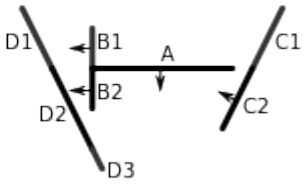
7. Сначала обрабатывается список строк перед B1, D1 — единственная строка в этом списке, поэтому добавьте ее в узел и продолжайте.





8. Далее, взглянув на список строк за B1, можно увидеть, что единственной строкой в этом списке является C1, поэтому добавьте ее в узел, и дерево BSP будет завершено.





ХОД РАБОТЫ

Данные

Структура node представляет узел bsp-tree, который содержит список полигонов(pols) и указатели на правое(right) и левое(left) поддерево.

```
struct node
{
    node *left;
    node *right;
    vector<polygon> pols;
};
```

Структура polygon является массивом из 3 векторов.

```
struct polygon
{
    vec3 p[3];
};
```

Структура vec3 вмещает в себя 3 координаты x,y,z. Структура plane является разбивающей плоскостью и имеет тип данных vec4(x,y,z,w).

```
struct vec3
{
    float x;
    float y;
    float z;
};
struct vec4
{
    float x;
    float y;
    float z;
    float w;
};
typedef vec4 plane;
```

Функции bsp-tree

Функция initializtion принимает на вход список полигонов, создает корень дерева и вызывает рекурсивную функцию для построения bsp-tree.

```
void initialization(const vector<polygon> &polygons)
{
    if (polygons.empty())
    {
        return;
    }

    allPollygons = 0;

    root = new node;
    nodes = 1;
    construct_bspTree(polygons, root);
}
```

Функция construct_bspTree принимает на вход список полигонов и структуру node. В начале выбирается случайный полигон из списка переданных, этот полигон добавляется в структуру node. Затем с помощью функции to_plane этот полигон становится разбивающей плоскостью. В середине функции перебираются все полигоны из начального списка и проверяется, где находятся эти полигоны(distance) относительно разбивающей плоскости: спереди, сзади, в плоскости или же пересекаются разбивающей плоскостью. Если сзади, то полигон добавляется в список polygons_back, если спереди, то в список polygons_front, если в плоскости, то добавляется в список того же node, если пересекается, то вызывается функция polygon_split(). В конце функции происходит рекурсивный вызов функции, в которую передается ранее сформированные списки и правый или левый node.

```
void construct_bspTree(const vector<polygon> &polygons, node *n)
{
    int pol_i = polygon_index(polygons);
    n->pols.push_back(polygons[pol_i]);
    plane pl;
    to_plane(polygons[pol_i], pl);
    vector<polygon> polygons_front;
    vector<polygon> polygons_back;
    for (unsigned int i = 0; i < polygons.size(); ++i)
    {
        if (i != pol_i)
        {
            switch (distance(pl, polygons[i]))
            {
            case ON:
                n->pols.push_back(polygons[i]);
                break;
            case FRONT:
                polygons_front.push_back(polygons[i]);
                break;

            case BACK:
                polygons_back.push_back(polygons[i]);
                break;

            case HALF:
                polygon_split(pl, polygons[i], polygons_front, polygons_back);
                break;
            }
        }
    }
    allPollygons += n->pols.size();
    if (!polygons_front.empty())
    {
        n->right = new node;
        ++nodes;
        construct_bspTree(polygons_front, n->right);
    }
    else
    {
        n->right = nullptr;
    }
    if (!polygons_back.empty())
    {
        n->left = new node;
        ++nodes;
        construct_bspTree(polygons_back, n->left);
    }
    else
    {
        n->left = nullptr;
    }
}
```

Функция to_plane принимает на вход полигон и разбивающую плоскость, куда будет записывать результат выполнения программы. В начале

вычисляются 2 вектора, которые лежат в полигоне, затем с помощью функции cross, которая находит векторное произведение, находится нормаль плоскости. В конце вычисляется коэффициент плоскости с помощью функции dot, которая вычисляет скалярное произведение векторов.

```
void to_plane(const polygon &pol, plane &pl)
{
    vec3 u = {pol.p[1].x - pol.p[0].x, pol.p[1].y - pol.p[0].y, pol.p[1].z - pol.p[0].z};
    vec3 v = {pol.p[2].x - pol.p[0].x, pol.p[2].y - pol.p[0].y, pol.p[2].z - pol.p[0].z};

    // Вычисляем нормаль плоскости
    vec3 n = cross(u, v);

    pl.x = n.x;
    pl.y = n.y;
    pl.z = n.z;

    // Вычисляем w коэффициент плоскости путем взятия скалярного произведения вектора r к
    pl.w = -dot({pl.x, pl.y, pl.z}, pol.p[0]);
}
```

```
vec3 cross(vec3 u, vec3 v)
{
    vec3 res;
    res.x = u.y * v.z - v.y * u.z;
    res.y = v.x * u.z - u.x * v.z;
    res.z = u.x * v.y - v.x * u.y;
    return res;
}

float dot(vec3 p1, vec3 p2)
{
    return p1.x * p2.x + p1.y * p2.y + p1.z * p2.z;
}
float dot(vec4 p1, vec4 p2)
{
    return p1.x * p2.x + p1.y * p2.y + p1.z * p2.z + p1.w * p2.w;
}
```

