PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS (PDS)
LABORATÓRIO 8 – PROJETO DE FILTROS DIGITAIS FIR
Prof. Marcelo E. Pellenz

Vantagens dos Filtros FIR:

- A resposta em fase pode ser exatamente linear.
- São fáceis de implementar porque não há problemas de estabilidade.
- A DFT pode ser usada na implementação.

Vantagens da Resposta em Fase Linear:

- A implementação envolve apenas aritmética real e não complexa.
- Não existe distorção de atraso e sim apenas um atraso fixo entre entrada/saída.
- Para filtros de comprimento *N* (ordem *N-1*) o número de operações é da ordem de *N/2*.

Metodologia de Projeto – Método das Janelas

A ênfase do método está em selecionar uma janela apropriada e um filtro ideal:

a) Selecionar um filtro ideal (não causal), que possui resposta ao impulso infinita
b) Truncar a resposta ao impulso (usando uma janela) para obter um filtro FIR causal
c) Deslocar o início do vetor de amostras, *h[n]*, para iniciar em *n=0*
(Isso equivale a associar uma fase linear na resposta em frequência.)

OBSERVAÇÃO: A notação utilizada para o comprimento da janela é *N*, onde *N=2M+1*

Resposta ao Impulso dos Filtros Ideais

1 - Filtro Passa Baixa Ideal

$$H_{LP}\left(e^{jw}\right)=\begin{cases}1, & |w|\le w_C\\ 0, & w_c < w \le \pi\end{cases}$$ **Resposta em frequência do filtro ideal**

$$h_{LP}[n]=\frac{\operatorname{sen}(w_c\, n)}{\pi\cdot n} \qquad -\infty \le n \le \infty$$ **Resposta ao impulso ideal**

Truncando a resposta ao impulso entre $-M \le n \le M$ obtemos uma sequência finita não causal de comprimento N=2M+1, que quando deslocada para a direita torna-se os coeficientes do filtro FIR causal, com fase linear.

Resposta ao impulso do filtro projetado (real)

$$\hat{h}_{LP}[n]=h_{LP}[n]\cdot w[n]=\frac{\operatorname{sen}(w_c\,(n-M))}{\pi\cdot(n-M)} \qquad 0\le n\le N-1$$

$$w[n]=\text{janela simétrica em relação a } M \text{ entre } 0\le n\le N-1$$

Resposta em frequência do filtro projetado

$$\hat{H}_{LP}\left(e^{jw}\right) = \left\{H_{LP}\left(e^{jw}\right) * W\left(e^{jw}\right)\right\} \cdot e^{-jMw}$$

2 - Filtro Passa Alta Ideal

$$h_{HP}[n] = \begin{cases} 1 - \dfrac{w_c}{\pi}, & n = 0 \\ -\dfrac{\text{sen}(w_c \cdot n)}{\pi \cdot n}, & |n| > 0 \end{cases}$$

Resposta ao impulso ideal

3 - Filtro Passa Faixa Ideal

$$h_{BP}[n] = \frac{\text{sen}(w_{c2} \cdot n)}{\pi \cdot n} - \frac{\text{sen}(w_{c1} \cdot n)}{\pi \cdot n}, \quad |n| \geq 0$$

Resposta ao impulso ideal

4 - Filtro Rejeita Faixa Ideal

$$h_{BS}[n] = \begin{cases} 1 - \dfrac{(w_{c2} - w_{c1})}{\pi}, & n = 0 \\ \dfrac{\text{sen}(w_{c1} \cdot n)}{\pi \cdot n} - \dfrac{\text{sen}(w_{c2} \cdot n)}{\pi \cdot n}, & |n| > 0 \end{cases}$$

Resposta ao impulso ideal

Estes métodos são para filtros com dois níveis de amplitude (banda passante e banda de corte). O método pode ser generalizado para filtros FIR multiníveis.

Tipos de Janelas Fixas

1 – Janela Retangular:

$$w[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & fora \end{cases}$$

2 – Janela de Bartlett:

$$w[n] = \begin{cases} \dfrac{2n}{N-1}, & 0 \leq n \leq \dfrac{N-1}{2} \\ 2 - \dfrac{2n}{N-1}, & \dfrac{N-1}{2} \leq n \leq N-1 \end{cases}$$

3 – Janela de Hanning:

$$w[n] = \begin{cases} 0{,}5\left[1 - \cos\left(\dfrac{2\pi n}{N\text{-}1}\right)\right], & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & fora \end{cases}$$

