EJERCICIO 03 - Estadistica Computacional

Byron Caices Lima

2023-10-13

```r
library("Rlab")
```

```
## Rlab 4.0 attached.
```

```
##
## Attaching package: 'Rlab'
```

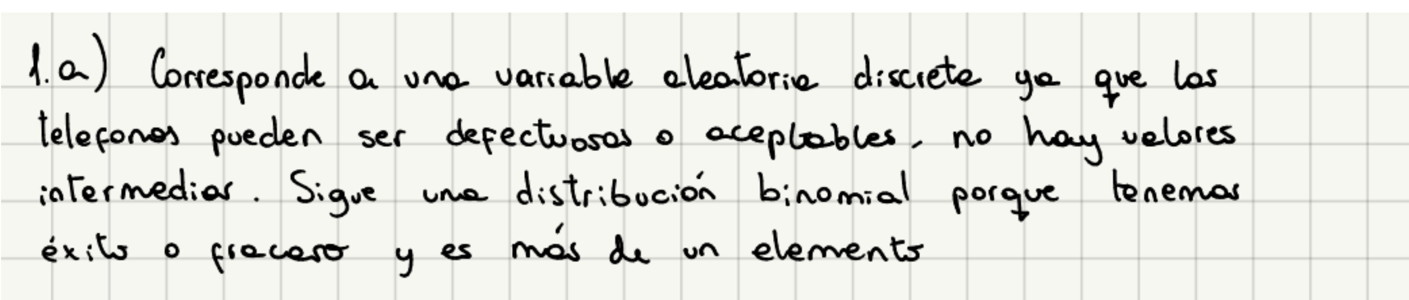
```
## The following objects are masked from 'package:stats':
##
##     dexp, dgamma, dweibull, pexp, pgamma, pweibull, qexp, qgamma,
##     qweibull, rexp, rgamma, rweibull
```

```
## The following object is masked from 'package:datasets':
##
##     precip
```

```r
library("ggplot2")
```

1. En una fábrica de teléfonos, tres teléfonos son seleccionados aleatoriamente por trabajadores para evaluar su calidad. Cada teléfono es categorizado como “aceptable” o “defectuoso” según los resultados de su evaluación. Si la probabilidad de que un teléfono sea aceptable es del 0.75 y las evaluaciones son independientes:

a) (0.5 puntos) Identifica el tipo de variable aleatoria y la distribución que sigue.


1.a) Corresponde a una variable aleatoria discreta ya que los telefonos pueden ser defectuosos o aceptables, no hay valores intermedios. Sigue una distribución binomial porque tenemos éxito o fracaso y es más de un elemento

Pregunta1A

b) (0.75 puntos) Determina la función de probabilidad de masa.

1.b) La funcion de prob. de masa está dado por:

$p(\text{exito}) = 0.75$

$q(\text{fracaso}) = 0.25$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot \underbrace{(1-p)}_{q}^{\,n-k}$$