Функция distance принимает на вход полигон и разбивающую плоскость и высчитывает скалярное произведение между каждым вектором полигона и разбивающей плоскостью. Если все 3 точки больше нуля, то полигон находится спереди, если меньше, то сзади, если все три веткора равны 0, то полигон находится в плоскости. Если все предыдущие условия не выполняется, значит разбивающая плоскость разбивает полигон.

```
dist_res distance(const plane &pl, const polygon &pol)
{
    float d1 = dot(pl, {pol.p[0].x, pol.p[0].y, pol.p[0].z, 1});
    float d2 = dot(pl, {pol.p[1].x, pol.p[1].y, pol.p[1].z, 1});
    float d3 = dot(pl, {pol.p[2].x, pol.p[2].y, pol.p[2].z, 1});
    if (d1 == 0 && d2 == 0 && d3 == 0)
    {
        return ON;
    }
    if (d1 < 0 && d2 > 0)
    {
        return HALF;
    }
    else
    {
        if (d3 <= 0)
        {
            return BACK;
        }
        else
        {
            return FRONT;
        }
    }
}
```

Функция polygon_split в зависимости от того, какой из векторов разбивается плоскостью, выбирается в каком порядке нужно передавать аргументы в функцию polygon_split.

```
void polygon_split(const plane &pl, const polygon &pol, vector<polygon> &polygons_front, vector<polygon> &polygons_back)
{
    float d1 = dot(pl, {pol.p[0].x, pol.p[0].y, pol.p[0].z, 1});
    float d2 = dot(pl, {pol.p[1].x, pol.p[1].y, pol.p[1].z, 1});
    float d3 = dot(pl, {pol.p[2].x, pol.p[2].y, pol.p[2].z, 1});

    if (d1 <= 0 && d2 >= 0 && d3 >= 0)
    {
        create_new_polygons(pl, pol.p[0], pol.p[1], pol.p[2], polygons_front, polygons_back);
    }
    else if (d2 <= 0 && d1 >= 0 && d3 >= 0)
    {
        create_new_polygons(pl, pol.p[1], pol.p[0], pol.p[2], polygons_front, polygons_back);
    }
    else if (d3 <= 0 && d1 >= 0 && d2 >= 0)
    {
        create_new_polygons(pl, pol.p[2], pol.p[0], pol.p[1], polygons_front, polygons_back);
    }
    else if (d1 >= 0 && d2 <= 0 && d3 <= 0)
    {
        create_new_polygons(pl, pol.p[0], pol.p[1], pol.p[2], polygons_back, polygons_front);
    }
    else if (d2 >= 0 && d1 <= 0 && d3 <= 0)
    {
        create_new_polygons(pl, pol.p[1], pol.p[0], pol.p[2], polygons_back, polygons_front);
    }
    else if (d3 >= 0 && d1 <= 0 && d2 <= 0)
    {
        create_new_polygons(pl, pol.p[0], pol.p[1], pol.p[2], polygons_back, polygons_front);
    }
}
```

В функция create_new_polygons находятся точки пересечения полигона и разбивающей плоскости, создается три полигона и добавляются в списки polygons_back и polygons_front.

```
void create_new_polygons(const plane &pl, const vec3 &a, const vec3 &b1, const vec3 &b2, vector<polygon> &polygons_a, vector<polygon> &polygons_
{
    vec3 i_ab1;
    plane_segment_intersection(pl, a, b1, i_ab1);

    vec3 i_ab2;
    plane_segment_intersection(pl, a, b2, i_ab2);

    polygon p_a;
    p_a.p[0] = a;
    p_a.p[1] = i_ab1;
    p_a.p[2] = i_ab2;
    polygons_a.push_back(p_a);

    polygon p_b1;
    p_b1.p[0] = b1;
    p_b1.p[1] = i_ab2;
    p_b1.p[2] = i_ab1;
    polygons_b.push_back(p_b1);

    polygon p_b2;
    p_b2.p[0] = b1;
    p_b2.p[1] = b2;
    p_b2.p[2] = i_ab2;
    polygons_b.push_back(p_b2);
}
```

