華南農業大學
South China Agricultural University

第八讲 克莱姆法则与可逆矩阵

2.12 克莱姆法则

2.13 可逆矩阵

2.14 可逆矩阵的求法（1）

2.15 可逆矩阵的求法（2）

一、克莱姆(Crammer)法则

定理2.12.1　n个方程，n个未知量的线性方程组的一般形式为

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=b_n \end{cases}, \qquad (2.12.1)$$

若其系数行列式不为零，即 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}\neq 0$，则

线性方程组（2.12.1）有唯一解 $x_1=\dfrac{D_1}{D},\ x_2=\dfrac{D_2}{D},\ \cdots,\ x_n=\dfrac{D_n}{D},$

线性方程组（2.12.1）有唯一解$x_1=\frac{D_1}{D},x_2=\frac{D_2}{D},\cdots,\ x_n=\frac{D_n}{D}$,

其中

$$D_j=\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,j-1} & b_1 & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & b_n & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

D_j 是把系数行列式 D 中第 j 列的元素用方程组右端的常数项 $\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\cdots,\boldsymbol{b}_n$ 代替后所得到的 n 阶行列式.（证明略）

例1 用Crammer求解下列线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -1. \\ -3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

解 系数行列式为

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 2 & 4 & -3 \\ -3 & 7 & 2 \end{vmatrix} = 196 \neq 0,$$

由于系数行列式不为零，所以可以使用Crammer法则，方程组有唯一解. 又

$$D_1=\begin{vmatrix}2 & -3 & 7\\ -1 & 4 & -3\\ 3 & 7 & 2\end{vmatrix}=-54,\qquad D_2=\begin{vmatrix}1 & 2 & 7\\ 2 & -1 & -3\\ -3 & 3 & 2\end{vmatrix}=38,$$

$$D_3=\begin{vmatrix}1 & -3 & 2\\ 2 & 4 & -1\\ -3 & 7 & 3\end{vmatrix}=80,$$

所以方程组的唯一解为

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{-54}{196}=-\frac{27}{98},\quad x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{38}{196}=\frac{19}{98},\quad x_3=\frac{D_3}{D}=\frac{80}{196}=\frac{20}{49}.$$

推论2.12.1 如果方程组（2.12.1）中 $b_1 = b_2 = \cdots = b_n = 0$,
即

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases},$$

称为齐次线性方程组，如果其系数行列式不等于零，则该齐次线性方程组有唯一零解为

$$x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 0.$$

例2 当 k 为何值时，下列方程组只有零解.

$$\begin{cases} x_1 + kx_2 + 2kx_3 = 0 \\ kx_1 + x_2 + 2kx_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$$

解 因为方程组的系数行列式为

$$D = \begin{vmatrix} 1 & k & 2k \\ k & 1 & 2k \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} = k^2 - 6k + 5 = (k-5)(k-1)$$

所以当 $k \neq 5$ 且 $k \neq 1$ 时，原方程组只有零解.

注： 由推论2.12.1可知，对于方程个数等于未知量个数的齐次线性方程组，其解的情况如下：

（1）若系数行列式 $D \neq 0$, 有唯一零解.

（2）若系数行列式 $D=0$， 有非零解.

小结

Crammer法则的使用有极大的局限性：

（1） Crammer法则只能用于求解方程个数与未知数个数相等的线性方程组；

（2） Crammer法则只能求得系数行列式不为零时的线性方程组的唯一解；

即如果方程个数与未知数个数不相等，或系数行列式等于零，则Crammer法则失效。

（3）计算量大，要计算 n+1 个 n 阶行列式的值。

如何解决这些问题呢？留待第四章解决。

二、可逆矩阵

定义2.13.1 设 A 为 n 阶方阵, 如果存在 n 阶方阵B，使得

$$AB = BA = I,$$

称 A 为**可逆矩阵**，B 为 A 的**逆矩阵**（简称 A 的逆).

注：（1）易知单位矩阵 I 可逆，零矩阵不可逆.

（2）可逆矩阵为方阵，其逆矩阵为同阶方阵.

（3）定义中 B 也是可逆的，其逆矩阵为 A .