Ahora para $K \in \{0,1,2,3\}$ con $n=3$ se tiene

$$P(X=0) = \binom{3}{0} \cdot 0{,}75^0 \cdot 0{,}25^3 = 0{,}25^3 = 0{,}015625$$

$$P(x=1) = \binom{3}{1} \cdot 0{,}75^1 \cdot 0{,}25^2 = 0{,}140625$$

$$P(x=2) = \binom{3}{2} \cdot 0{,}75^2 \cdot 0{,}25^1 = 0{,}421875$$

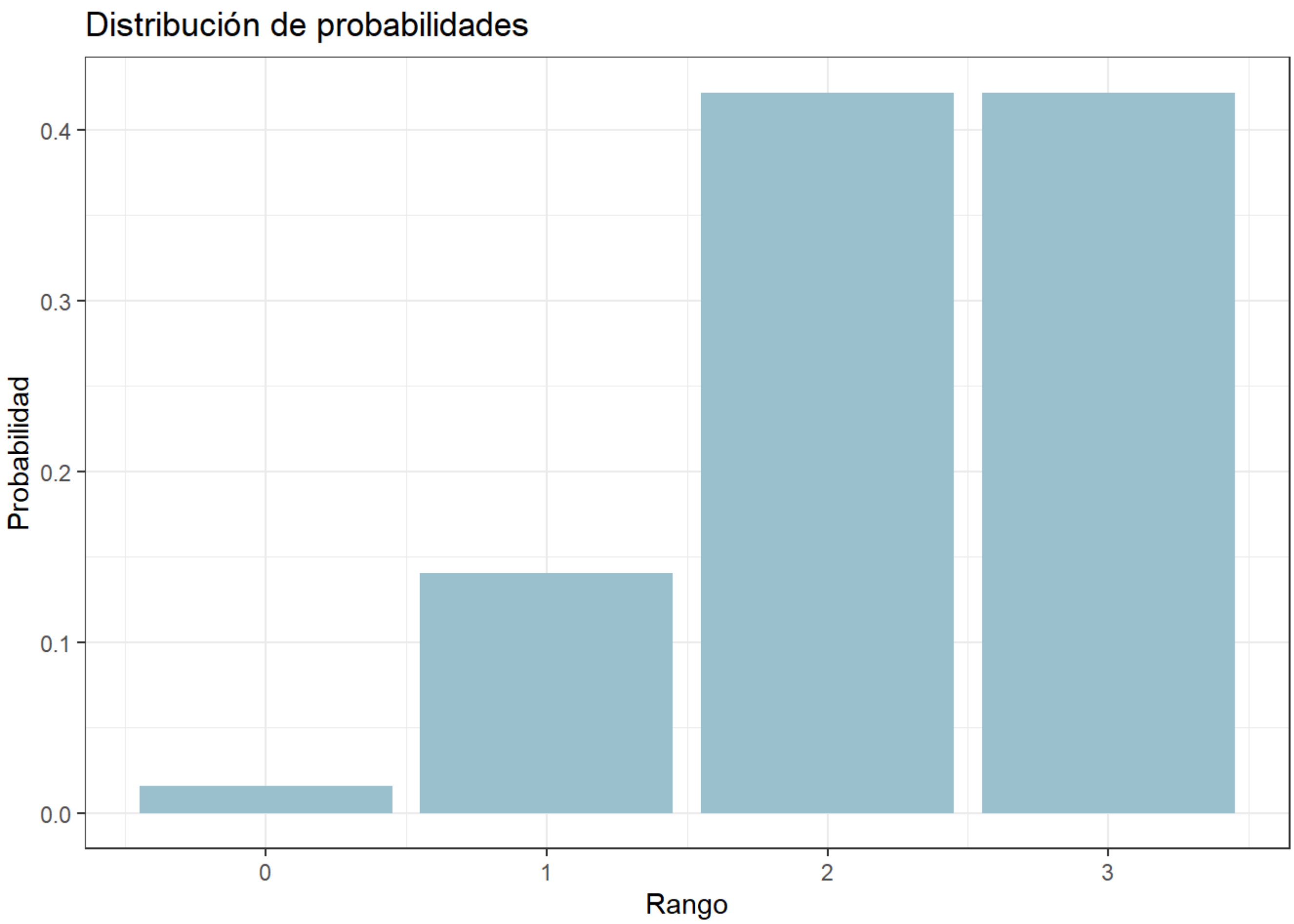
$$P(x=3) = \binom{3}{3} \cdot 0{,}75^3 \cdot 0{,}25^0 = 0{,}421875$$

Pregunta1B

c) (0.75 puntos) Grafica la distribución.

```
rango = seq(0,3) # define los k
distribucion = dbinom(rango, size = 3,prob = 0.75) # size = n
datos=data.frame(rango,distribucion)
#Gráfico

grafico = ggplot(data=datos,aes(x=rango,y=distribucion))
grafico = grafico + geom_bar(stat="identity",fill="lightblue3")
grafico = grafico + theme_bw() + ggtitle("Distribución de probabilidades")
grafico = grafico + xlab("Rango") + ylab("Probabilidad")
plot(grafico)
```


Distribución de probabilidades
Probabilidad
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0
1
2
3
Rango

2. En un estudio clínico, los voluntarios son examinados para encontrar un gen asociado a la aparición de cáncer. La probabilidad de que una persona tenga el gen es del 0.15. Si se asume que la evaluación de una persona es independiente de otra:

a) (0.5 puntos) Señala el tipo de variable aleatoria y la distribución que sigue.

