Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg
MaFIn
Anton Jagow, Lukas Dzielski
Max-Emanuel Hlawatsch

# Übungszettel #3

| Aufgabe | Punkte |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| Gesamt | |

## Aufgabe 1

Die Relation R über A ist Reflexiv, Transitiv sowie Symetrisch dann ist diese nach definition eine Äquivalenzklasse. Wegen Symetrie gilt $\forall x, y \in A\ xRy$ und $yRx$. Wenn nun $\forall x, y \in A \quad x = y$ gilt ist die Regel für Antisymetrie nicht verletzt. So kann eine soche Relation existieren.

## Aufgabe 2

| | $\leq_a$ | $\leq_b$ | $\leq_c$ | $\leq_d$ |
|---|---|---|---|---|
| reflexiv | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| transitiv | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| antisymetrie | ✓ | ✓ | × | × |
| konnex | ✓ | × | ✓ | × |
| | Ordnung | partielle Ordnung | Präordnung | partielle Präordnung |

## Aufgabe 3

(a) *Proof.* Zu zeigen: Die Erreichbarkeitsrelation $\curvearrowright$ ist sowohl transitiv als auch reflexiv.

reflexivität: In der Aufgabestellung steht: "Nach Definition ist jeder Knoten von sich selbst aus erreichbar, $v \curvearrowright v$ gilt für alle $v$ in V "

transitivität: $v_1, \cdots, v_t$ und $v_t, \cdots, v_j$ sind zwei folgen von Kanten wobei die Paare $(v_i, v_i + 1)$ im Graphen existieren. Da aber jetzt $v_j$ aus $v_1$ erreichbar ist da es für jeden übergang ein Paar gibt können wir auch schreiben: $v_1, \cdots, v_j$. Also gilt:

$$v_1 \curvearrowright v_t \wedge v_t \curvearrowright v_j \Leftrightarrow v_1 \curvearrowright v_j$$

□

(b) G ist in jedem Knoten aus zusammenhöngend. Zwei beliebige Knoten $v$ und $w$ aus V haben einen gerichteten Weg von v $v$ nach $w$ und $w$ nach $v$

## Aufgabe 4

(a) *Proof.* Zu zeigen: Die Erreichbarkeitsrelation $\curvearrowright$ ist eine Äquivalenzrelation auf der Knotenmenge V.
Also muss sie reflexiv, transitiv und symetrisch sein. Es muss nur Symetrie gezeigt werden da Aufgabe 3 analog dazu ist.

symetrie: Da ungerichtet, gilt $v_i \curvearrowright v_{i+1}$ und $v_{i+1} \curvearrowright v_i$

$$\Rightarrow [v_i]_E = \{v_{i+1} \in V : v_i \curvearrowright v_{i+1} \wedge v_{i+1} \curvearrowright v_i\}$$

□

(b) Es gibt zu je 2 beliebigen Knoten $v$ und $w$ in V einen ungerichteten Weg in G mit v als Startknoten und $w$ als Endknoten.