★ 可逆矩阵的性质

定理2.13.1 如果矩阵A是可逆的，则 A 的逆矩阵唯一.

证明： 如果 B 和 C 都是 A 的逆矩阵，则

$$AB = BA = I, \quad AC = CA = I,$$

那么

$$B = BI = B(AC) = (BA)C = IC = C,$$

所以逆矩阵唯一.

注： 以后矩阵 A 的逆矩阵记为 A^{-1}，则有

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I.$$

性质2.13.1 如果矩阵A 可逆，且 $AB=I$，则 $BA=I$.

性质2.13.1表明: 证明 A 可逆，只要证明 $AB=I$ 或 $BA=I$ 中一个成立即可，且有$A^{-1}=B, B^{-1}=A.$

性质2.13.2 如果矩阵A 可逆，则 A^{T}、λA（为非零常数）、和A^{-1} 都可逆，且

$$(A^T)^{-1}=(A^{-1})^T,$$

$$(\lambda A)^{-1}=\frac{1}{\lambda}A^{-1},$$

$$(A^{-1})^{-1}=A.$$

性质2.13.3 如果矩阵A，B均可逆，则AB为可逆，且

$$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}.$$

证明： 因为

$$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = A(BB^{-1})A^{-1} = AIA^{-1} = AA^{-1} = I$$

由性质2.13.1可知，$(B^{-1}A^{-1})(AB)=I$, 所以AB可逆.

2.13.4: 性质2.13.3可以推广到有限个可逆矩阵的情形，即

若$A_1, A_2, \cdots, A_n$，均为n阶可逆矩阵，则

$$(A_1A_2\cdots A_n)^{-1}=A_n^{-1}\cdots A_2^{-1}A_1^{-1}.$$

三、可逆矩阵的求法(1)

定义2.14.1 对于任意的 n 阶方阵 A，由 $|A|$ 每个元素的代数余子式

A_{ij} 所构成的如下矩阵

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \cdots & & & \cdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

注意下标的变化

称为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的 **转置伴随矩阵** 或 **伴随矩阵**.记作 A^* 或 $adjA$.

例1 求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵 A^*.

解 由于

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}=2 \qquad A_{21}=-1 \qquad A_{31}=1$$

$$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}=2 \qquad A_{22}=-1 \qquad A_{32}=-1$$

$$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=-4 \qquad A_{23}=3 \qquad A_{33}=-1$$

$$A^*=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

★ 伴随矩阵的性质

性质2.14.1 设 A 是 n 阶方阵，A^*为其伴随矩阵，则有

$$AA^* = A^*A = |A|I.$$

定理2.14.1 n 阶方阵 A 可逆的充分必要条件是 $|A| \neq 0$.

证明： (必要性) 因为 A 可逆，所以存在 A^{-1}，使得

$$AA^{-1} = I,$$

利用行列式乘法定理有 $|A||A^{-1}| = 1$，显然 $|A| \neq 0$.

(充分性) 由性质2.14.1可知 $AA^* = A^*A = |A|I$,

当 $|A| \neq 0$ 时，有

$$A\frac{A^*}{|A|} = \frac{A^*}{|A|}A = I$$

由可逆矩阵的定义可知 A 可逆，且 $A^{-1} = \dfrac{A^*}{|A|}$.

注： 定理给出了：

1. 判断一个方阵可逆的方法： $|A| \neq 0.$

2. 求逆矩阵的方法： $A^{-1} = \dfrac{1}{|A|}A^*$

定理2.14.2 设 A 是 n 阶可逆矩阵，则 $A^{-1} = \dfrac{1}{|A|}A^*$.

例2.14.3

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}A^{*}$$

设 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 且 $|A|\neq 0$, 求 A^{-1}

解:

$A_{11}=d \quad A_{12}=-c \quad A_{21}=-b \quad A_{22}=a$

$$A^{*}=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}A^{*}=\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

例3 判断矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$是否可逆？如果可逆，求其逆矩阵.