2.a) V.A discreta. Sigue distribución binomial negativa dado que en la b nos preguntan por prob de que se necesiten k intentos para obtener r exitos

$p = 0,15$

$1-p = 0,85 \quad r = 3$

Pregunta2A

b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que seis o más evaluaciones deban ser efectuadas para detectar a tres personas portadoras del gen?

b) $P(x \geq 6) = 1 - P(x < 6)$

$= 1 - (P(x=5) + P(x=4) + P(x=3))$

$P(x=5) = \binom{5-1}{3-1} \cdot 0,15^3 \cdot 0,85^2 = 0,014631$

$P(x=4) = \binom{4-1}{3-1} \cdot 0,15^3 \cdot 0,85^1 = 0,008606$

$P(x=3) = \binom{3-1}{3-1} \cdot 0,15^3 \cdot 0,85^0 = 0,003375$

$\Rightarrow P(x \geq 6) = 0,9733$

∴ la P de que se necesiten 6 o más ensayos para obtener r exitos es de un 97,3 %.

Pregunta2B

```
#p_x_5 = choose(5-1,3-1)
p = 0.15
q = 0.85

# Probabilidad de que se necesiten 5 o menos ensayos para detectar a 3 personas portadoras del g
        en
prob_5_o_menos = pnbinom(5 - 3, size = 3, prob = p)

# Probabilidad de que seis o más evaluaciones deban ser efectuadas para detectar a tres personas
        portadoras del gen
prob_6_o_mas = 1 - prob_5_o_menos

cat("La probabilidad de que se necesiten 6 o más ensayos para obtener 3 exitos es de un",prob_6_
        o_mas*100,"%")
```

```
## La probabilidad de que se necesiten 6 o más ensayos para obtener 3 exitos es de un 97.33881 %
```

c) (0.75 puntos) ¿Cuál es el número esperado de evaluaciones que debes realizar para detectar tres personas portadoras del gen?

c) el valor esperado de ensayos para obtener 3 éxitos:

