

姓名\_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 得分\_\_\_\_\_

[说明]

- (1) 第一、二、三、四题的答案直接填在试题纸上；
- (2) 第五题将数学模型、简要解题过程和结果写在试题纸上；卷面空间不够时，请写在背面；
- (3) 除非特别说明，所有计算结果小数点后保留 4 位数字。
- (4) 考试时间为 120 分钟。

一、(8 分) 考虑积分  $\int_0^2 e^{2x} \sin(3x) dx$ ，若取步长  $h=0.01$ ，则用梯形公式近似计算的结果为\_\_\_\_\_，设绝对误差为  $10^{-6}$ ，则用辛普森公式近似计算的结果为\_\_\_\_\_；以 0，1，2 为插值节点，函数  $e^{2x} \sin(3x)$  的 Lagrange 插值多项式  $P(x)=$ \_\_\_\_\_,  $\int_0^2 P(x) dx =$ \_\_\_\_\_。(本题的计算结果均保留 6 位有效数字)

二、(6 分) 试确定常数  $p$  和  $q$  的值，使迭代法： $x_{k+1} = px_k + \frac{qa}{x_k^2}$

局部收敛于  $\sqrt{a}$  ( $a \geq 0$ )，并使收敛阶尽量高，此时  $p=$ \_\_\_\_\_,  $q=$ \_\_\_\_\_。收敛阶最高能是\_\_\_\_\_阶。

三、(10 分) 已知方程组  $Ax=b$ ， $A=\begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ ， $b=\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，使用列主元 Gauss 消去法求

解所得  $x=$ \_\_\_\_\_， $\text{Cond}_2(A)=$ \_\_\_\_\_；若取初值为  $x^{(0)}=[1,1,1]^T$

时，则用 Gauss-Seidel 迭代法求解时  $x^{(5)}=$ \_\_\_\_\_，并判断 Gauss-Seidel 迭代法是否收敛\_\_\_\_\_，理由是\_\_\_\_\_。

四、（6 分）某工厂用三种原料生产三种产品 Q1, Q2, Q3，已知的条件如表所示，

单位产品所需原料量（公斤）	Q1	Q2	Q3	原料可用量（公斤/日）
原料 P1	2	3	0	1500
原料 P2	0	2	4	800
原料 P3	3	2	5	2000
单位产品的利润（千元）	3	5	4	

要使得每日的总利润最大，Q1, Q2, Q3 分别生产\_\_\_\_\_（公斤），你所使用的命令是\_\_\_\_\_；若产品 Q3 至少要生产 100 公斤，此时要使每日的总利润最大，则三种产品 Q1, Q2, Q3 的产量应分别调整为\_\_\_\_\_（公斤）。

五、（20 分）（本题中，选取显著性水平 0.1；重力加速度取 9.8 米/平方秒）

特技演员从空中坠落时遇到的空气阻力是速度平方的函数。现在经过实验，得到了某一特技演员遇到的空气阻力与速度的一组数据如下：

速度(米/秒)	1	3	5	7	10	13	15	18	20
阻力(牛顿)	0.2600	2.360	7.450	13.27	26.48	44.15	58.19	84.63	100.5

- （1）利用以上数据，确定空气阻力与速度平方成线性关系的回归模型，并给出回归系数的置信区间。
- （2）以上数据是否有异常点？若有，是第几个数据？并将其去掉后给出空气阻力与速度平方成正比例关系的模型。
- （3）若该特技演员体重 70 千克，从 40 米高的空中自然坠落时，到达地面需要多长时间？此时速度为多少？（本小题要求：建立模型，给出计算程序和结果，计算结果保留三位有效数字。注意：与（2）中获得的模型相结合）