Функция plane_segment_intersection принимает на вход вектор a, вектор b, разбивающую плоскость и вектор i, куда будет записываться результат. В начале вычисляется вектор rd, путем вычитания вектора b из вектора a. Затем вычисляется коэффициент t. Если он входит в промежуток [0;1], то точка

находится на векторе. Тогда вектор вектору i присваивается сумма a и вектора rd умноженному на t, иначе rd.

```
void plane_segment_intersection(const plane &pl, const vec3 &a, const vec3 &b, vec3 &i)
{
    vec3 rd = {b.x - a.x, b.y - a.y, b.z - a.z};

    float t = -(pl.w + dot(a, {pl.x, pl.y, pl.z})) / dot(rd, {pl.x, pl.y, pl.z});
    if (t >= 0 && t <= 1)
    {
        i = {a.x + t * rd.x, a.y + t * rd.y, a.z + t * rd.z};
    }
    else
    {
        i = rd;
    }
}
```

Функция delete_bspTree удаляет bsp-tree, путем рекурсивного обхода дерева и освобождения памяти.

```
void delete_bspTree(node *n)
{
    if (n->left != nullptr)
    {
        delete_bspTree(n->left);
    }

    if (n->right != nullptr)
    {
        delete_bspTree(n->right);
    }

    delete n;
}
```

Функция traverse_tree рекурсивно обходит каждый узел дерева и добавляет в список partitions все полигоны.

```
void traverse_tree(bsp_tree::node *tree, vector<bsp_tree::polygon> &partitions)
{

    if (tree == NULL)
        return;

    if (tree->right)
    {
        traverse_tree(tree->right, partitions);
    }
    if (tree->left)
    {
        traverse_tree(tree->left, partitions);
    }
    for (int i = 0; i < tree->pols.size(); i++)
    {
        partitions.push_back(tree->pols[i]);
    }
```

Дополнительные функции

Функция load_ply считывает данные с ply файла. В начале выполняются проверки, что файл соответствует ply формату. Затем считываются координаты и вершины. Каждой вершине сопоставляется координата, тем самым формируя полигон.

```cpp
void load_ply(const string &filename, vector<bsp_tree::polygon> &polygons)
{
    ifstream file(filename);
    if (!file.is_open())
        throw logic_error("Failed to open file");

    string line;
    if (!getline(file, line))
        throw logic_error("Failed to read file");

    if (line != "ply")
        throw logic_error("The file does not contain ply");

    unsigned int vertices_size;
    unsigned int faces_size;

    bool header = true;
    while (header && getline(file, line))
    {
        string s;
        stringstream iss(line);

        if (!(iss >> s))
            throw logic_error("Failed to read file");

        if (s == "format")
        {
            if (!(iss >> s))
                throw logic_error("The file does not contain format");

            if (s != "ascii")
                throw logic_error("The file does not contain ascii");
        }
        else if (s == "element")
        {
            unsigned int n;
            if (!(iss >> s >> n))
                throw logic_error("Failed to read file");

            if (s == "vertex")
            {
                vertices_size = n;
            }
            else if (s == "face")
            {
                faces_size = n;
            }
        }
        else if (s == "end_header")
        {
            header = false;
        }
    }
```

```
    vector<bsp_tree::vec3> vertices;
    vertices.resize(vertices_size);

    for (unsigned int i = 0; i < vertices_size; ++i)
    {
        if (!(file >> vertices[i].x >> vertices[i].y >> vertices[i].z))
            throw logic_error("Failed to read coordinates in file");
    }

    struct ply_polygon
    {
        unsigned int a, b, c;
    };

    vector<ply_polygon> faces;
    faces.resize(faces_size);
    polygons.resize(faces_size);
    for (unsigned int i = 0; i < faces_size; ++i)
    {
        unsigned int n;

        if (file >> n >> faces[i].a >> faces[i].b >> faces[i].c)
        {
            polygons[i].p[0] = vertices[faces[i].a];
            polygons[i].p[1] = vertices[faces[i].b];
            polygons[i].p[2] = vertices[faces[i].c];
        }
        else
            throw logic_error("Failed to read faces in file");

        if (n != 3)
            throw logic_error("All polygons must be triangles");
    }
}
```