4 – Janela de Hamming:

$$w[n] = \begin{cases} 0{,}54 - 0{,}46 \cdot \cos\left(\dfrac{2\pi n}{N\text{-}1}\right), & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & fora \end{cases}$$

5 – Janela de Blackman:

$$w[n] = \begin{cases} 0{,}42 - 0{,}5 \cdot \cos\left(\dfrac{2\pi n}{N\text{-}1}\right) + 0{,}08 \cdot \cos\left(\dfrac{4\pi n}{N\text{-}1}\right), & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & fora \end{cases}$$

1 – Exemplo de Projeto de um Filtro Digital FIR:

```
clear; clc; close all;

Fs=8000;     % Frequencia de Amostragem
Fc=2000;     % Frequencia de Corte
Ordem=16;    % Ordem do Filtro

wc=2*pi*Fc/Fs;  % Calculo da Frequencia Normalizada (0 - pi)
wn=wc/pi;       % Calculo da Frequencia Normalizada para comando "fir1" (0 - 1)

% Projeto Filtro FIR Passa Baixa
% Calculo da Resposta ao Impulso h[n]
h=fir1(Ordem,wn);

% Calcula a Resposta em Freqüência do Filtro (DFT/FFT)
[H,F]=freqz(h,1,1024,'whole',Fs);

% Grafico da Resposta em Modulo
figure(1);
plot(F-(Fs/2),fftshift(10*log10(abs(H)))); grid;

% Grafico da Resposta em Fase
figure(2);
plot(F-(Fs/2),fftshift(angle(H))); grid;
```

2 – Projetar os seguintes filtros digitais FIR, considerando Fs=16kHz:

- Filtro passa baixa Fc=4kHz	N=17
- Filtro passa alta Fc=4kHz	N=17
- Filtro passa faixa Fc1=4kHz Fc2=5kHz	N=17
- Filtro rejeita faixa Fc1=4kHz Fc2=5kHz	N=17

a) Traçar o gráfico da resposta em freqüência de cada filtro (módulo/fase).
b) Repetir o projeto do filtro passa baixa para cada tipo de janela fixa.

Efeito da Janela de Truncamento

Os parâmetros das janelas que definem o desempenho do filtro FIR são interpretados analisando-se o espectro da janela. Considere os seguintes parâmetros do espectro da janela:

Δ_{ML} = largura do lóbulo principal do espectro da janela

A_{SL} = diferença em dB entre as amplitudes do lóbulo lateral mais largo e o lóbulo principal (nível relativo dos lóbulos laterais)

Para larguras pequenas do lóbulo principal temos transições mais rápidas na resposta do filtro.

Para reduzirmos o *ripple* na banda passante e na banda de corte, a área sob os lóbulos laterais deve ser pequena.

Para as janelas fixas (retangular/hanning/hamming/blackman/Bartlett) o valor do ripple não depende do comprimento da janela.
A freqüência de corte, w_c, é essencialmente constante

A largura de faixa de transição é dada por

$$\Delta w \approx \frac{c}{M} \qquad c = \text{constante}$$

Comandos do MATLAB para o projeto das janelas:

w=blackman(N) **w=hamming(N)**
w=hanning(N) **w=chebwin(N,R)**
w=kaiser(N,BETA)

N = Comprimento da Janela = 2M+1

L = N-1 = Ordem do Filtro

b=fir1(L,Wn)
b=fir1(L,Wn,'filtertype')
b=fir1(L,Wn,window)
b=fir1(L,Wn,'filtretype',window)

Wn = Frequência de Corte Normalizada (0 <=Wn <=1)

3 – O programa deste exemplo gera uma janela do tipo blackman, w[n], e calcula o seu espectro:

```
% ----------------------------------------------------------------------
% Janela de Truncamento - Tipo Blackman
% ----------------------------------------------------------------------
N=257;
win=blackman(N);
figure(1)
stem([-(N-1)/2:(N-1)/2],win)
% Calcula a Resposta em Frequencia da Janela
[H,w]=freqz(win,1,1024,'whole');
figure(2)
plot(w-pi,fftshift(20*log10(abs(H)))); grid;
```

a) Modifique o programa para visualizar cada tipo de janela fixa (retangular, hanning, hamming, blackman, Bartlett) no domínio do tempo e no domínio da freqüência.

b) Analisar o espectro das janelas e anotar numa tabela os valores da largura do lóbulo principal, Δ_{ML} e a atenuação relativa do lóbulo lateral, A_{SL}.

Δ_{ML} = Largura do lóbulo principal do espectro da janela.
A_{SL} = Diferença em dB entre a amplitude do lóbulo lateral e o lóbulo principal.