Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg
MaFIn
Anton Jagow, Lukas Dzielski — Max-Emanuel Hlawatsch

Übungszettel #8

Aufgabe	Punkte
1	
2	
3	
Gesamt	

1 Aufgabe

(a)

$(x, 6y, 15z) = 3 \cdot (1,0,0) + 3y \cdot (0,2,0) + 5z \cdot (0,0,3)$

(b)

Die Gleichung

$$o = a \cdot (1,2,3) + b \cdot (3,4,6), +c \cdot (0,4,6)$$

ist mit $a = -6, v = 2, c = 1$ Lösbar.

$$o = (-6, -12, 18) + (6,8,12) + (0,4,6)$$

$$o = (0,0,0)$$

(c)

(i) $\{0\}$ ist trivialer weise linear abhängig, da $o = k \cdot o$

(ii) $\{o, (1,0,0)\}$ ist linear abhängig, da $o = k \cdot o + j \cdot (1,0,0)$ mit j = 0 das zeigt.

(iii) $\{(1,0,0), (0,2,0), (0,0,3)\}$ ist linear Unabhängig, da $o = a \cdot (1,0,0) + b \cdot (0,2,0) + c(0,0,3)$ es mehr als die triviale lösung gibt.

(iv) $\{(6,-2,0), (-3,1,0), (0,0,1)\}$ ist linear abhängig, mann kann (6, -2,0) mit (-2)*(-3,1,0) dargestellen.

(d)

Es ist zu zeigen das $u = (2,0,0)$ und $v = (0,1,0)$ zu einem Vektor w linear unabhängig sind. Dabei muss

$$a \cdot u + b \cdot v = c \cdot w$$

für werte anderes als der trivialen lösung erfüllt sein.

$$\Rightarrow a \cdot (2,0,0) + b \cdot (0,1,0) = c \cdot (w_1, w_Setze2, w_3)$$

Ist lösbar mit den Koeficienten $a = 1, b = 1, c = 1$ und $w = (2,1,0)$

$$\Rightarrow (2,0,0) + (0,1,0) = (2,1,0)$$

Nun soll gezeigt werden das es einen Vektor w' gibt der das Gleichungystem erfüllt.

$$a_1 \cdot u + b_1 \cdot w' = c_1 \cdot v$$

$$a_2 \cdot u + b_2 \cdot v = c_2 \cdot w'$$

$$a_3 \cdot v + b_3 \cdot w' = c_3 \cdot u$$

$\Rightarrow w = (0,1,0)$

$$0 \cdot (2,0,0) + 1 \cdot (0,1,0) = 1 \cdot (0,1,0)$$

$$0 \cdot (2,0,0) + 1 \cdot (0,1,0) = 1 \cdot (0,1,0)$$

$$1 \cdot (0,1,0) + 1 \cdot (0,1,0) = x \cdot (2,0,0)$$

Dabei kann man kein x finden um die gleichung zu lösen.

2 Aufgabe

Vektoraddition ist nicht abgeschlossen,

denn wenn $u, v \in P \cup N$ kann es sein das $u + v \in P \cup N$ nicht gilt. Man wähle $u = (-1, -99, -99) \in P$ und $v = (2, 0, 0) \in N$ aber

$$\Rightarrow (-1, -99, -99) + (2, 0, 0) = (1, -99, -99) \notin P \cup N$$

Vektormultiplikation ist abgeschlossen,

denn man wähle ein beliebigen $v \in P \cup N$ dann kann $v_1, v_2, v_3 \geq 0 \wedge v_1, v_2, v_3 \leq 0$ mit skalarer Multiplikation nur alle vorzeichen zusammen ändern also ist dieses Kriterium erfüllt und das Produkt liegt auf jeden fall in $P \wedge N$. Ausserdem ist das Produkt zwei realer Zahlen auch wieder Real.

3 Aufgabe

(a)

Angenommen sie wäre linear abhängig. Es müsste möglich sein ein v_n zu finden das durch eine linearkombination zweier anderer dargestellt werden könnte. Es gibt aber keinen Vektor der an der n'ten stelle eine nicht 0 hat. Daher ist die Menge linear unabhängig. Mit dem Ausstauschsatz kann man zeigen das eine andere Teilmenge in der Menge zur Basis ergänzt werden kann.

(b)

Wir haben in aufgabe (a) gezeigt das eine Basis mit $\{e_i : i \in \mathbb{N}/\{0\}\}$ existiert. Da die Basis mit $i \in \mathbb{N}$ aufgespannt wird ist die menge bijektiv mit den $\mathbb{N}$ abzählbar. Somit ist die Menge nicht endlich.