

华南农业大学期末考试试卷 (A 卷)

2018~2019 学年第 2 学期

考试科目: 线性代数

考试类型: (闭卷) 考试

考试时间: 120 分钟

学号 _____ 姓名 _____ 年级专业 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
评阅人						

试卷说明: A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵, A^{-1} 表示方阵 A 的逆矩阵, A^* 表示方阵 A 的伴随

矩阵, $|A|$ 表示方阵 A 的行列式, I 表示单位矩阵, O 表示零矩阵.

请直接在本试卷上作答, 答案写在草稿纸上无效. 请将答案写在装订线以内.

得分	
----	--

一、选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分) 在每小题的选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题中括号内.

1、设 A, B 均为 n 阶方阵, 下列命题成立的是 ()

A. $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ B. $|A + B| = |A| + |B|$

C. $|AB| = |BA|$ D. $|kA| = |k||A|$

2、设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则下列向量组线性相关的是 ()

A. $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_3$ B. $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$

C. $\alpha_1, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ D. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$

3、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, 且 B 与 A 相似, 则 $3B - I$ 的秩为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4、若 n 阶方阵 A, B 均可逆，则矩阵方程 $AXB = C$ 的解为 ()

- A. $A^{-1}B^{-1}C$ B. $CA^{-1}B^{-1}$ C. $A^{-1}CB^{-1}$ D. $B^{-1}CA^{-1}$

5、设 A 为 4 阶方阵， $R(A) = 3$ ，若 α_1, α_2 是齐次线性方程组 $AX = 0$ 的两个不同解向量，则 $AX = 0$ 的通解为 ()

- A. $k(\alpha_1 + \alpha_2)$ B. $k(\alpha_1 - \alpha_2)$
C. $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2$ D. $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + k_3(\alpha_1 - \alpha_2)$

得分	
----	--

二、填空题（本大题共有 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6、设 4 阶行列式 D 的第三列元素分别是 $-2, 2, -2, 1$ ，这些元素的余子式分别为 $-1, -2, -2, 3$ ，则 $D =$ _____

7、设 A 为 3 阶方阵，并且 $|A| = -\frac{1}{3}$ ，则 $|3A^*| =$ _____

8、向量 $\alpha_1 = (-3, 0, 4, 1)^T$ 与 $\alpha_2 = (-4, 4, 4, 4)^T$ 的距离为_____

9、设 A 为 5×6 的矩阵， $R(A) = 3$ ，则齐次线性方程组 $AX = 0$ 的基础解系中包含的向量个数为_____

10、设 $\begin{pmatrix} 2-a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a+3 \end{pmatrix}$ 为正定矩阵，则实数 a 的取值范围为_____

得分	
----	--

三、计算题（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

11、设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, 求 $AB^T - 2A$.

12、计算 4 阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

13、设 $A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ -1 & 4 & -3 \\ -2 & 6 & -5 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} .

得分	
----	--

四、解答题（本大题共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分）

14、求向量组

$$\alpha_1 = (-1, 0, 0, -2), \alpha_2 = (4, -2, 1, -4), \alpha_3 = (-4, 0, 2, 1), \alpha_4 = (-1, 2, -3, 1)$$

的一个极大线性无关组，并将其余向量由该极大线性无关组线性表示.

15、解线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 6x_4 = -1 \end{cases}$$

装

订

线

16、求正交变换 $x = Py$ ，将二次型 $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 3x_2^2 + 8x_1x_2$ 化为标准形，并写出相应的标准形

17、设 3 阶实对称矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 1$ ，求 $B = 2A^2 - 2A + 3I$ 的特征值、行列式、迹与秩

得分	
----	--

五、证明题（本大题共 1 小题，共 6 分）

18、设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关，且 β 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表示.

证明： $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta$ 线性无关.