Функция experiment высчитывает время выполнения функций initialization и traverse_tree.

```
void experiment(const vector<bsp_tree::polygon> &polygons)
{
    bsp_tree tree;
    double t;

    t = wtime();
    tree.initialization(polygons);
    t = wtime() - t;
    cout << "Time of construct bsp-tree: " << t << endl;

    vector<bsp_tree::polygon> partition;
    t = wtime();
    traverse_tree(tree.root, partition);
    t = wtime() - t;
    cout << "Time of traverse bsp-tree: " << t << endl;

    cout << "Polygons: " << polygons.size() << endl;
    cout << "Nodes: " << tree.get_nodes() << endl;
}
```

Функция wtime() возвращает нынешнее время в секундах.

```
double wtime()
{
    struct timeval t;
    gettimeofday(&t, NULL);
    double res = (double)t.tv_sec + (double)t.tv_usec * 1E-6;
    return res;
}
```

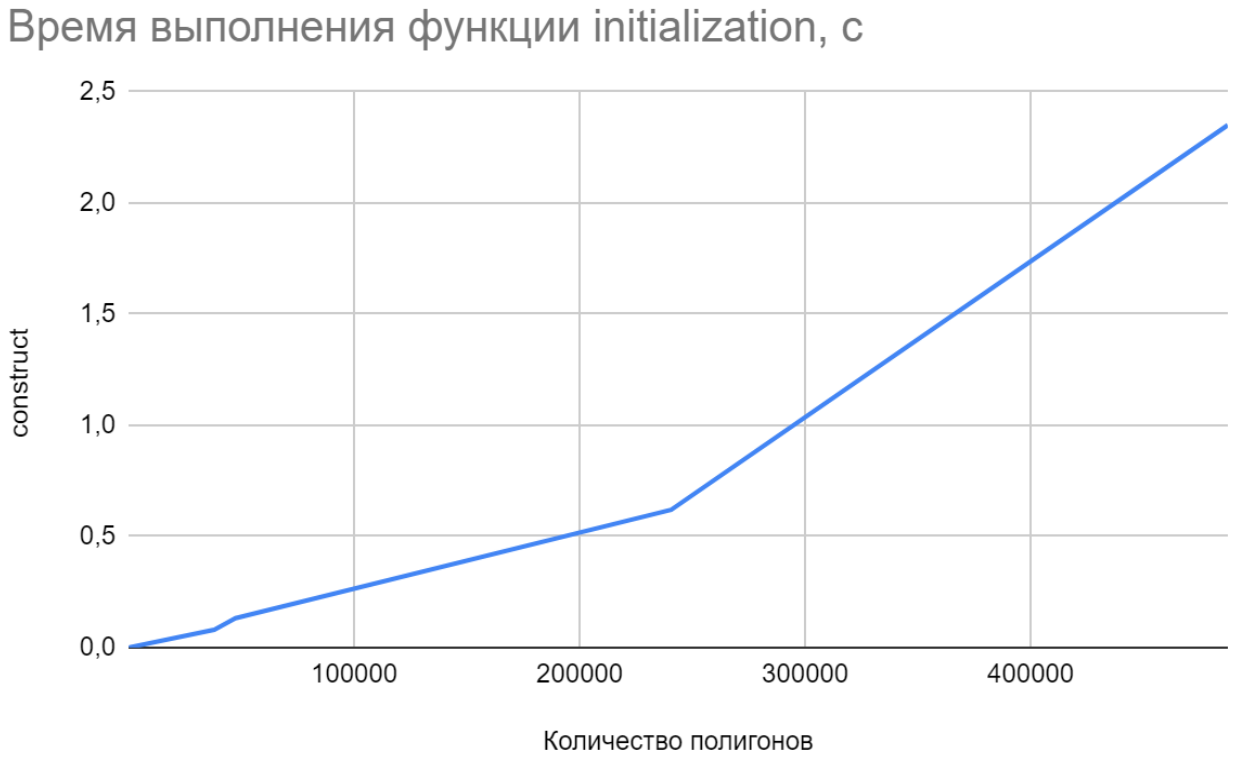
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМА

Результат выполнения программы

```
cube
Time of construct bsp-tree: 1.00136e-05
Time of traverse bsp-tree: 1.90735e-06
Polygons: 12
Nodes: 6
4cubes
Time of construct bsp-tree: 4.29153e-05
Time of traverse bsp-tree: 3.09944e-06
Polygons: 48
Nodes: 25
monkey
Time of construct bsp-tree: 0.00181985
Time of traverse bsp-tree: 9.48906e-05
Polygons: 967
Nodes: 2028
dragon.ply
Time of construct bsp-tree: 0.079174
Time of traverse bsp-tree: 0.004076
Polygons: 37986
Nodes: 88704
pharaon
Time of construct bsp-tree: 0.132076
Time of traverse bsp-tree: 0.00417399
Polygons: 47392
Nodes: 113543
highPolDragon
Time of construct bsp-tree: 0.619257
Time of traverse bsp-tree: 0.0284419
Polygons: 240600
Nodes: 666775
CheGuevara
Time of construct bsp-tree: 2.35613
Time of traverse bsp-tree: 0.0501192
Polygons: 487384
Nodes: 1119069
```

По полученным данным составим графики.

