AUGER Romain | RIO Charles
INFO3

Cas HINDUSCARE

A. Multisources

1) Indices
c : 1...21 les clients
s : 1...8 les sites candidats à la construction d'une usine

2) Données
B_c = besoins du client client c (tonnes)
D_{sc} = distance entre le site s et le client c (km)

capacité usine annuelle : 11000 tonnes

3) Variables de décision
X_s = { 1 si on construit une usine sur le site s
{ 0 sinon

Q_{sc} = production du site s livrée à c (tonnes)

4) Contraintes
[X_s binaire]
$\forall s\ X_s \in \{0, 1\}$

[Q_{sc} (les quantités livrées) positif]
$\forall (s,c)\ Q_{sc} \geq 0$

[Limitation du nombre d'usine]
$$\sum_{s=1}^{8} X_s = 3$$
La somme des sites où l'on construit une usine est égale à 3.
X_s sans dimension, 3 (le nombre d'usines) sans dimension ⇒ OK

[Contrainte de capacité max des usines]
$$\forall s \sum_{c=1}^{21} Q_{sc} \leq 11000$$
La somme des quantités produites en s est inférieure à la capacité usine.
Q_{sc} en tonnes, 11000 capacité annuelle en tonnes ⇒ OK

[Respect des besoins des clients]

$$\forall c \quad \sum_{s=1}^{8} Q_{sc} = B_c$$

La somme des quantités livrées à c est égale aux besoins de c.
Q_{sc} en tonnes, B_c en tonnes ⇒ OK

[Contrainte d'ouverture des sites]

$$\forall s \quad X_s \geq \left(\sum_{c=1}^{21} Q_{sc} \right) / 11000$$

Si un site livre une quantité non nulle, alors il est ouvert.
Cela fonctionne bien car la première contrainte limite le nombre de X_s fixé à 1.
X_s sans dimension, (Q_{sc} (tonnes) / 11000 (tonnes)) sans dimension ⇒ OK

5) Fonction objectif
Minimiser la distance moyenne entre les clients et le(s) site(s) construit(s) qui les fournisse, pondérée par les quantités livrées par chacun des sites.

$$\min \left(\sum_{s=1}^{8} \sum_{c=1}^{21} (D_{sc} * Q_{sc}) \right) / \sum_{c=1}^{21} B_c$$

Q_{sc} et B_c en tonnes, D_{sc} en km, on minimise donc bien une distance.

La somme D_{sc} * Q_{sc} nous donne la somme des distances parcourue par toutes les tonnes de produits. On divise par la somme des besoins (donc la somme des tonnes produites) pour trouver en moyenne la distance parcourue par une tonne de produits.

6) Solutions

Les sites construits sont donc Montpellier, Lens et Praha.
La moyenne des distances parcourue par tonne de produits est 523,9 km.

B. Monosource

1-2) Indices & Données
Identiques au problème multi-sources

3) Variables de décision
X_s = { 1 si on construit une usine sur le site s
{ 0 sinon

L_{sc} = { 1 si l'usine construite en s livre le client c
{ 0 sinon

4) Contraintes

[X_s et L_{sc} binaires]
$\forall$ s $X_s \in \{0, 1\}$
$\forall$ (s,c) $L_{sc} \in \{0, 1\}$

[On construit exactement 3 usines]
$\sum_{s=1}^{8} X_s = 3$
La somme des sites où l'on construit une usine est égale à 3.
X_s sans dimension, 3 (le nombre d'usines) sans dimension ⇒ OK

[Les clients sont livrés par une et une seule usine]
$\forall$ c $\sum_{s}^{8} L_{sc} = 1$
L_{sc} sans dimension ⇒ OK

[Contrainte de capacité (+ satisfaction des besoins)]
$\forall$ s $\sum_{c=1}^{21} L_{sc} * Bc \leq 11000$
Pour chaque site, la somme des besoins des clients qu'il livre est inférieure à sa capacité. Cela vérifie aussi que les besoins des clients seront satisfaits.
L_{sc} sans dimension, B_c en tonnes, 11000 en tonnes ⇒ OK

[Contrainte d'ouverture]
$\forall$ s $X_s \geq (\sum_{c=1}^{21} L_{sc}) /21$
Un site est ouvert seulement s'il livre au moins un client.
X_s et L_{sc} sans dimension ⇒ OK

5) Fonction objectif

Minimiser la distance moyenne parcourue par une tonne de produits livrée.
obj : min $(\sum_{s=1}^{8} \sum_{c=1}^{21} (D_{sc} * L_{sc} * B_c)) / \sum_{c=1}^{21} B_c$
L_{sc} sans dimension, B_c en tonnes de chaque côté, D_{sc} en km, on minimise bien une distance.

Somme de $D_{sc} * B_c$ est la somme des distances parcourues par les tonnes livrées de s vers c. L_{sc} nous permet d'obtenir un résultat positif seulement si s et c sont effectivement reliés.
On divise par la sommes des besoins B_c (égale à la sommes des tonnes produites et livrées) pour moyenner le résultat.

6) Solutions

Les sites construits sont toujours Montpellier, Lens et Praha.
La distance moyenne parcourue par tonne de produits est maintenant de 534,5 km.