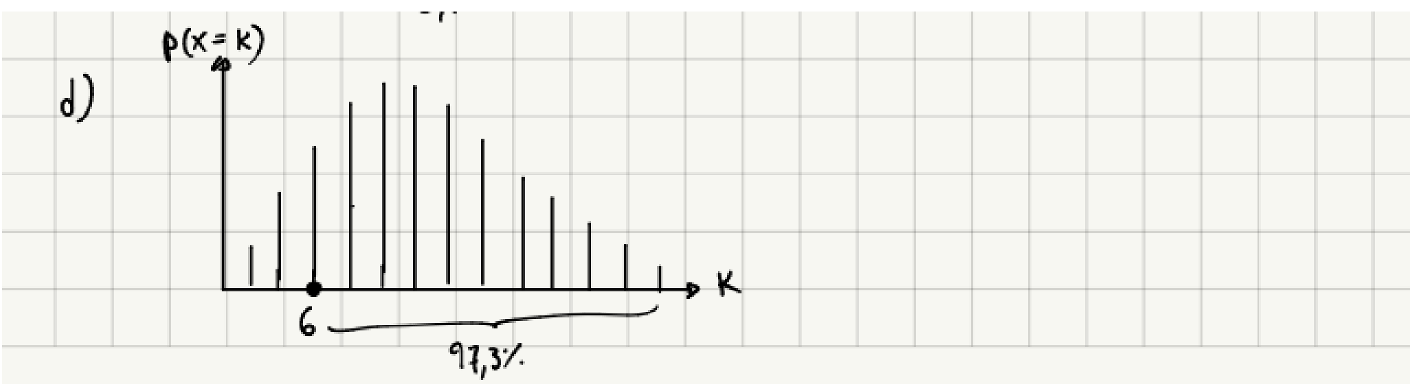
$$E(3) = \frac{3}{0,15} = 20.$$

Pregunta2C

```
cat("E[3] =",3/0.15)
```

```
## E[3] = 20
```

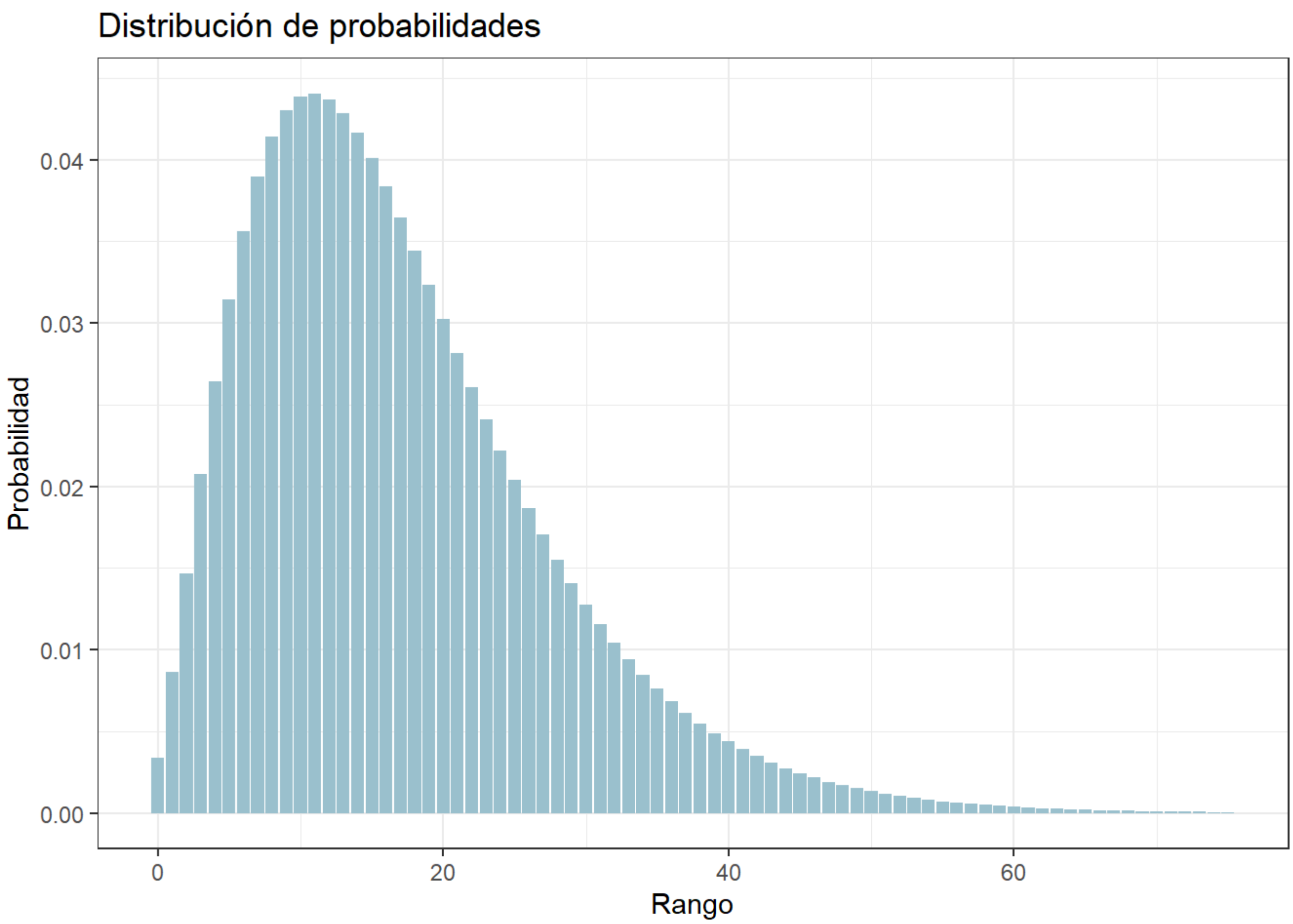
d) (0.75 puntos) Grafica la distribución



Pregunta2D

```r
rango = seq(0,75) # define los k
distribucion = dnbinom(x = rango, size = 3,prob = 0.15) # size = n
datos=data.frame(rango,distribucion)
#Gráfico

grafico = ggplot(data=datos,aes(x=rango,y=distribucion))
grafico = grafico + geom_bar(stat="identity",fill="lightblue3")
grafico = grafico + theme_bw() + ggtitle("Distribución de probabilidades")
grafico = grafico + xlab("Rango") + ylab("Probabilidad")
plot(grafico)
```



3. En una tienda en línea, el 30 % de los clientes realiza una compra después de ver un producto en oferta. Supongamos que observamos a 100 clientes que visitan la tienda en línea.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 25 de estos 100 clientes realicen una compra después de ver un producto en oferta?