Графики функций initialization и traverse.



Результаты исследования

Сложность построения двоичного дерева поиска составляет O(nlogn), где n - количество узлов в дереве. Сложность обхода двоичного дерева поиска составляет O(n), где n - количество узлов в дереве.Таким образом, BSP дерево является эффективной структурой данных для хранения полигонов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения работы было разработано бинарное дерево поиска и проведено исследование его времени выполнения операции в зависимости от объема данных. Вычислительная сложность построения бинарного дерева поиска составляет O(nlogn), вычислительная сложность обхода бинарного дерева поиска составляет O(n). Осуществлено моделирование разработанного алгоритма, которое подтвердило его эффективность и быстродействие. Таким образом можно сделать вывод, что бинарное дерево является полезной структурой данных для хранения полигонов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ахо А. В., Хопкрофт Д., Ульман Д. Д. Структуры данных и алгоритмы. – М.: Вильямс,2001. – 384 с.
2. Кормен Т. Х., Лейзерсон Ч. И., Ривест Р. Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ.– 3-е изд. – М.: Вильямс, 2013. – 1328 с.
3. Кормен Т. Х. Алгоритмы: Вводный курс. - М.: Вильямс, 2014. - 208 с.
4. Левитин А. В. Алгоритмы: введение в разработку и анализ. – М.: Вильямс, 2006. –576 с.
5. Седжвик Р. Фундаментальные алгоритмы на C++. Анализ. Структуры данных. Сортировка. Поиск. – К.: ДиаСофт, 2001. – 688 с.
6. Скиена С. С. Алгоритмы. Руководство по разработке. – 2-е изд. – СПб: БХВ, 2011 – 720 с.
7. Макконнелл Дж. Основы современных алгоритмов. – 2-е изд. – М.: Техносфера, 2004.– 368 с.
8. Миллер Р. Последовательные и параллельные алгоритмы: общий подход. – М.: БИНОМ, 2006. – 406 с.
9. Сегаран Т. Программируем коллективный разум. – М.: Символ-Плюс, 2008. – 368 с.
10. https://en.wikipedia.org/wiki/Binary_space_partitioning

