装

订

线

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2013-2014 学年第 2 学期　　　考试科目：线性代数

考试类型：（闭卷）考试　　　考试时间：120 分钟

学号______________姓名___________年级专业_______________

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
评阅人						

试卷说明：

在本试卷中，A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵；A^* 表示 A 的伴随矩阵；r(A)表示矩阵 A 的秩；$|A|$ 表示 A 的行列式；E 表示单位矩阵。

得分	

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）在每小题的选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题中括号内

1. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 是任意的 $\boldsymbol{n}$ 阶方阵，下列命题中正确的是（　　）

   A. $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^2=\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{AB}+\boldsymbol{B}^2$　　B. $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{B}^2$

   C. $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})$　　D. $(\boldsymbol{AB})^2=\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{B}^2$

2. 设 $\boldsymbol{A}$ 是 4×6 矩阵，**r(*A*)=*2***，方程组 $AX=0$ 的基础解系中所含向量的个数是（　　）

   A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3. 设 4 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的元素均为 4，则 **r(*A*)**=(　　　)

   A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 $\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{n}$ 矩阵，$\boldsymbol{A}$ 的秩为 $\boldsymbol{r}$，则(　　　)

   A．$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{m}$ 时，$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 必有非零解　　B．$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{n}$ 时，$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 必有非零解

   C．$\boldsymbol{r}<\boldsymbol{m}$ 时，$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 必有非零解　　D．$\boldsymbol{r}<\boldsymbol{n}$ 时，$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 必有非零解

5. 若非齐次线性方程组 $A_{m\times n}X=b$ 有解，$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 是 $A_{m\times n}$ 的 n 个列向量，下列结论正确的是(　　　)

   A．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n,b$ 线性相关　　B．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性无关

   C．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性相关　　D．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n,b$ 线性无关

得分	

二、填空题（本大题共5小题，每小题4分，共20分）

6. 若向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\k\\8\end{pmatrix}$线性相关，则$k=$______________.

7. 向量$\alpha^T=(1,1,0)$与向量$\beta^T=(0,-1,1)$，则向量α的长度$\|\alpha\|=$__________，α与β的夹角= _______.

8. 设3阶矩阵$\boldsymbol{A}$与$\boldsymbol{B}$相似，若$\boldsymbol{A}$的特征值为$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$，则$|B^{-1}|=$________________.

9. 设A, B均为n阶方阵, 且$|A|=2, |B|=-3$, 则$|2A^*B^{-1}|=$____________________.

10. 二次型$f=x_1^2+3x_2^2+2x_3^2+2tx_1x_2+2x_2x_3$为正定的, 则$t$的取值范围是_______.

得分	

三、计算题（本大题共3小题，共23分）

11. **(满分8分)** 设矩阵$A=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1&2&3\\-1&-2&4\\0&5&1\end{bmatrix}$，求：$3AB-2A$.

12.（**满分 8 分**） 计算下列行列式

(1) $A=\begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 10 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -2 & 3 \end{vmatrix}$　　(2) $D=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$

13.（**满分 7 分**） 设 $A=\begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$，求 A^{-1}.

得分	

四、解答题（本大题共4小题，共36分）

14.（**满分 10 分**）讨论λ取何值时，下列线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = 0 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = \lambda \\ (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

(1) 有唯一解；

(2) 无解；

(3) 有无穷多解.

15.（**满分 10 分**）设向量组 $\alpha_1 = (1,2,3,6)$，$\alpha_2 = (1,-1,2,4)$，$\alpha_3 = (-1,1,-2,-8)$，$\alpha_4 = (1,2,3,2)$.

(1) 求该向量组的一个极大无关组；

(2) 将其余向量表示为该极大无关组的线性组合.

16. **(满分 8 分)**求矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&2&0\\2&3&0\\0&0&4\end{pmatrix}$ 的特征值以及最大特征值所对应的特征向量.

17.（**满分 8 分**）将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-2x_2^2-2x_3^2+4x_1x_3$ 化为标准形，并求可逆的线性变换.

得分	

五、证明题（本大题共1小题，共6分）

18.（**满分 6 分**）设向量组α_1，α_2线性无关，且$\beta=c_1\alpha_1+c_2\alpha_2$，证明：当$c_1+c_2\neq 1$时，向量组$\beta-\alpha_1$，$\beta-\alpha_2$线性无关.