3.a) $p: 0{,}3$ $\quad n: 100$

$q: 0{,}7$ $\quad K: 25$

$$P(X=25) = \binom{100}{25} \cdot 0{,}3^{25} \cdot 0{,}7^{75} = 0{,}04955 = 4{,}96\%$$

```
p = 0.3
q = 0.7
n = 100
k = 25

cat("La probabilidad es", dbinom(25,100,0.3)*100,"%")
```

```
## La probabilidad es 4.955992 %
```

b) (1.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 40 clientes realicen una compra después de ver un producto en oferta?

$$3.b) \quad P(X>40) = 1 - P(X \leq 40) = \underbrace{1 - \sum_{i=0}^{40} P(X=i)}_{\text{Por calcular con R}}$$

1,25%

```
n = 100  # Número de ensayos
p = 0.3  # Probabilidad de éxito (puedes cambiar este valor según tus necesidades)

# Calcular la suma de probabilidades desde i=0 hasta i=40
suma_probabilidades = sum(dbinom(0:40, n, p))

# Calcular el complemento de la suma
complemento = 1 - suma_probabilidades

cat("La prob de que más de 40 clientes realicen una compra después de ver un producto es",comple
        mento*100,"%")
```

```
## La prob de que más de 40 clientes realicen una compra después de ver un producto es 1.249841
%
```

c) (0.75 puntos) ¿Cuál es el número esperado de clientes que realizarán una compra después de ver un producto en oferta entre los 100 observados?

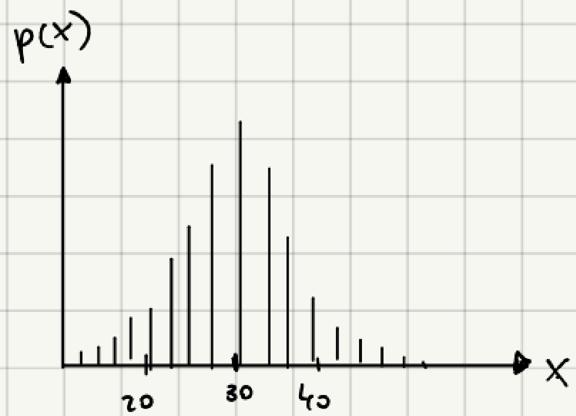
3.c) $E(X) = 100 \cdot 0,3 = 30$. Se espera que 30 compren

```
cat("E[X] =",100*0.3,"Por tanto, se espera que 30 compren")
```

```
## E[X] = 30 Por tanto, se espera que 30 compren
```

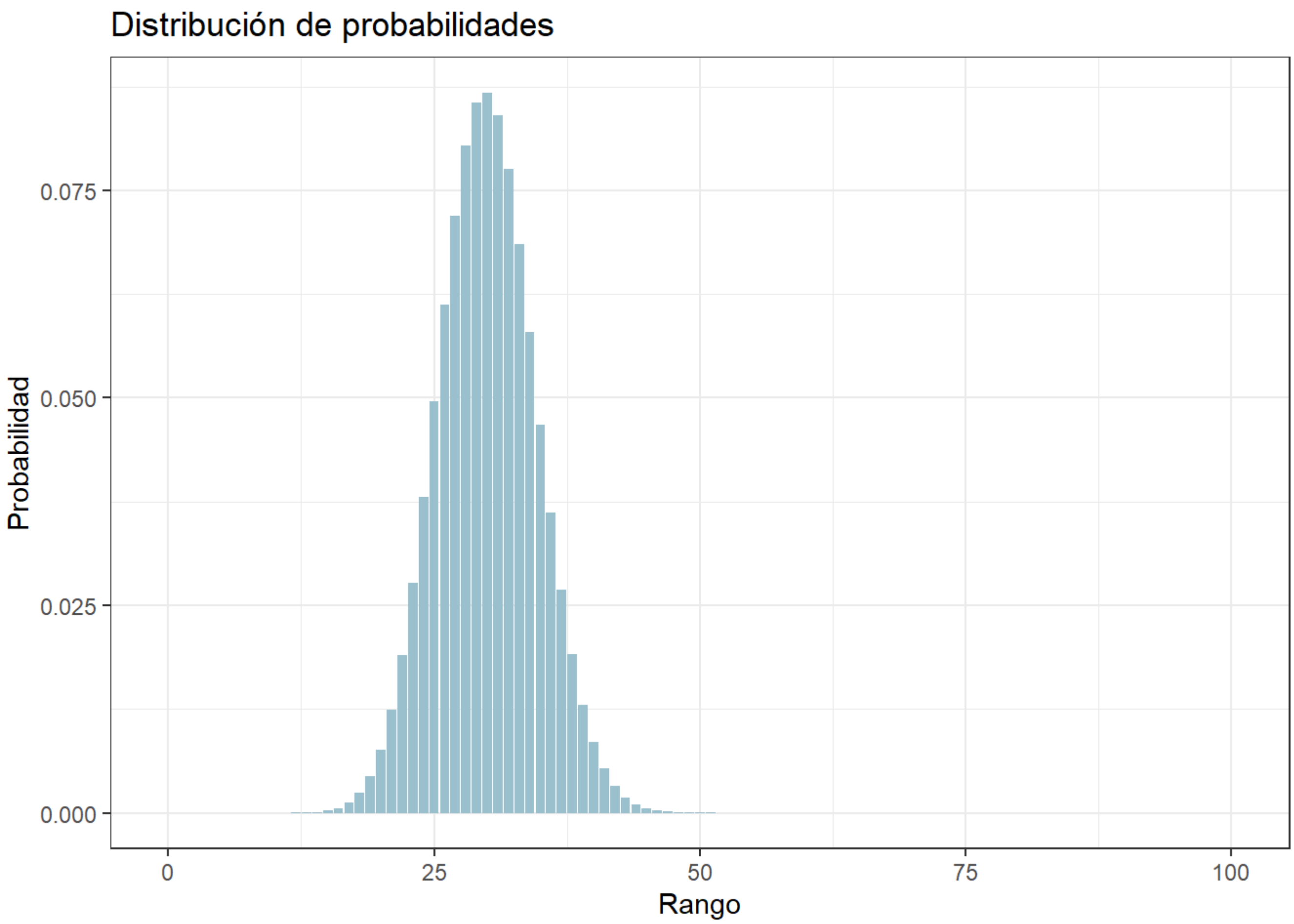
d) (0.75 puntos) Grafica la distribución.

