Дубовицкий Н. А. Вариант 5

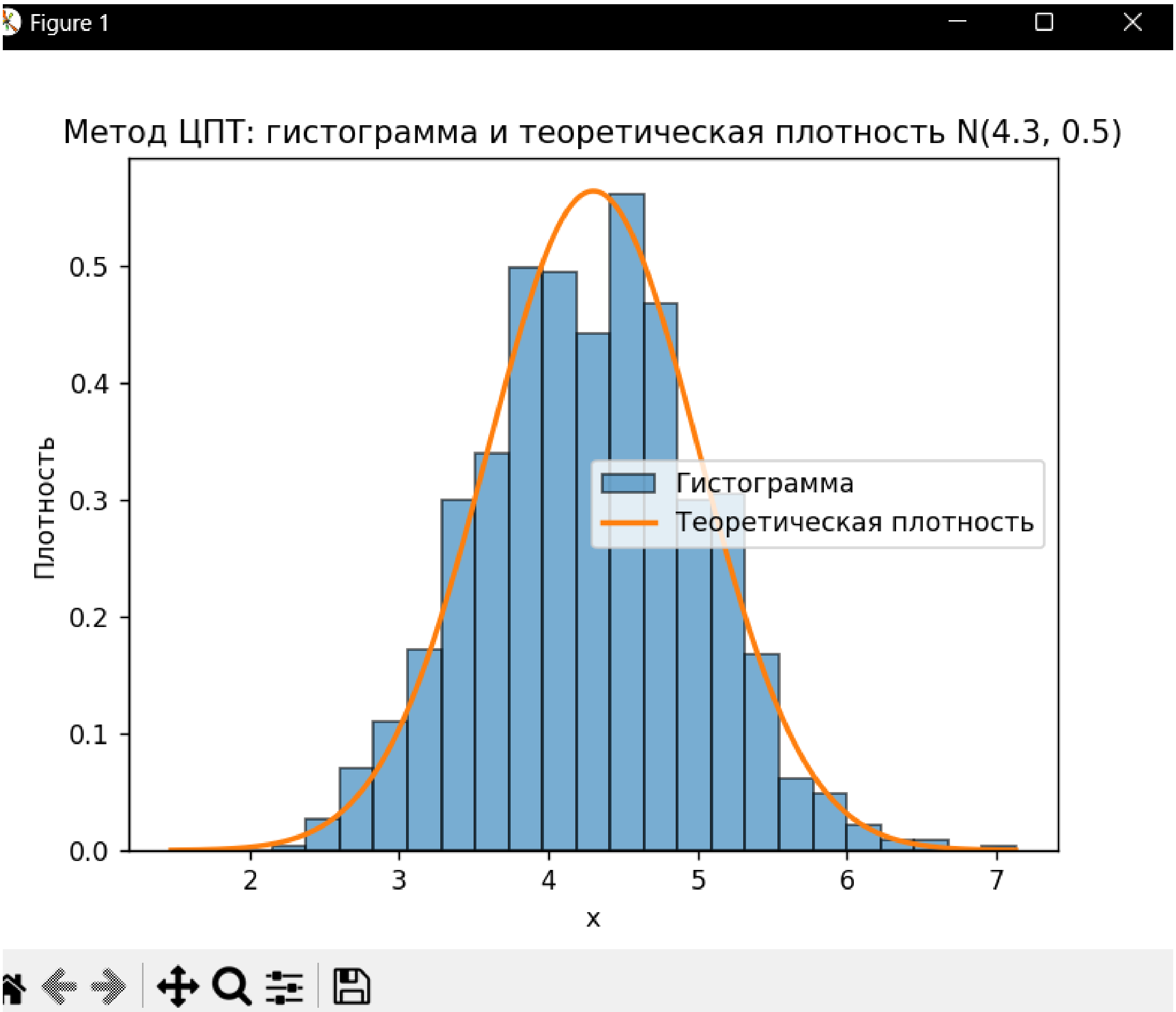
```
Метод ЦПТ
=========
Объем выборки: 1000
Число участков разбиения: 25

Математическое ожидание (выборочное): 4.280927
Дисперсия (выборочная):              0.533669

ГИСТОГРАММА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
Интервал                  Количество   Норм.частота   Меньше или равно
----------------------------------------------------------------------
[ 1.472 -  1.698)            0        0.0000           0.0000
[ 1.698 -  1.924)            0        0.0000           0.0000
[ 1.924 -  2.150)            0        0.0000           0.0000
[ 2.150 -  2.377)            1        0.0010           0.0010
[ 2.377 -  2.603)            6        0.0060           0.0070
[ 2.603 -  2.829)           16        0.0160           0.0230
[ 2.829 -  3.055)           25        0.0250           0.0480
[ 3.055 -  3.282)           39        0.0390           0.0870
[ 3.282 -  3.508)           68        0.0680           0.1550
[ 3.508 -  3.734)           77        0.0770           0.2320
[ 3.734 -  3.961)          113        0.1130           0.3450
[ 3.961 -  4.187)          112        0.1120           0.4570
[ 4.187 -  4.413)          100        0.1000           0.5570
[ 4.413 -  4.639)          127        0.1270           0.6840
[ 4.639 -  4.866)          106        0.1060           0.7900
[ 4.866 -  5.092)           68        0.0680           0.8580
[ 5.092 -  5.318)           69        0.0690           0.9270
[ 5.318 -  5.545)           38        0.0380           0.9650
[ 5.545 -  5.771)           14        0.0140           0.9790
[ 5.771 -  5.997)           11        0.0110           0.9900
[ 5.997 -  6.223)            5        0.0050           0.9950
[ 6.223 -  6.450)            2        0.0020           0.9970
[ 6.450 -  6.676)            2        0.0020           0.9990
[ 6.676 -  6.902)            0        0.0000           0.9990
[ 6.902 -  7.128)            1        0.0010           1.0000
```

```
СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ
========================
1. Критерий Пирсона (хи-квадрат):
   Статистика хи-квадрат: 35.1060
   Степени свободы: ≈ 24

2. Критерий Колмогорова:
   Статистика Колмогорова: 0.03210 (D+=0.03210, D-=0.01553)
   Критическое значение (alpha=0.05): 0.04301
   Результат: Распределение нормальное (не отвергаем H0)
```