ПРИЛОЖЕНИЕ

Исходный код программы

```
1  #include <iostream>
2  #include <cstdlib>
3  #include <fstream>
4  #include <vector>
5  #include <sstream>
6  #include <sys/time.h>
7  using namespace std;
8  class bsp_tree
9  {
10 public:
11    struct vec3
12    {
13       float x;
14       float y;
15       float z;
16    };
17    struct vec4
18    {
19       float x;
20       float y;
21       float z;
22       float w;
23    };
24    typedef vec4 plane;
25    struct polygon
26    {
27       vec3 p[3];
28    };
29    struct node
30    {
31       node *left;
32       node *right;
33       vector<polygon> pols; // список всех узлов, находящизся в одной плоскости
34    };
35    node *root;
36    enum dist_res
37    {
38       ON = 0,
39       FRONT = 1,
40       BACK = 2,
41       HALF = 3
42    };
43
44    int nodes;
45    int allPollygons;
```

```
46      vec3 cross(vec3 u, vec3 v)
47      {
48          vec3 res;
49          res.x = u.y * v.z - v.y * u.z;
50          res.y = v.x * u.z - u.x * v.z;
51          res.z = u.x * v.y - v.x * u.y;
52          return res;
53      }
54      float dot(vec3 p1, vec3 p2)
55      {
56          return p1.x * p2.x + p1.y * p2.y + p1.z * p2.z;
57      }
58      float dot(vec4 p1, vec4 p2)
59      {
60          return p1.x * p2.x + p1.y * p2.y + p1.z * p2.z + p1.w * p2.w;
61      }
62      int polygon_index(const vector<polygon> &polygons)
63      {
64          return rand() % polygons.size();
65      }
66      void plane_segment_intersection(const plane &pl, const vec3 &a, const vec3 &b, vec3 &i)
67      {
68          vec3 rd = {b.x - a.x, b.y - a.y, b.z - a.z};
69
70          float t = -(pl.w + dot(a, {pl.x, pl.y, pl.z})) / dot(rd, {pl.x, pl.y, pl.z});
71          if (t >= 0 && t <= 1)
72          {
73              i = {a.x + t * rd.x, a.y + t * rd.y, a.z + t * rd.z};
74          }
75          else
76          {
77              i = rd;
78          }
79      }
80      void create_new_polygons(const plane &pl, const vec3 &a, const vec3 &b1, const vec3
81  &b2, vector<polygon> &polygons_a, vector<polygon> &polygons_b)
82      {
83          vec3 i_ab1;
84          plane_segment_intersection(pl, a, b1, i_ab1);
85
86          vec3 i_ab2;
87          plane_segment_intersection(pl, a, b2, i_ab2);
88
89          polygon p_a;
90          p_a.p[0] = a;
91          p_a.p[1] = i_ab1;
92          p_a.p[2] = i_ab2;
93          polygons_a.push_back(p_a);
94
```

```
95          polygon p_b1;
96          p_b1.p[0] = b1;
97          p_b1.p[1] = i_ab2;
98          p_b1.p[2] = i_ab1;
99          polygons_b.push_back(p_b1);
100
101         polygon p_b2;
102         p_b2.p[0] = b1;
103         p_b2.p[1] = b2;
104         p_b2.p[2] = i_ab2;
105         polygons_b.push_back(p_b2);
106     }
107     void polygon_split(const plane &pl, const polygon &pol, vector<polygon>
108 &polygons_front, vector<polygon> &polygons_back)
109     {
110         float d1 = dot(pl, {pol.p[0].x, pol.p[0].y, pol.p[0].z, 1});
111         float d2 = dot(pl, {pol.p[1].x, pol.p[1].y, pol.p[1].z, 1});
112         float d3 = dot(pl, {pol.p[2].x, pol.p[2].y, pol.p[2].z, 1});
113
114         if (d1 <= 0 && d2 >= 0 && d3 >= 0)
115         {
116             create_new_polygons(pl, pol.p[0], pol.p[1], pol.p[2], polygons_front, polygons_back);
117         }
118         else if (d2 <= 0 && d1 >= 0 && d3 >= 0)
119         {
120             create_new_polygons(pl, pol.p[1], pol.p[0], pol.p[2], polygons_front, polygons_back);
121         }
122         else if (d3 <= 0 && d1 >= 0 && d2 >= 0)
123         {
124             create_new_polygons(pl, pol.p[2], pol.p[0], pol.p[1], polygons_front, polygons_back);
125         }
126         else if (d1 >= 0 && d2 <= 0 && d3 <= 0)
127         {
128             create_new_polygons(pl, pol.p[0], pol.p[1], pol.p[2], polygons_back, polygons_front);
129         }
130         else if (d2 >= 0 && d1 <= 0 && d3 <= 0)
131         {
132             create_new_polygons(pl, pol.p[1], pol.p[0], pol.p[2], polygons_back, polygons_front);
133         }
134         else if (d3 >= 0 && d1 <= 0 && d2 <= 0)
135         {
136             create_new_polygons(pl, pol.p[0], pol.p[1], pol.p[2], polygons_back, polygons_front);
137         }
138     }
139     // вычисляем уравнение плоскости на основе многоугольника,
140     // а функция расстояния определяет положение многоугольника относительно
141 плоскости
142     void to_plane(const polygon &pol, plane &pl)
143     {
```

```
144         vec3 u = {pol.p[1].x - pol.p[0].x, pol.p[1].y - pol.p[0].y, pol.p[1].z - pol.p[0].z};
145         vec3 v = {pol.p[2].x - pol.p[0].x, pol.p[2].y - pol.p[0].y, pol.p[2].z - pol.p[0].z};
146
147         // Вычисляем нормаль плоскости
148         vec3 n = cross(u, v);
149
150         pl.x = n.x;
151         pl.y = n.y;
152         pl.z = n.z;
153
154         // Вычисляем w коэффициент плоскости путем взятия скалярного произведения