3.d)




```
rango = seq(0,100) # define los k
distribucion = dbinom(x = rango, size = n,prob = 0.3) # size = n
datos=data.frame(rango,distribucion)
#Gráfico

grafico = ggplot(data=datos,aes(x=rango,y=distribucion))
grafico = grafico + geom_bar(stat="identity",fill="lightblue3")
grafico = grafico + theme_bw() + ggtitle("Distribución de probabilidades")
grafico = grafico + xlab("Rango") + ylab("Probabilidad")
plot(grafico)
```



4. Una empresa contrata a 600 hombres menores de 50 años. Supongamos que el 25 % tiene un marcador en el cromosoma masculino que indica un mayor riesgo de cáncer de próstata.

a) (0.5 puntos) Indica el tipo de variable aleatoria y la distribución que sigue.

4.a) Como el experimento tiene exito o fracaso, sigue una distribución binomial con V.A discreta

b) (1 punto) Si a 15 hombres de la empresa se les hace la prueba del marcador en este cromosoma, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 2 hombres tengan el marcador?

4.b) $n = 15$ $\quad p = 0{,}25$

$k = 2$ $\quad q = 0{,}75$

$$p(X=2) = \frac{15!}{2! \cdot 13!} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^{13} = \frac{15 \cdot 14}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^{13}$$

$$= 15{,}6\ \%$$

Pregunta4B

```r
n = 15
k = 2
p = 0.25
q = 0.75

p_x_2 = dbinom(2,15,0.25)
cat("La prob de que 2 hombres tengan el marcador es",p_x_2*100,"%")
```

```
## La prob de que 2 hombres tengan el marcador es 15.5907 %
```

c) (0.75 puntos) Si a 15 hombres de la empresa se les hace la prueba del marcador en este cromosoma, ¿cuál es la probabilidad de que más de 2 tengan el marcador?

