



Méthode du simplexe

Le but de ce TP est de coder l'algorithme du double simplexe pour résoudre un problème d'optimisation linéaire.

Exercice 1 : (Problème d'optimisation linéaire)

On considère le problème d'optimisation linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \max \quad & f = 2 - x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.c.} \quad & 4x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 2 \\ (P) \quad & x_1 - 3x_2 + 5x_3 \leq 3 \\ & 3x_1 + 7x_2 - 3x_3 \leq 0 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

- (1) Traduire cet énoncé sous la forme d'un problème d'optimisation linéaire sous forme standard.
- (2) Coder la matrice augmentée M correspondante (sans les variables d'écart).
- (3) Coder la fonction *varEcart* qui retourne une matrice Ms qui correspond au problème avec les variables d'écart.
- (4) Coder la fonction *base* qui retourne le vecteur de base b défini tel que $b_j = i$ si x_j est une variable de base, présente dans la ligne i , et $b_j = -1$ sinon.
- (5) Afficher M , Ms et b .

Exercice 2 : (Opérations sur la base)

- (1) Créer la fonction *solBase* qui retourne la solution de base d'une matrice augmentée.
- (2) Créer la fonction *solBaseObj* qui retourne la valeur de la fonction objectif évaluée en la solution de base.
- (3) Créer la fonction *echanger* qui retourne le nouveau vecteur de base en fonction d'un pivot donné en (i, j) .
- (4) Tester ces fonctions.

Exercice 3 : (Opérations sur la matrice augmentée)

- (1) Créer la fonction *echelRed* ramenant à 1 un pivot donné en (i, j) et à 0 les autres coefficients de la colonne du pivot à l'aide d'opérations usuelles sur les matrices augmentées.
- (2) Tester cette fonction.

Exercice 4 : (Étapes de recherche du pivot)

- (1) Créer la fonction *jPivot* retournant l'indice de colonne donné par l'algorithme du simplexe sur une matrice M si il existe, -1 sinon.
- (2) Créer la fonction *iPivot* retournant l'indice de ligne donné par l'algorithme du simplexe sur la colonne d'une matrice M si il existe, -1 sinon.
- (3) Tester ces fonctions.

Exercice 5 : (Algorithme du simplexe)

- (1) Créer la fonction *simplexe* résolvant une matrice augmentée en renvoyant soit la valeur des variables et la valeur de la fonction objectif, soit un vecteur de -1 si le problème est non borné. On donnera aussi le nombre d'itérations de l'algorithme.
- (2) Utiliser la fonction *simplexe* pour résoudre le problème de l'exercice 1.
- (3) Tester l'algorithme sur un problème non borné.