155 вектора r и точки многоугольника
156         pl.w = -dot({pl.x, pl.y, pl.z}, pol.p[0]);
157     }
158
159     dist_res distance(const plane &pl, const polygon &pol)
160     {
161         float d1 = dot(pl, {pol.p[0].x, pol.p[0].y, pol.p[0].z, 1});
162         float d2 = dot(pl, {pol.p[1].x, pol.p[1].y, pol.p[1].z, 1});
163         float d3 = dot(pl, {pol.p[2].x, pol.p[2].y, pol.p[2].z, 1});
164         if (d1 == 0 && d2 == 0 && d3 == 0)
165         {
166             return ON;
167         }
168         if (d1 < 0 && d2 > 0)
169         {
170             return HALF;
171         }
172         else
173         {
174             if (d3 <= 0)
175             {
176                 return BACK;
177             }
178             else
179             {
180                 return FRONT;
181             }
182         }
183     }
184     void construct_bspTree(const vector<polygon> &polygons, node *n)
185     {
186         int pol_i = polygon_index(polygons);
187         n->pols.push_back(polygons[pol_i]);
188
189         plane pl;
190         to_plane(polygons[pol_i], pl);
191
192         vector<polygon> polygons_front;
```

```
193         vector<polygon> polygons_back;
194
195         for (unsigned int i = 0; i < polygons.size(); ++i)
196         {
197             if (i != pol_i)
198             {
199                 switch (distance(pl, polygons[i]))
200                 {
201                 case ON:
202                     n->pols.push_back(polygons[i]);
203                     break;
204                 case FRONT:
205                     polygons_front.push_back(polygons[i]);
206                     break;
207
208                 case BACK:
209                     polygons_back.push_back(polygons[i]);
210                     break;
211
212                 case HALF:
213                     polygon_split(pl, polygons[i], polygons_front, polygons_back);
214                     break;
215                 }
216             }
217         }
218
219         allPollygons += n->pols.size();
220
221         if (!polygons_front.empty())
222         {
223             n->right = new node;
224             ++nodes;
225             construct_bspTree(polygons_front, n->right);
226         }
227         else
228         {
229             n->right = nullptr;
230         }
231
232         if (!polygons_back.empty())
233         {
234             n->left = new node;
235             ++nodes;
236             construct_bspTree(polygons_back, n->left);
237         }
238         else
239         {
240             n->left = nullptr;
241         }
```

```
242     }
243     void initialization(const vector<polygon> &polygons)
244     {
245         if (polygons.empty())
246         {
247             return;
248         }
249
250         allPollygons = 0;
251
252         root = new node;
253         nodes = 1;
254         construct_bspTree(polygons, root);
255     }
256
257     ~bsp_tree()
258     {
259         delete_bspTree(root);
260     }
261
262     void delete_bspTree(node *n)
263     {
264         if (n->left != nullptr)
265         {
266             delete_bspTree(n->left);
267         }
268
269         if (n->right != nullptr)
270         {
271             delete_bspTree(n->right);
272         }
273
274         delete n;
275     }
276
277     int get_nodes()
278     {
279         return nodes;
280     }
281
282     int get_fragments()
283     {
284         return allPollygons;
285     }
286 };
287 double wtime()
288 {
289     struct timeval t;
290     gettimeofday(&t, NULL);
```

```
291     double res = (double)t.tv_sec + (double)t.tv_usec * 1E-6;
292     return res;
293 }
294 void load_ply(const string &filename, vector<bsp_tree::polygon> &polygons)
295 {
296     ifstream file(filename);
297     if (!file.is_open())
298         throw logic_error("Failed to open file");
299 
300     string line;
301     if (!getline(file, line))
302         throw logic_error("Failed to read file");
303 
304     if (line != "ply")
305         throw logic_error("The file does not contain ply");
306 
307     unsigned int vertices_size;
308     unsigned int faces_size;
309 
310     bool header = true;
311     while (header && getline(file, line))
312     {
313         string s;
314         stringstream iss(line);
315 
316         if (!(iss >> s))
317             throw logic_error("Failed to read file");
318 
319         if (s == "format")
320         {
321             if (!(iss >> s))
322                 throw logic_error("The file does not contain format");
323 
324             if (s != "ascii")
325                 throw logic_error("The file does not contain ascii");
326         }
327         else if (s == "element")
328         {
329             unsigned int n;
330             if (!(iss >> s >> n))
331                 throw logic_error("Failed to read file");
332 
333             if (s == "vertex")
334             {
335                 vertices_size = n;
336             }