解 首先求得 $|A|=2\neq 0$, 所以 A 可逆. 又由例1可知

$$A^{*}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix},$$

故 $A^{-1}=\dfrac{A^{*}}{|A|}=\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$

例4 判断下面的矩阵是否可逆，如果可逆，则求逆矩阵,

$$(1)A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \qquad (2)B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

解 (1)首先求得

$$|A|=\begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} \overset{r_2+r_1}{\underset{r_3+r_1}{=\!=}} \begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq \mathbf{0},$$

所以矩阵 $\boldsymbol{A}$ 可逆.

又计算 $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$， 所以 $A^{-1} = \dfrac{A^*}{|A|} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 5 & -3 & -7 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

(2)首先求得

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 2 \end{vmatrix} \overset{r_2 + r_1}{\underset{r_4 - 3r_1}{=\!=\!=}} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} =\!=\!= 0,$$

所以矩阵 $\boldsymbol{B}$ 不可逆.

课前练习

1、可逆伴随

P91 2（3，4，16）（课堂）；

P92 8，9；P169 例题12（自己做做）

2、克莱姆法则 Crammer

P92 2（6）；P109 3

3、求逆 P91 2（2）； P95 20，21

四、可逆矩阵的求法(2)

定理2.15.1 可逆矩阵 A 经过有限次的初等行变换可化为单位矩阵 I .

注： 由于对矩阵实施一次初等行变换，等于用相应的初等矩阵左乘该矩阵，故定理2.15.1表明，存在初等矩阵 $P_1, P_2, \cdots, P_m$, 使得

$$P_m \cdots P_2 P_1 A = \mathrm{I}$$

从而 $A^{-1} = P_m \cdots P_2 P_1$, 即

$$P_m \cdots P_2 P_1 I = A^{-1} I = A^{-1}.$$

$$P_m \cdots P_2 P_1 A = I$$

$$P_m \cdots P_2 P_1 I = A^{-1}.$$

这两个等式表明，对矩阵 A 与 I 施行相同的初等行变换，

当 A 化为单位矩阵 I 时，单位矩阵 I 相应地化为 A^{-1}.

利用矩阵的行初等变换求逆矩阵

将矩阵（$\boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{I}$）作行初等变换，当 A 化为 I 时，I 则化为 A^{-1}

$$(A \vdots I) \xrightarrow{\text{行初等变换}} \longrightarrow \cdots \longrightarrow (I \vdots A^{-1})$$

例5 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&2&1\\3&4&3\end{pmatrix}$，求逆矩阵 A^{-1} .

解

$$(A \vdots I)=\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&2&3&1&0&0\\2&2&1&0&1&0\\3&4&3&0&0&1\end{array}\right)\xrightarrow[r_3-3r_1]{r_2-2r_1}$$

$$\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&2&3&1&0&0\\0&-2&-5&-2&1&0\\0&-2&-6&-3&0&1\end{array}\right)\xrightarrow[r_3-r_2]{r_1+r_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[r_2-5r_3]{r_1-2r_3}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[-r_3]{-0.5r_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} \underbrace{\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}}_{\mathrm{I}} & \underbrace{\begin{matrix} 1 & 3 & -2 \\ -\frac{3}{2} & -3 & \frac{5}{2} \\ 1 & 1 & -1 \end{matrix}}_{A^{-1}} \end{array}\right) \qquad \therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -\frac{3}{2} & -3 & \frac{5}{2} \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

例6 设 $A=\begin{pmatrix}1&-5&-2\\-1&3&1\\3&-4&-1\end{pmatrix}$, 求 A^{-1}

$$\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&-5&-2&1&0&0\\-1&3&1&0&1&0\\3&-4&-1&0&0&1\end{array}\right)\xrightarrow[r_3-3r_1]{r_2+r_1}\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&-5&-2&1&0&0\\0&-2&-1&1&1&0\\0&11&5&-3&0&1\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{r_3+5r_2}\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&-5&-2&1&0&0\\0&-2&-1&1&1&0\\0&1&0&2&5&1\end{array}\right)\xrightarrow{r_2\leftrightarrow r_3}\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&-5&-2&1&0&0\\0&1&0&2&5&1\\0&-2&-1&1&1&0\end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 & -2 & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & \vdots & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[r_3+2r_2]{r_1+5r_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & \vdots & 11 & 25 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \vdots & 5 & 11 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_3\times(-1)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & \vdots & 11 & 25 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & -5 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_1+2r_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & -5 & -11 & -2 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ -5 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

