*Universität Heidelberg*
*Institut für Informatik*
*Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Merkle*

*20. Oktober 2022*

Übungen zur Vorlesung

# Mathematik für die Informatik 1

## Blatt 1

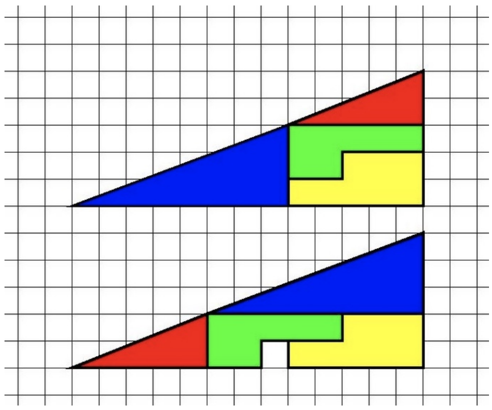
**Aufgabe 1** (4 Punkte)

In der Geometrie kann in Beweisen anhand von bildlichen Darstellung argumentiert werden, dabei müssen die Beweisschritte aber korrekt begründet sein und nicht nur durch die bildliche Darstellung nahegelegt werden.

In der Darstellung links sei die Seitenlänge der Gitterquadrate gleich einem Zentimeter. Es sieht so aus, als ob sich ein großes Dreieck mit dem Flächeninhalt $32,5\ \mathrm{cm}^2$ sowohl in Teilfiguren mit einem Gesamtflächeninhalt von $32\ \mathrm{cm}^2$ als auch mit $33\ \mathrm{cm}^2$ zerlegen lässt, es würde $32,5 = 32 = 33$ folgen.

Erklären Sie, an welcher Stelle die Argumentation fehlerhaft ist.

Hinweis: die Eckpunkte der farbig dargestellten Teilfiguren liegen jeweils exakt auf einem Gitterpunkt.



**Aufgabe 2** (4 Punkte)

a) Für alle natürlichen Zahlen $i > 0$ sei $A_i = \{1, \ldots, i\}$. Bestimmen Sie die folgenden Mengen.

(i) $(A_{11} \cup A_{999}) \cap A_4$ (ii) $(A_7 \setminus A_5) \times A_2$ (iii) $\mathrm{Pot}(A_{11} \setminus A_8)$ (iv) $\mathrm{Pot}(A_2) \triangle \mathrm{Pot}(A_3)$.

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

In der Vorlesung wurden zu Mengen $A$ und $B$ die acht Mengen betrachtet, die sich durch Vereinigung der Mengen $A \setminus B$, $A \cap B$ und $B \setminus A$ darstellen lassen, diese sind

$$C_1 = \emptyset, \quad C_2 = A \setminus B, \quad C_3 = A \cap B, \quad C_4 = B \setminus A, \quad C_5 = A, \quad C_6 = A \triangle B, \quad C_7 = B, \quad C_8 = A \cup B.$$

Die Mengen $A$ und $B$ seien nun Teilmengen einer Menge $G$, die wir als Grundmenge auffassen. Für eine Teilmenge $X$ von $G$ schreiben wir entsprechend $\overline{X}$ für das relative Komplement $G \setminus X$.

Durch Vereinigung der Mengen $C_1$ bis $C_8$ mit der Menge $D = \overline{A \cup B} = G \setminus (A \cup B)$ ergeben sich acht Mengen der Form $C_i \cup D$. Geben Sie für $i = 1, \ldots, 8$ einen Index $g(i)$ an, so dass gilt

$$C_i \cup D = \overline{C_{g(i)}}.$$

Hinweis: Veranschaulichen Sie sich die betrachteten Mengen zunächst im Venn-Diagramm. Es genügt, die Indizes $g(i)$ ohne Beweis anzugeben.

Bitte wenden!

**Aufgabe 4** (8 Punkte)

Es sei $G$ eine Menge und für jede Teilmenge $X$ von $G$ schreiben wir $\overline{X}$ für das relative Komplement $G \setminus X$ von $X$ in $G$, die Menge $\overline{X}$ wird in dieser Situation auch kurz als Komplement von $X$ bezeichnet. Für alle Teilmengen $A$ und $B$ von $G$ gelten dann die beiden folgenden Gleichungen, die de Morgansche Regeln genannt werden

$$(i) \quad A \cup B \;=\; \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}, \qquad\qquad (ii) \quad A \cap B \;=\; \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}.$$

a) Veranschaulichen Sie sich die de Morganschen Regeln indem Sie die Mengen $A \cup B$ und $\overline{A} \cap \overline{B}$, sowie $A \cap B$ und $\overline{A} \cup \overline{B}$ jeweils in einem Venn-Diagramm darstellen.

b) Beweisen Sie Gleichung (i).

c) Folgern Sie Gleichung (ii) aus Gleichung (i).

Hinweis zu Teil b: Verwenden Sie eine der beiden Beweismethoden aus Aufgabe 2 von Übungsblatt 0. Gut geeignet ist die Methode, für ein Element $x$ von $G$ die vier möglichen Kombinationen der Werte $A(x)$ und $B(x)$ zu betrachten, und jeweils sukzessive die entsprechenden Werte $(A \cup B)(x), \overline{A}(x), \overline{B}(x), \ldots$ für die in Gleichung (i) vorkommenden Teilausdrücke zu berechnen.

Hinweis zu Teil c: Betrachten Sie die de Morgansche Regel der Form (i) für die Mengen $\overline{A}$ und $\overline{B}$ und formen Sie diese in Gleichung (ii) um. Dabei dürfen Sie verwenden, dass die Bildung des relativen Komplements bezüglich $G$ in dem Sinne SELBSTINVERS ist, dass $\overline{\overline{X}} = X$ für alle Teilmengen $X$ von $G$ gilt. Weiter gilt für je zwei identische Teilmengen von $G$, dass auch deren Komplemente identisch sind.

## Abgabe: Bis Freitag, den 27. Oktober 2022, 20.00 Uhr.

Biete laden Sie Ihre Lösung bis zum Abgabetermin als eine PDF-Datei in Moodle hoch.

## Die Übungsblätter müssen in Zweiergruppen bearbeitet und abgegeben werden.

Die Übungsblattpartner sind in Moodle nicht hinterlegt. Bitte nennen Sie auf Ihrer Lösung beide Namen. Stellen Sie sicher, dass pro Paar höchstens eine Datei hochgeladen wird, wer von beiden dies tut, können Sie sich aussuchen.

Die Übungsblattpartner sollten aus demselben Tutorium kommen, müssen aber zumindest in Tutorien desselben Tutors sein. Übungsblattpartner können in den Tutorien vermittelt werden.

Die weiteren Übungsblätter werden jeweils am Freitag über Moodle ausgegeben und sind am Freitag eine Woche später bis 20:00 Uhr abzugeben.

Um zur Klausur zur Vorlesung zugelassen zu werden, müssen mindestens 50% der möglichen Punkte aus den Übungsblättern erreicht werden. Bitte sprechen Sie mit Ihrem Tutor, wenn Sie ein Übungsblatt aus besonderen Gründen nicht oder erst später abgeben können.