C. Analyse de sensibilité

Deux données sont modifiables pour effectuer notre analyse de sensibilité :
- le nombre d’usines que l’on souhaite construire;
- la capacité de production des usines

Commençons avec le nombre d’usines
Nous avons noté dans le tableau ci-dessous les résultats des fonctions objectifs en fonction du nombre d’usines à construire. On peut faire 3 remarques :
Premièrement, il est nécessaire de construire au moins 3 usines, le problème n’admet pas de solution avec 2 usines ou moins.
Deuxièmement, de façon évidente, l’objectif s’améliore (i.e la distance diminue) avec l’augmentation du nombre d’usines.
Enfin, dès 4 usines construites, les problèmes multi-sources et monosource se confondent et donnent les mêmes résultats. Cela signifie qu’on a suffisamment d’usines pour que les clients soient entièrement livrés par celle au plus près d’eux (parmi les usines construites).

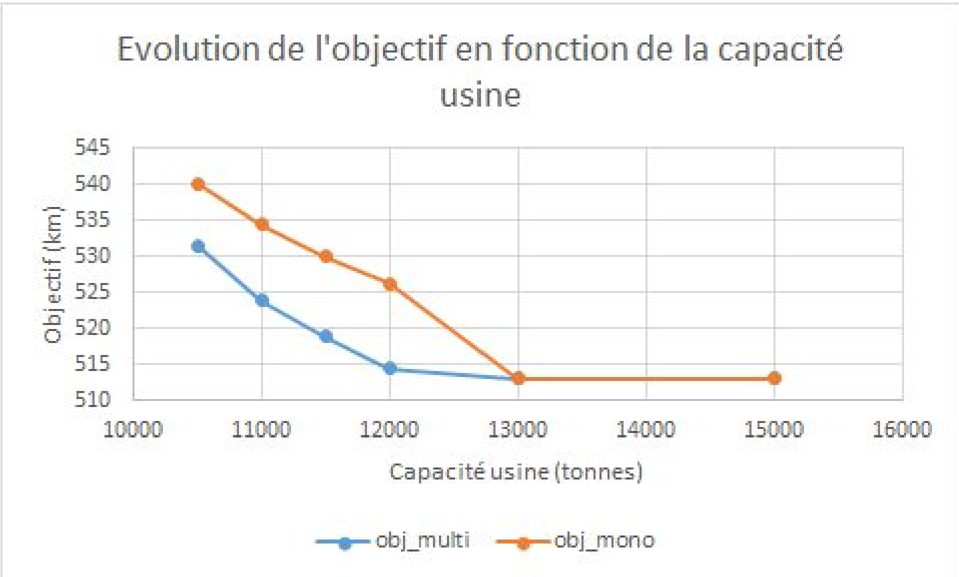
# usines à construire	Objectif Multi-sources (km)	Objectif Monosource (km)
2	Non-réalisable	Non-réalisable
3	523.9	534.5
4	471.4	471.4
5	430	430
6	395.3	395.3
7	378.4	378.4
8	370.7	370.7

Modifions la capacité de production

Le graphique ci-après présente l'évolution des objectifs des deux problèmes en fonction de la capacité de production des usines. (On conserve 3 usines construites)

Augmenter la capacité usine permet d'améliorer l'objectif car on permet de maximiser la production au niveau des usines les mieux placées.

On observe qu'entre 12000 et 13000 tonnes de capacité de production, l'objectif atteint une valeur optimale. Cela signifie que la capacité atteint un seuil suffisant pour que chaque client soit entièrement livré par l'usine la plus proche.



D. Limites du modèle

On s'est contenté pour notre modèle du minimum nécessaire afin de satisfaire l'énoncé. Il admet certaines limites dont on peut discuter et proposer des améliorations.

Premièrement, on pourrait ajouter une contrainte vérifiant que la somme des capacités de production des usines que l'on souhaite construire est supérieure à la somme des besoins des clients.

[#usines * capacité $\geq \sum_{c} B_c$]

Cela permettrait de vérifier très rapidement la satisfiabilité du problème sans passer du temps à travailler sur les matrices Q et L. Si ce problème n'est pas satisfiable, on peut s'orienter vers un nouveau modèle permettant de maximiser la demande satisfiable avec une contrainte de portée sur les usines par exemple.

Le modèle actuel cherche à minimiser les distances parcourues pour les livraisons. Si l'objectif est d'assurer au plus vite les livraisons aux clients, il faudrait convertir ces distances en temps réel, car ces grandeurs ne sont pas forcément proportionnelles. De plus, il faudrait inclure un maximum sur les temps de livraison par client car en minimisant de façon globale, les livraisons peuvent être optimisées sur une région tandis que d'autres clients sont lésés.
Sinon, s'il s'agit de minimiser les distances dans l'optique de minimiser les coûts de livraison, il faudrait affecter un coefficient à chacune des liaisons client - site candidat pour tenir compte des coûts de transports sur cette route, qui ne sont pas les mêmes à travers l'Europe.

Enfin, les marchés à travers l'Europe peuvent avoir une importance variable, ce qui peut nous amener à valoriser et optimiser les livraisons sur le marché français plutôt que sur le marché polonais par exemple.