练一练

设 $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\3&1&0\\0&2&1\end{pmatrix}$, 求 A^{-1}

解

$$\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&2&1&1&0&0\\3&1&0&0&1&0\\0&2&1&0&0&1\end{array}\right)\xrightarrow{r_2-3r_1}\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&2&1&1&0&0\\0&-5&-3&-3&1&0\\0&2&1&0&0&1\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{r_2+3r_3}\left(\begin{array}{ccc:ccc}1&2&1&1&0&0\\0&1&0&-3&1&3\\0&2&1&0&0&1\end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc:ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[]{\substack{r_1 - 2r_2 \\ r_3 - 2r_2}} \left(\begin{array}{ccc:ccc} 1 & 0 & 1 & 7 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & -2 & -5 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{r_1 - r_3} \left(\begin{array}{ccc:ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & -2 & -5 \end{array}\right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 3 \\ 6 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

同理可以用初等列变换求逆矩阵

$$\begin{pmatrix} A \\ \cdots \\ I \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} I \\ \cdots \\ A^{-1} \end{pmatrix}$$

为什么?

注意： 在这两种求逆矩阵的过程中，

初等行变换和初等列变换*不能*混用.

小结

1. 用 Crammer 法则解方程组的两个条件:

(1)方程个数等于未知量个数;

(2)系数行列式不等于零.

2. Crammer 建立了线性方程组的解和已知的系数与常数项之间的关系.它主要适用于理论推导.

3. 逆矩阵的求法:

（1）定义法, 验证 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{I}$;

（2）初等行变换法， $(A \mid I) \to (I \mid A^{-1})$

（3）伴随矩阵法 $A^{-1}=\dfrac{1}{|A|}A^{*}$.

◆ 分块对角矩阵（P66问题2.15.3）

如果可将矩阵A进行适当分块，得到如下形式，则称矩阵A为**分块对角矩阵**。

$$A=\begin{pmatrix} A_{11} & & & \\ & A_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{ss} \end{pmatrix}$$

其中A $_{ii}$ 为**方阵子块**，其余子块均为零子块

★分块对角矩阵的性质

(1) $|A|=|A_{11}||A_{22}|\cdots|A_{ss}|$

(2) 若A可逆，则 $A^{-1}=\begin{pmatrix} A_{11}^{-1} & & & \\ & A_{22}^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{ss}^{-1} \end{pmatrix}$

例 设 $A=\begin{pmatrix}5&0&0\\0&3&1\\0&2&1\end{pmatrix}$ 求A^{-1}, $|A|$

解

$$A=\left(\begin{array}{c|cc}5&0&0\\\hline 0&3&1\\0&2&1\end{array}\right)$$

$$A^{-1}=\left(\begin{array}{c|c}5^{-1}&0\quad 0\\\hline 0&\begin{pmatrix}3&1\\2&1\end{pmatrix}^{-1}\\0&\end{array}\right)$$

$$=\left(\begin{array}{c|cc}\frac{1}{5}&0&0\\\hline 0&1&-1\\0&-2&3\end{array}\right)$$

P51 3

例题 **设** $A=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&2&1&0&0\\0&3&2&0&0\\0&0&0&-1&3\\0&0&0&4&2\end{pmatrix}$ **，求|A|及A^{-1}**

解 将A分块：一、二行，三、四行之间各插入横线，在一、二列，三、四列之间各插入竖线，则

$$A=\begin{pmatrix}A_{11}&&\\&A_{22}&\\&&A_{33}\end{pmatrix}$$ **其中** $A_{11}=1, A_{22}=\begin{pmatrix}2&1\\3&2\end{pmatrix}, A_{33}=\begin{pmatrix}-1&3\\4&2\end{pmatrix}$

所以 $|A|=-14$ $\quad A^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&2&-1&0&0\\0&-3&2&0&0\\0&0&0&-1/7&3/14\\0&0&0&2/7&1/14\end{pmatrix}$

作 业

P60 2.12 2

P65 2.14 2

P66 2.15 (1), (2)

预习2.16-2.18节，

观看视频P67视频2.16

观看视频P68视频2.17

观看视频P69视频2.18