Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg
MaFIn
Anton Jagow, Lukas Dzielski
Max-Emanuel Hlawatsch

# Übungszettel #8

| Aufgabe | Punkte |
| --- | --- |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| Gesamt | |

## 1 Aufgabe

### (a)

$(x, 6y, 15z) = 3 \cdot (1,0,0) + 3y \cdot (0,2,0) + 5z \cdot (0,0,3)$

### (b)

Die Gleichung

$$o = a \cdot (1,2,3) + b \cdot (3,4,6), +c \cdot (0,4,6)$$

ist mit $a = -6, v = 2, c = 1$ Lösbar.

$$o = (-6, -12, 18) + (6,8,12) + (0,4,6)$$

$$o = (0,0,0)$$

### (c)

(i) $\{0\}$ ist trivialer weise linear abhängig, da $o = k \cdot o$

(ii) $\{o, (1,0,0)\}$ ist linear abhängig, da $o = k \cdot o + j \cdot (1,0,0)$ mit j = 0 das zeigt.

(iii) $\{(1,0,0), (0,2,0), (0,0,3)\}$ ist linear Unabhängig, da $o = a \cdot (1,0,0) + b \cdot (0,2,0) + c(0,0,3)$ es mehr als die triviale lösung gibt.

(iv) $\{(6,-2,0), (-3,1,0), (0,0,1)\}$ ist linear abhängig, mann kann (6, -2,0) mit (-2)*(-3,1,0) dargestellen.

### (d)

Es ist zu zeigen das $u = (2,0,0)$ und $v = (0,1,0)$ zu einem Vektor $w$ linear unabhängig sind. Dabei muss

$$a \cdot u + b \cdot v = c \cdot w$$

für werte anderes als der trivialen lösung erfüllt sein.

$$\Rightarrow a \cdot (2,0,0) + b \cdot (0,1,0) = c \cdot (w_1, w_Setze2, w_3)$$

Ist lösbar mit den Koeficienten $a = 1, b = 1, c = 1$ und $w = (2,1,0)$

$$\Rightarrow (2,0,0) + (0,1,0) = (2,1,0)$$

Nun soll gezeigt werden das es einen Vektor $w'$ gibt der das Gleichungystem erfüllt.

$$a_1 \cdot u + b_1 \cdot w' = c_1 \cdot v$$

$$a_2 \cdot u + b_2 \cdot v = c_2 \cdot w'$$

$$a_3 \cdot v + b_3 \cdot w' = c_3 \cdot u$$

$\Rightarrow w = (0,1,0)$

$$0 \cdot (2,0,0) + 1 \cdot (0,1,0) = 1 \cdot (0,1,0)$$

$$0 \cdot (2,0,0) + 1 \cdot (0,1,0) = 1 \cdot (0,1,0)$$

$$1 \cdot (0,1,0) + 1 \cdot (0,1,0) = x \cdot (2,0,0)$$

Dabei kann man kein x finden um die gleichung zu lösen.

# 2 Aufgabe

### Vektoraddition ist nicht abgeschlossen,

denn wenn $u, v \in P \cup N$ kann es sein das $u + v \in P \cup N$ nicht gilt. Man wähle $u = (-1, -99, -99) \in P$ und $v = (2, 0, 0) \in N$ aber

$$\Rightarrow (-1, -99, -99) + (2, 0, 0) = (1, -99, -99) \notin P \cup N$$

### Vektormultiplikation ist abgeschlossen,

denn man wähle ein beliebigen $v \in P \cup N$ dann kann $v_1, v_2, v_3 \geq 0 \wedge v_1, v_2, v_3 \leq 0$ mit skalarer Multiplikation nur alle vorzeichen zusammen ändern also ist dieses Kriterium erfüllt und das Produkt liegt auf jeden fall in $P \wedge N$. Ausserdem ist das Produkt zwei realer Zahlen auch wieder Real.

# 3 Aufgabe

### (a)

Angenommen sie wäre linear abhängig. Es müsste möglich sein ein $v_n$ zu finden das durch eine linearkombination zweier anderer dargestellt werden könnte. Es gibt aber keinen Vektor der an der n'ten stelle eine nicht 0 hat. Daher ist die Menge linear unabhängig. Durch Austauschsatz kann man sagen das eine Menge