4.c) $P(x > 2) = 1 - P(x \leq 2) = 1 - \sum_{i=0}^{2} P(x=i)$

$$P(x > 2) = 1 - \left[\frac{15 \cdot 14}{2} \cdot 0{,}25^{2} \cdot 0{,}75^{13}\right] - \left[15 \cdot 0{,}25^{1} \cdot 0{,}75^{14}\right] - \left[0{,}75^{15}\right]$$

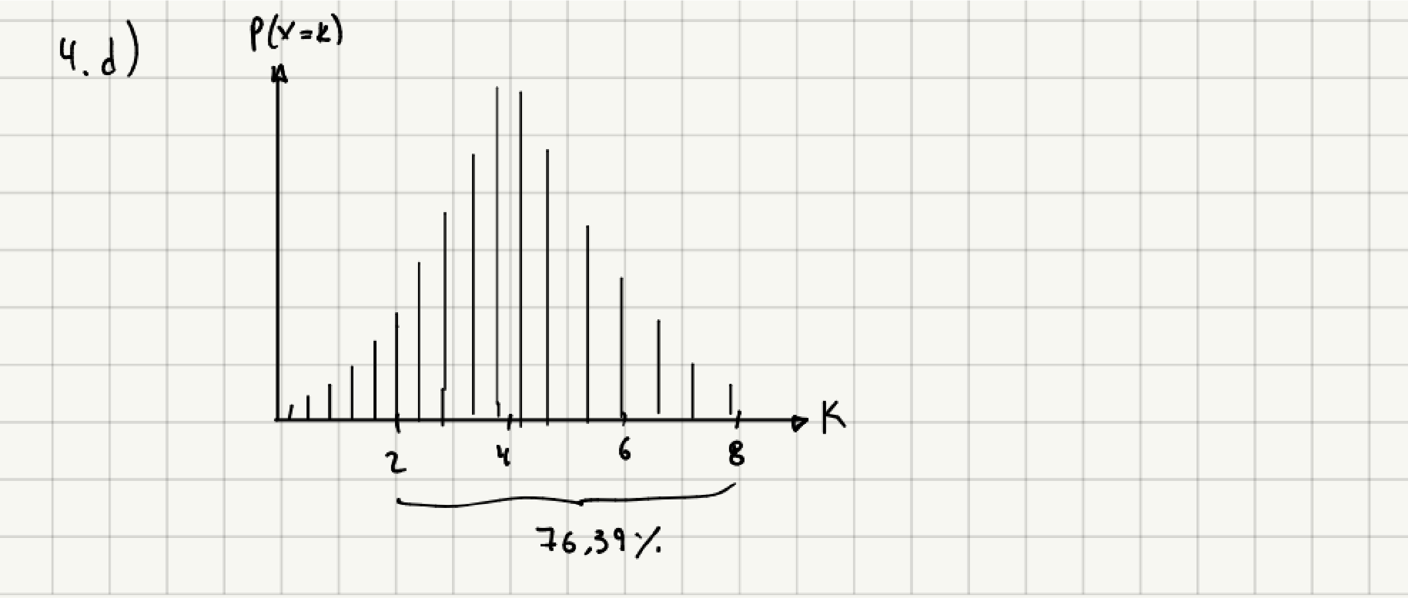
$$P(x > 2) = 76{,}39\%$$

Pregunta4C

```r
p_mayores_a_2 = 1 - sum(dbinom(0:2,15,0.25))
cat("La prob de que más de 2 tengan el marcador es",p_mayores_a_2*100,"%")
```

