

姓名 \_\_\_\_\_ 学号 **20** \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_

[说明]

- (1) 第一、二、三、四、五题的答案直接填在试题纸上；
- (2) 第六题、简单的解题过程和结果写在试题纸上；卷面空间不够时请写在背面
- (3) 除非特别说明，计算结果至少保留 4 位有效数字，例如：2.019， $2.019 \times 10^{-3}$ ，201900 等
- (4) 考试时间为 120 分钟

1. (6 分) 函数  $f(x) = e^{2x - \sin x}$ ，考虑积分  $\int_0^1 f(x) dx$ ，利用节点  $x_k = \frac{k}{4} (k = 0, 1, 2, 3, 4)$  用复合辛普森公式求得积分的近似值为 \_\_\_\_\_；若以  $x_0, x_2, x_4$  为插值节点，那么函数  $f(x)$  的二次插值多项式  $P(x) =$  \_\_\_\_\_， $\int_0^2 P(x) dx =$  \_\_\_\_\_。

2. (6 分) 考虑如下的常微分方程初值问题： $\begin{cases} y' = -y^2 + 2x + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ ，取步长  $h = 0.2$ ，利用改进欧拉法

计算  $y(1)$  的近似值为  $y^{(1)} =$  \_\_\_\_\_，若将步长减半，即选取步长  $h = 0.1$ ，利用改进欧拉法计算  $y(1)$  的近似值为  $y^{(2)}$ ，如此步长逐步减半细分下去，当  $|y^{(k)} - y^{(k-1)}| < 10^{-3}$  时停止，则此时  $k =$  \_\_\_\_\_，利用 ode23 命令，取绝对误差限为  $10^{-3}$ ，得到  $y(1)$  的近似值为 \_\_\_\_\_。

3. (8 分) 主对角线元素均为 4，两个次对角线元素分别为 2 和 1 的矩阵  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & & \\ 1 & 4 & 2 & \\ & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & 1 & 4 \end{bmatrix}_{n \times n}$ ，

$\mathbf{b}$  为  $A$  的行和构成的  $n$  维列向量。求  $n = 50$  时的  $\infty$  范数条件数  $\text{cond}_{\infty}(A) =$  \_\_\_\_\_，用高斯-赛德尔迭代法求解方程组  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ，若初值  $\mathbf{x}^{(0)}$  取 0 向量，则第 8 步迭代解  $\mathbf{x}^{(8)}$  的第 4, 12, 20 个分量依次为 \_\_\_\_\_，此时残差的 2 范数  $\|A\mathbf{x}^{(8)} - \mathbf{b}\|_2 =$  \_\_\_\_\_，用 1 范数度量， $\mathbf{x}^{(8)}$  与方程组精确解的绝对误差为 \_\_\_\_\_。

4. (4 分) 用 fminunc 命令计算  $\min f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{x}_1^2 + 3\mathbf{x}_2^2 - 2\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2 + 5\mathbf{x}_1 - 6\mathbf{x}_2$  的局部极小值，初值取  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ，搜索方向选用最速下降法，自变量与函数值的精度设定都取  $10^{-3}$ ，此时近似解  $\mathbf{x}^* =$  \_\_\_\_\_；用最速下降法相邻两次搜索方向的关系是 \_\_\_\_\_。

5. (8 分) 对一批产品抽样，测得质量指标分别为 9.23, 8.72, 10.31, 9.64, 9.51, 9.34, 9.08, 9.95，总体分

布服从  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  未知。写出参数  $\mu$  的置信水平为 0.90 的置信区间\_\_\_\_\_, 写出标准差  $\sigma$  的置信水平为 0.95 的置信区间\_\_\_\_\_。对参数  $\mu$  做假设检验,  $H_0: \mu = 9.75, H_1: \mu \neq 9.75$ , 以样本均值为检验统计量, 该检验的  $p$  值为\_\_\_\_\_, 若使显著性水平  $\alpha = 0.05$  下接受原假设的  $\bar{x}$  取值范围不超过 0.1, 样本容量  $n$  应满足\_\_\_\_\_。

6. (18 分) 某电影院调查两类广告费用 (电视广告费用和网络广告费用) 对每周收入的影响, 得到下面的数据 (单位: 万元)。

每周收入 $y$	192	180	190	184	190	190	188	188
电视广告费用 $x_1$	3.0	4.2	3.0	5.0	6.6	4.6	8.4	5.0
网络广告费用 $x_2$	10.0	4.2	8.0	5.0	6.0	7.0	5.0	6.0

- (1) 确定线性回归模型  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$  的系数  $a_0, a_1, a_2$ , 并检验模型的有效性。(取显著性水平为 0.025)
- (2) 取显著性水平为 0.025, 上述数据中是否有异常数据? 如有, 请指出来并将异常数据去掉后重新计算。
- (3) 以 (2) 中的模型为基础, 若该电影院某周广告费预算不能超过 10 万元, 且要求任何一类广告费用不得超过另一类广告费用的两倍, 请问该预算应该如何分配给电视广告和网络广告? 最大收入为多少?
- (4) 继续 (3) 的讨论: 如果广告费的最小单位为 1000 元 (即广告费应为 1000 元的整数倍), 请建立相应的优化模型 (不要求求解)。