337             else if (s == "face")
338             {
339                 faces_size = n;
```

```
340             }
341         }
342         else if (s == "end_header")
343         {
344             header = false;
345         }
346     }
347
348     vector<bsp_tree::vec3> vertices;
349     vertices.resize(vertices_size);
350
351     for (unsigned int i = 0; i < vertices_size; ++i)
352     {
353         if (!(file >> vertices[i].x >> vertices[i].y >> vertices[i].z))
354             throw logic_error("Failed to read coordinates in file");
355     }
356
357     struct ply_polygon
358     {
359         unsigned int a, b, c;
360     };
361
362     vector<ply_polygon> faces;
363     faces.resize(faces_size);
364     polygons.resize(faces_size);
365     for (unsigned int i = 0; i < faces_size; ++i)
366     {
367         unsigned int n;
368
369         if (file >> n >> faces[i].a >> faces[i].b >> faces[i].c)
370         {
371             polygons[i].p[0] = vertices[faces[i].a];
372             polygons[i].p[1] = vertices[faces[i].b];
373             polygons[i].p[2] = vertices[faces[i].c];
374         }
375         else
376             throw logic_error("Failed to read faces in file");
377
378         if (n != 3)
379             throw logic_error("All polygons must be triangles");
380     }
381 }
382 void traverse_tree(bsp_tree::node *tree, vector<bsp_tree::polygon> &partitions)
383 {
384
385     if (tree == NULL)
386         return;
387
388     if (tree->right)
```

```
389     {
390         traverse_tree(tree->right, partitions);
391     }
392     if (tree->left)
393     {
394         traverse_tree(tree->left, partitions);
395     }
396     for (int i = 0; i < tree->pols.size(); i++)
397     {
398         partitions.push_back(tree->pols[i]);
399     }
400 }
401 void experiment(const vector<bsp_tree::polygon> &polygons)
402 {
403     bsp_tree tree;
404     double t;
405 
406     t = wtime();
407     tree.initialization(polygons);
408     t = wtime() - t;
409     cout << "Time of construct bsp-tree: " << t << endl;
410 
411     vector<bsp_tree::polygon> partition;
412     t = wtime();
413     traverse_tree(tree.root, partition);
414     t = wtime() - t;
415     cout << "Time of traverse bsp-tree: " << t << endl;
416 
417     cout << "Polygons: " << polygons.size() << endl;
418     cout << "Nodes: " << tree.get_nodes() << endl;
419 }
420 int main(int argc, char **argv)
421 {
422     srand(time(NULL));
423     cout << "cube" << endl;
424     vector<bsp_tree::polygon> polygons;
425     try
426     {
427         load_ply("models/cube.ply", polygons);
428     }
429     catch (const exception &ex)
430     {
431         cerr << "The file format must be ply. " << ex.what() << endl;
432         exit(1);
433     }
434     experiment(polygons);
435     polygons.clear();
436 
437     cout << "4cubes" << endl;
```

```
438     try
439     {
440         load_ply("models/4cubes.ply", polygons);
441     }
442     catch (const exception &ex)
443     {
444         cerr << "The file format must be ply. " << ex.what() << endl;
445         exit(1);
446     }
447     experiment(polygons);
448     polygons.clear();
449 
450     cout << "monkey" << endl;
451     try
452     {
453         load_ply("models/monkey.ply", polygons);
454     }
455     catch (const exception &ex)
456     {
457         cerr << "The file format must be ply. " << ex.what() << endl;
458         exit(1);
459     }
460     experiment(polygons);
461     polygons.clear();
462 
463     cout << "dragon.ply" << endl; // 37986
464     try
465     {
466         load_ply("models/dragon.ply", polygons);
467     }
468     catch (const exception &ex)
469     {
470         cerr << "The file format must be ply. " << ex.what() << endl;
471         exit(1);
472     }
473     experiment(polygons);
474     polygons.clear();
475 
476     cout << "pharaon" << endl; // 47392
477     try
478     {
479         load_ply("models/pharaon.ply", polygons);
480     }
481     catch (const exception &ex)
482     {
483         cerr << "The file format must be ply. " << ex.what() << endl;
484         exit(1);
485     }
486     experiment(polygons);
```

```
487     polygons.clear();
488     cout << "highPolDragon" << endl; // 240600
489     try
490     {
491         load_ply("models/highPolDragon.ply", polygons);
492     }
493     catch (const exception &ex)
494     {
495         cerr << "The file format must be ply. " << ex.what() << endl;
496         exit(1);
497     }
498     experiment(polygons);
499     polygons.clear();
500     cout << "CheGuevara" << endl; // 487384
501     try
502     {
503         load_ply("models/CheGuevara.ply", polygons);
504     }
505     catch (const exception &ex)
506     {
507         cerr << "The file format must be ply. " << ex.what() << endl;
508         exit(1);
509     }
510     experiment(polygons);
511     polygons.clear();
512     return 0;
513 }
514
```