

华南农业大学期末考试试卷 (A 卷)

2014-2015 学年第 2 学期

考试科目: 线性代数

考试类型: (闭卷) 考试

考试时间: 120 分钟

学号_____姓名_____年级专业_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
评阅人						

试卷说明:

在本试卷中, A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵; A^* 表示 A 的伴随矩阵; $r(A)$ 表示矩阵 A 的秩; $|A|$ 表示 A 的行列式; E 表示单位矩阵。

得分	
----	--

一、选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分) 在每小题的选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题中括号内

1. 设 4 阶矩阵 A 的元素均为 4, 则 $r(A) = (\quad)$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的秩为 2, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 中 (\quad)
A. 必有一个零向量
B. 任意两个向量都线性无关
C. 存在一个向量可由其余向量线性表示
D. 每个向量均可由其余向量线性表示
3. 设 A 为 3×4 矩阵, 且 A 的秩 $r(A) = 1$, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系所含解向量的个数为 (\quad)
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
4. 设 A 与 B 相似, 则下列说法错误的是 (\quad)
A. A 与 B 等价 B. A 与 B 合同
C. $|A| = |B|$ D. A 与 B 有相同特征值
5. 设 A 是任一 $n(n \geq 3)$ 阶方阵, k 为常数, 且 $k \neq 0, \pm 1$, 则必有 $(kA)^* = (\quad)$
A. kA^* B. $k^{-1}A^*$ C. $k^n A^*$ D. $k^{n-1}A^*$

得分	
----	--

二、填空题（本大题共5小题，每小题4分，共20分）

6. 3阶行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ 的值为_____.

7. 设 $\alpha = (6, -2, 2, -10)^T, \beta = (2, -1, -2, 4)^T$, 则 α 与 β 的夹角（弧度）为_____.

8. 已知3阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3, 则 $|A + E| =$ _____.

9. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ -2x_2 + x_3 = -2 \\ (\lambda + 1)x_3 = -\lambda \end{cases}$ 无解, 则数 $\lambda =$ _____.

10. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, 则对应的二次型 $f(x_1, x_2, x_3) =$ _____.

得分	
----	--

三、计算题（本大题共3小题，共23分）

11. (满分7分) 计算行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

12. (满分 8 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}$, 求其逆矩阵 A^{-1}

13. (满分 8 分) 设某种生物最多存活 30 天, 将其分为 3 个年龄组 $[0,10), [10,20), [20,30)$. 统计资料表明在 10 天内各年龄组的繁殖率及死亡率如表

年龄区间	繁殖率	死亡率
$[0,10)$	0	50%
$[10,20)$	200%	75%
$[20,30)$	150%	100%

设第 n 个 10 天后个年龄组该生物的个数依次为 x_n, y_n, z_n , 则 $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$ 的关系

用矩阵形式表示为 $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$, 求矩阵 A

得分	
----	--

四、解答题（本大题共4小题，每小题9分，共36分）

14. (满分 9 分) 求线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$
 的通解.

15. (满分 9 分) 求向量组 $\alpha_1 = (-1, 2, 0, 1)$, $\alpha_2 = (1, 2, 0, 5)$, $\alpha_3 = (3, 2, 2, 0)$, $\alpha_4 = (0, 4, 0, 6)$ 的秩和一个极大线性无关组.

16. (满分 9 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ，且矩阵 X 满足 $AX + E = A^3 + X$ ，求 X 。

17. (满分 9 分) 求一个正交变换 $x = Py$ ，把下列二次型化为标准形

$$f = 4x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 + 3x_3^2$$

得分	
----	--

五、证明题（本大题共1小题，共6分）

18. (满分 6 分) 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关, 且其中任意两个向量都线性无关,

证明: 存在全不为零的常数 k_1, k_2, k_3 使得 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + k_3\alpha_3 = 0$