



Turingmachine

A Turing machine is like a wise old person, sitting at an endless table, playing a complex game. They have a magical pen that reads and writes on the game board. They follow strict rules, do not move from their spot, but the table mysteriously moves back and forth. Their concentration is deep and calm as they perform a complex ballet of reading, writing, and state-changing.

- ChatGPT

Berechenbarkeit

1 Turingmaschine

Wir betrachte das folgende, sehr bekannt, berechnungsmodell. Anschaulich lässt es sich wie folgt beschreiben.

- Es gibt einen "Speicher" \rightsquigarrow k unendlich lange Arrays(**Bänder**)
- Es gibt einen "Arbeitsspeicher" \rightsquigarrow eine endliche Menge von Zuständen, die die Maschine einnehmen kann
- Für jedes Band gibt es einen Schreib- und Lesekopf
- Jeder Schritt ist wie folgt:
Abhängig von Zustand und gelesenen Symbol, Schreiben der Köpfe genau ein Symbol, bewegen sich nun maximal eine Position und der Zustand der Maschine wird geändert.
- Stellt die Maschine ihr schrittweises Arbeiten ein, so wird die Ausgabe entweder den Zustand entnommen oder von einem der Bänder in geeigneter Weise abgelesen.

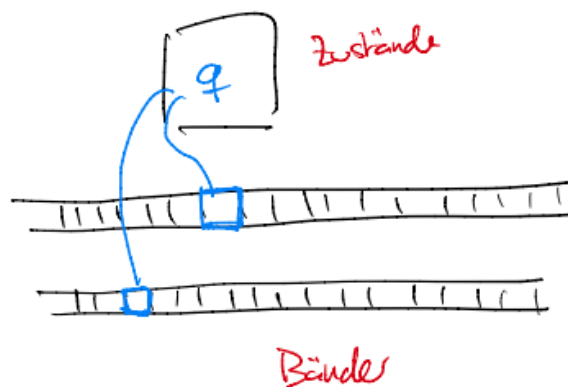


Figure 1: Turingmaschine.

1.1 Definition (Turingmaschine, Alan Turing, 1936)

Sei $k \in \mathbb{N}$ eine **k-Band-Turingmaschine** kurz k-TM, ist ein Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$. Dabei ist:

- Q eine endliche Menge, **Zustandsmenge**
- Σ das **Eingabealphabet**, ein Alphabet $\square \notin \Sigma$
- Γ das **Bandalphabet**, ein Alphabet mit $\Sigma \subseteq \Gamma$ und $\square \in \Gamma \setminus \Sigma$
- $\Delta \subseteq Q \times \Gamma^k \rightarrow \subseteq Q \times \Gamma^k \times L, S, R^k$ die **Übergangsrelation**
- $s \in Q$ der **Startzustand**
- $F \subseteq Q$ die Menge der **akzeptierenden Zustände**

Das Symbol \square heißt **Blank**. Die Elemente von Δ heißen **Instruktionen**. Für eine Instruktion $(q_1, a_1, \dots, a_k, q', a'_1, \dots, a'_k, B_1, \dots, B_k)$ **Anweisungsteil**. Die TM M ist eine **deterministische k-Band Turingmaschine**, kurz k-DTM, wenn es $\forall b \in Q \times \Gamma^k$ höchstens eine Instruktion $i \in \Delta$ mit Bedingungsteil b .

1.2 Definition (Konfiguration)

Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$ eine k-TM. Eine **Konfiguration** von M ist ein Tupel

$$C = (q, w_1, \dots, w_k, p_1, \dots, p_k) \in Q \times (P^*)^k \times \mathbb{N}^k$$

Die **Startkonfiguration** von M zur Eingabe $(u_1, \dots, u_n) \in (\Sigma^*)^n$, wobei $n \in \mathbb{N}$, ist die Konfiguration

$$Start_M(u_1, \dots, u_n) = (s, u_1 \sqcup u_2 \sqcup \dots \sqcup u_n, \square, \dots, 1, \dots, 1)$$

Die Konfiguration C ist eine **Stoppkonfiguration** von M , wenn es keine Instruktion $i \in \Delta$ mit Bedingungssteil $(q, w_1(p_1), \dots, w_k(p_k))$ gibt.

1.3 Definition (Nachfolgekongfiguration)