

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2019~2020 学年第 2 学期

考试科目：线性代数

考试类型：（闭卷）考试

考试时间：120 分钟

学号_____姓名_____年级专业_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
评阅人						

试卷说明： A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵， A^{-1} 表示方阵 A 的逆矩阵， A^* 表示方阵 A 的伴随

矩阵， $|A|$ 表示方阵 A 的行列式， I 表示单位矩阵， O 表示零矩阵。

请直接在本试卷上作答，答案写在草稿纸上无效。请将答案写在装订线以内。

得分	
----	--

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）在每小题的选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题中括号内。

1、设 A, B 均为 n 阶方阵，下列命题成立的是（ ）

A. $(AB)^3 = A^3 B^3$

B. $A^2 - I^2 = (A - I)(A + I)$

C. $|-A| = -|A|$

D. $|A + B| = |A| + |B|$

2、设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ 线性相关，则下列结论错误的是（ ）。

A. α_2, α_3 线性无关

B. α_4 可以由 α_1, α_2 线性表示

C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关

D. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关

3、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ，且 B 与 A 相似，则 ()

A. 0 一定是 B 的特征值

B. $|B| \neq 0$

C. B 一定有零行

D. B 一定有零列

4、若 A 与 B 相似，则下列说法错误的是()

A. A 与 B 等价

B. A 与 B 合同

C. $|A| = |B|$

D. A 与 B 有相同特征值

5、若 A 为 4 阶方阵，齐次线性方程组 $AX = 0$ 的基础解系中解向量的个数为 2，
则 $R(A) = ()$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

得分	
----	--

二、填空题（本大题共有 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6、向量 $\alpha = [1, 4, 0, 2]$ 与 $\beta = [2, -2, 1, 3]$ 的距离和内积分别为_____。

7、设 A 为 3 阶方阵，并且 $|A| = -\frac{1}{3}$ ，则 $|2A^{-1} - A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8、二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + tx_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$ 是正定的，则 t 的取值范围是_____。

9、设向量组 $\alpha = (1, 0, 1)^T, \beta = (2, k, -1)^T, \gamma = (-1, 1, -4)^T$ 线性无关，则 k 的取值范围是_____。

10、方程组 $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ 的通解是_____。

得分	
----	--

三、计算题（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

11、设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 求 $B^T A^T$.

12、计算 4 阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

13、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} .

得分	
----	--

四、解答题（本大题共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分）

14、判断向量组

$$\alpha_1 = (2, -1, 1), \alpha_2 = (-1, 1, 0), \alpha_3 = (1, 0, 1)$$

的线性相关性，如果线性相关，请找出它的一个极大线性无关组，并将其余向量由该极大线性无关组线性表示.

15、确定 a 的值，使得线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 = a \end{cases}$$
 有解，并求其解。

装

订

线

16、已知 $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ 相似，试求：(1) x 和 y 的值；(2) 求可

逆矩阵 P ，使得 $P^{-1}AP = B$ 。

17、设三阶方阵 A 的特征值为 $1, -1, 2$ ， $B = A^3 - 5A^2$ ，试求：

(1) B 的特征值和与 B 相似的对角阵；(2) $|B|$ 以及 $|A - 5I|$ 。

得分	
----	--

五、证明题（本大题共 1 小题，共 6 分）

18、设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关， $\beta_1 = \alpha_1 - \alpha_2 + 2\alpha_3, \beta_2 = \alpha_2 - \alpha_3, \beta_3 = 2\alpha_1 - \alpha_2 + 3\alpha_3$ ，试证明 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性相关。