装

订

线

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2015-2016 学年第 2 学期　　　考试科目：线性代数

考试类型：（闭卷）考试　　　　考试时间：120 分钟

学号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿年级专业＿＿＿＿＿＿＿＿

题号	一	二	三	四	总分
得分					
评阅人					

试卷说明:

A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵，A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵，A^{-1} 表示矩阵 A 的逆矩阵，$|A|$ 表示方阵 A 的行列式，$\mathrm{R}(A)$ 表示矩阵 A 的秩，I 是单位矩阵.

请直接在本试卷上作答。答案写在草稿纸上无效。

得分	

一. 选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）在每小题的选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题中括号内

1. 设 A,B 为同阶方阵，则必有(　　)

(A) $|A+B|=|A|+|B|$　　(B) $AB=BA$

(C) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$　　(D) $|AB|=|BA|$

2. 已知 A,B 均为 n 阶可逆阵，则 $(A^{-1}B^{-1})^T$ =（　　）

(A) $(A^{-1})^T(B^{-1})^T$　　(B) $(A^T)^{-1}(B^T)^{-1}$

(C) $(A^TB^T)^{-1}$　　(D) $(B^TA^T)^{-1}$

3．设 A 为 3 阶矩阵，且 $|A|=1$， 将 A 按列分块为 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ ，若矩阵 $B=(\alpha_1+\alpha_2,2\alpha_2,\alpha_3)$ ，则 $|B|=$（　　）

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

4．下列命题中与命题“n 阶方阵 A 可逆”不等价的是（　　）

(A) $|A|\neq 0$　　(B) 方程组 $Ax=0$ 有非零解

(C) $\mathrm{R}(A)=n$　　(D) A 的列向量组线性无关

5. 设矩阵A，X为同阶方阵，且A可逆，若$A(X-I)=I$，则矩阵$X=$（ ）

(A) $I+A^{-1}$　　(B) $I-A$

(C) $I+A$　　(D) $I-A^{-1}$

得分	

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

6. 设$\alpha_1=(1,x,1)$, $\alpha_2=(2,-1,2)$, $\alpha_3=(0,1,2)$，若$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关，则$x=$ ________________.

7. 向量$\alpha=(1,4,0,2)^T$，$\beta=(2,-2,1,3)^T$的内积为________________.

8. 设A为 3 阶方阵，特征值分别为$-2,\ \frac{1}{2},\ 1$,则$\left|5A^{-1}\right|=$________________.

9. 设线性方程组$\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$有无穷多个解，则$a=$________________.

10. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=tx_1^2+5x_2^2+2x_3^2+2x_1x_2$ 为正定的，则t的取值范围是________________.

得分	

三、计算题（本大题共 3 小题，共 23 分）

11. (满分 8 分) 已知矩阵$B=(2,1,3)$, $C=(1,\ 2,3)$.

（1）计算 B^TC;

（2）设 $A=B^TC$，求A^2.

12.（满分 7 分） 计算下列 5 阶行列式

$$D=\begin{vmatrix}2&0&0&0&1\\0&2&0&0&0\\0&0&2&0&0\\0&0&0&2&0\\1&0&0&0&2\end{vmatrix}$$

13. （满分 8 分）已知$A=\begin{pmatrix}1&2&2\\2&1&-2\\2&-2&1\end{pmatrix}$，求$A^{-1}$及$\left(A^{*}\right)^{-1}$

得分	

四、解答题（本大题共 5 小题，共 42 分）

14. (满分 10 分) 设向量组

$$\alpha_1=(2,\quad 1,\quad 4,\quad 3)^T,$$
$$\alpha_2=(-1,\quad 1,\quad -6,\quad 6)^T,$$
$$\alpha_3=(-1,\quad -2,\quad 2,\quad -9)^T,$$
$$\alpha_4=(1,\quad 1,\quad -2,\quad 7)^T,$$
$$\alpha_5=(2,\quad 4,\quad 4,\quad 9)^T,$$

求该向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$的一个极大线性无关组， 并将其余向量通过该极大线性无关组表示出来.

15. (满分 10 分) 求方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$的基础解系及其通解.

16. (满分 8 分)设矩阵

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

已知矩阵A相似于B，求$(A-I)$的秩$R(A-I)$.

17. (满分 8 分) 已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+2ax_2x_3(a>0)$ 通过正交变换 $x=Py$ 化成标准形 $f=y_1^2+2y_2^2+5y_3^2$，求参数 a 及所用的正交变换矩阵 P.

18. (满分 6 分) 设向量组 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ 线性无关， $\{\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$ 线性相关，α_4 能否由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示？证明你的结论。