Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg
MaFIn
Anton Jagow, Lukas Dzielski
Max-Emanuel Hlawatsch

Übungszettel #8

Aufgabe	Punkte
1	
2	
3	
Gesamt	

1 Aufgabe

(a)

(b)

Die Gleichung

$$o = a \cdot (1, 2, 3) + b \cdot (3, 4, 6), +c \cdot (0, 4, 6)$$

ist mit $a = -6, v = 2, c = 1$ Lösbar.

$$o = (-6, -12, 18) + (6, 8, 12) + (0, 4, 6)$$

$$o = (0, 0, 0)$$

(c)

(i) $\{0\}$ ist trivialer weise Linear unabhängig, da $o = k \cdot o$

(ii) $\{o, (1, 0, 0)\}$ ist linear unabhängig, da $o = k \cdot o + j \cdot (1, 0, 0)$ mit j = 0 das zeigt.

(iii) $\{(1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\}$ ist linear Unabhängig, da $o = a \cdot (1, 0, 0) + b \cdot (0, 2, 0) + c(0, 0, 3)$ es mehr als die triviale lösung gibt.

(iv) $\{(6, -2, 0), (-3, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ ist linear abhängig, mann kann (6, -2,0) mit (-2)*(-3,1,0) dargestellen.

(d)

Es ist zu zeigen das $u = (2, 0, 0)$ und $v = (0, 1, 0)$ zu einem Vektor w linear unabhängig sind. Dabei muss

$$a \cdot u + b \cdot v = c \cdot w$$

für werte anderes als der trivialen lösung erfüllt sein.

$$\Rightarrow a \cdot (2, 0, 0) + b \cdot (0, 1, 0) = c \cdot (w_1, w_2, 2_3)$$

Ist lösbar mit den Koeficienten $a = 1, b = 1, c = 1$ und $w = (2, 1, 0)$

$$\Rightarrow (2, 0, 0) + (0, 1, 0) = (2, 1, 0)$$

Nun soll gezeigt werden das es einen Vektor w' gibt der das Gleichungystem erfüllt.

$$a_1 \cdot u + b_1 \cdot w' = c_1 \cdot v$$

$$a_2 \cdot u + b_2 \cdot v = c_2 \cdot w'$$

$$a_3 \cdot v + b_3 \cdot w' = c_3 \cdot u$$

$\Rightarrow w = (0, 1, 0)$

$$0 \cdot (2, 0, 0) + 1 \cdot (0, 1, 0) = 1 \cdot (0, 1, 0)$$

$$0 \cdot (2, 0, 0) + 1 \cdot (0, 1, 0) = 1 \cdot (0, 1, 0)$$

$$1 \cdot (0, 1, 0) + 1 \cdot (0, 1, 0) = x \cdot (2, 0, 0)$$

Dabei kann man kein x finden um die gleichung zu lösen.

2 Aufgabe

Vektoraddition ist nicht abgeschlossen,

denn wenn $u, v \in P \cup N$ kann es sein das $u + v \in P \cup N$ nicht gilt. Man wähle $u = (-1, -99, -99) \in P$ und $v = (2, 0, 0) \in N$ aber

$$\Rightarrow (-1, -99, -99) + (2, 0, 0) = (1, -99, -99) \notin P \cup N$$

Vektormultiplikation ist abgeschlossen,

denn man wähle ein beliebigen $v \in P \cup N$ dann kann $v_1, v_2, v_3 \geq 0 \wedge v_1, v_2, v_3 \leq 0$ mit skalarer Multiplikation kann man nur alle vorzeichen zusammen ändern also ist dieses Kriterium erfüllt und das Produkt liegt auf jeden fall in $P \wedge N$. Ausserdem ist das Produkt zwei realer Zahlen auch wieder Real.

3 Aufgabe

(a)

Angenommen sie wäre linear abhängig also keine Basis. Es müsste möglich sein ein v_n zu finden das durch eine linearkombination zweier anderer dargestellt werden kann. Es gibt aber keinen Vektor der an der n'ten stelle eine nicht 0 hat. Daher ist die Menge linear unabhängig und somit eine Basis.