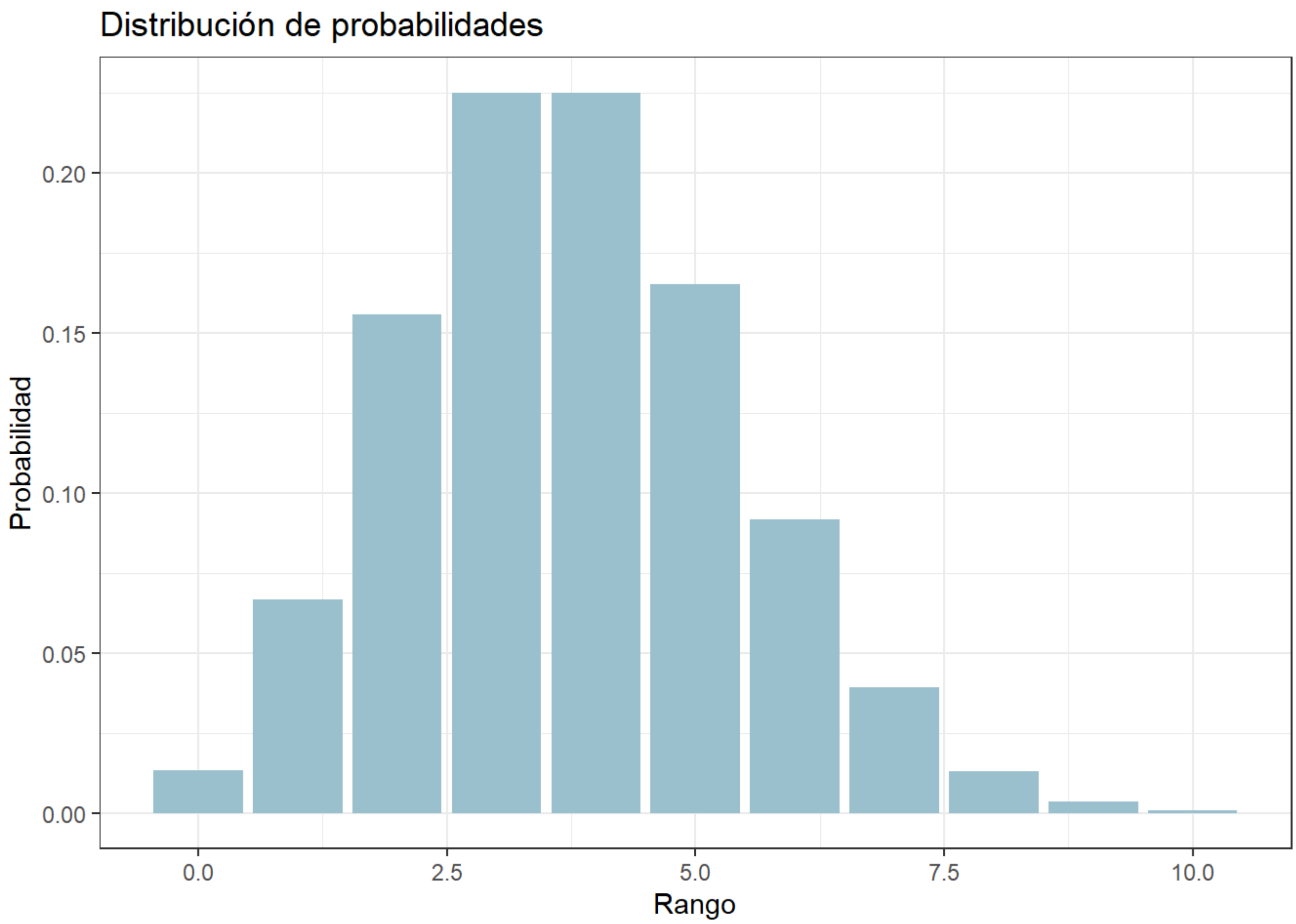
```
## La prob de que más de 2 tengan el marcador es 76.39122 %
```

d) (0.75 puntos) Grafica la distribución.




```
rango = seq(0,10) # define los k
distribucion = dbinom(x = rango, size = n,prob = p) # size = n
datos=data.frame(rango,distribucion)
#Gráfico

grafico = ggplot(data=datos,aes(x=rango,y=distribucion))
grafico = grafico + geom_bar(stat="identity",fill="lightblue3")
grafico = grafico + theme_bw() + ggtitle("Distribución de probabilidades")
grafico = grafico + xlab("Rango") + ylab("Probabilidad")
plot(grafico)
```



5. El número de llamadas telefónicas que llegan a una central telefónica se modela como una variable aleatoria de Poisson. Supongamos que en promedio hay 6 llamadas por hora

a) (0.5 puntos) Identifica el tipo de variable aleatoria y la distribución que sigue.

S. a) V.A discreta y distribución de Poisson

b) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente tres llamadas en una hora?

S.b)

$\lambda = 6$

$k = 3$

$$P(x=3) = \frac{e^{-6} \cdot 6^3}{3!} = 8,9\%$$

```
lambda = 6
k = 3
cat("La prob de que hayan 3 llamadas en una hora es",dpois(k,lambda)*100,"%")
```

```
## La prob de que hayan 3 llamadas en una hora es 8.923508 %
```

c) (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que haya cinco llamadas o menos en una hora?

5.c)

$$P(X \leq 5) = \sum_{i=0}^{5} P(X = i)$$

$$P(X \leq 5) = 44,56\,\%$$

Pregunta5C

```
k = 5
cat("La prob de que hayan 5 o menos llamadas en una hora es",ppois(k,lambda)*100,"%")
```

```
## La prob de que hayan 5 o menos llamadas en una hora es 44.56796 %
```