20201852_변서윤

15. $f(n) = n^2+3n^3 \in \Theta(n^3)$

$n^2+3n^3 \in O(n^3)$

$n^2+3n^3 \le c \cdot n^3$

$c=4$, $n^2 \le n^3$

$N=1$ $\quad 1 \le n$

$n^2+3n^3 \in \Omega(n^3)$

$n^2+3n^3 \ge d \cdot n^3$

$d=3$ $\quad n^2 \ge 0$

$N=1$

$n \ge 1$인 모든 정수 n에 대해서 $3 \times n^3 \le n^2+3n^3 \le 4 \times n^3$이 성립하는 실수 $3>0$, $4>0$, 그리고 음이아닌 정수 1이 존재한다

$\therefore n^2+3n^3 \in \Theta(n^3)$

16. $6n^2+20n \in O(n^3)$ but $6n^2+20n \notin \Omega(n^3)$

$6n^2+20n \le n^3 \cdot c$

$6n+20 \le 2n^2$

$0 \le n^2-3n-10$

$0 \le (n-5)(n+2)$

$c=2$, $n \ge 5$, $N=5$

$n \ge 5$인 모든 정수n에 대해서 $6n^2+20n \le 2 \times n^3$이 성립하는 실수 $2>0$, 음이아닌정수 5가 존재.

$\therefore 6n^2+20n \in O(n^3)$

$6n^2+20n \in \Omega(n^3)$이라고 가정했을때,

$n \ge N$이 모든정수 n에대해서 $6n^2+20n \ge n^3 \cdot c$

c를 선택했을때 $n \ge N$인 모든정수 n을 성립하지않는다.

$\therefore 6n^2+20n \notin \Omega(n^3)$

24.

(a) $\lg n \in O(n)$

$\lg n \le c \cdot n$

$\log_2 n \le \log_2 2^{cn}$

$n \le 2^{cn}$

$c=1$, $n \le 2^n$

$N=1$ $\quad \therefore \lg n \in O(n)$

(b) $n \in O(n \lg n)$

$n \le n \lg n \cdot c$

$1 \le c \cdot \lg n$

$c=1$, $1 \le \lg n$

$N=2$

$\therefore n \in O(n \lg n)$

(c) $n \lg n \in O(n^2)$

$n \lg n \le n^2 \cdot c$

$\lg n \le n \cdot c$

$c=1$ $\quad \lg n \le n$

$N=1$

$\therefore n \lg n \in O(n^2)$

(d) $2^n \in \Omega(5^{\ln n})$

$2^n \ge c \cdot 5^{\ln n}$

$2^n \ge 5^{\ln n}$

$N=e$ $\quad c=1$

$\therefore 2^n \in \Omega(5^{\ln n})$

(e) $\lg^3 n \in o(n^{0.5})$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\lg^3 n}{n^{\frac{1}{2}}} = 0$$

$\therefore \lg^3 n \in o(n^{0.5})$