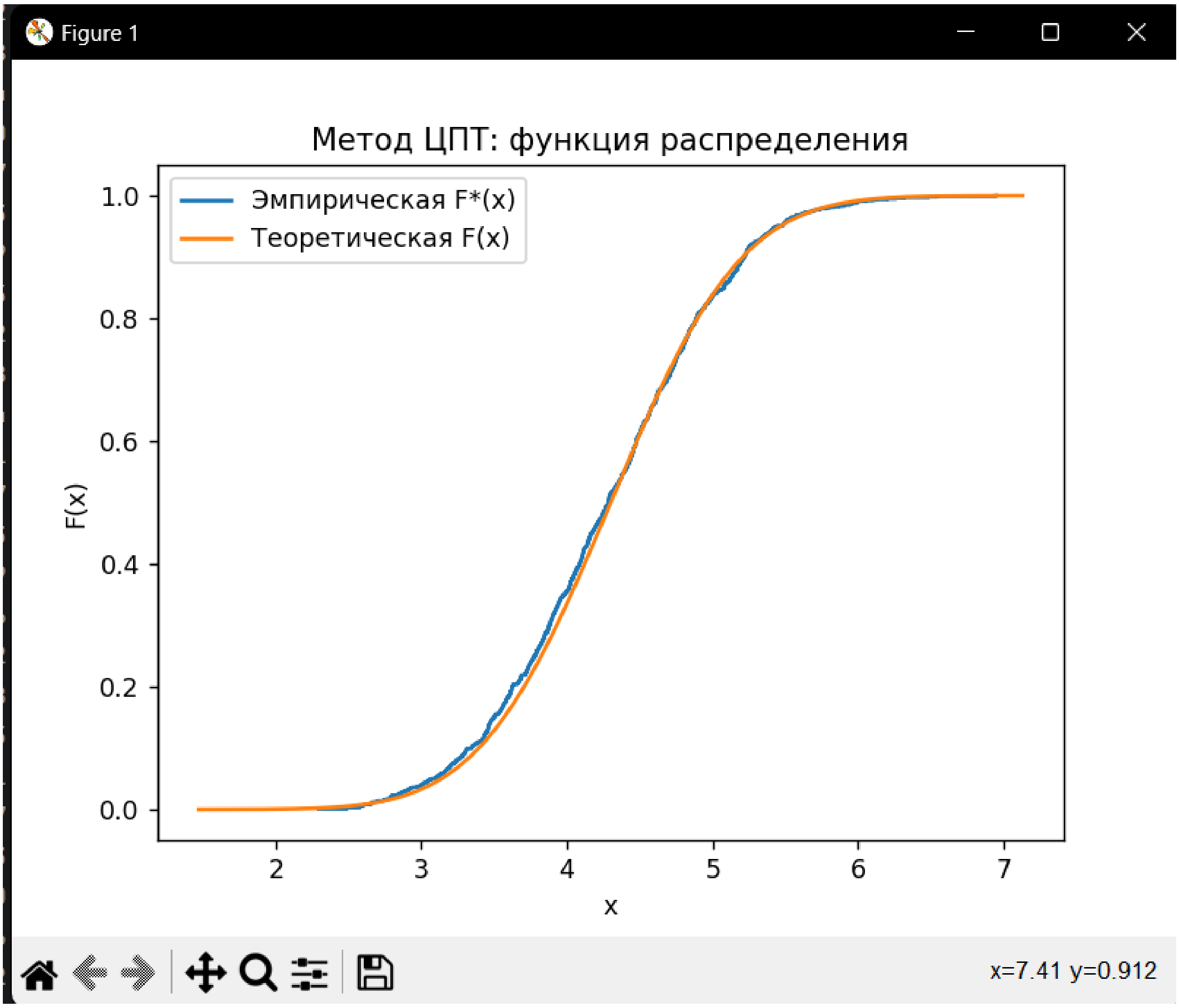


Figure 1
Метод ЦПТ: функция распределения
Эмпирическая F*(x)
Теоретическая F(x)
F(x)
x
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
2
3
4
5
6
7
x=7.41 y=0.912

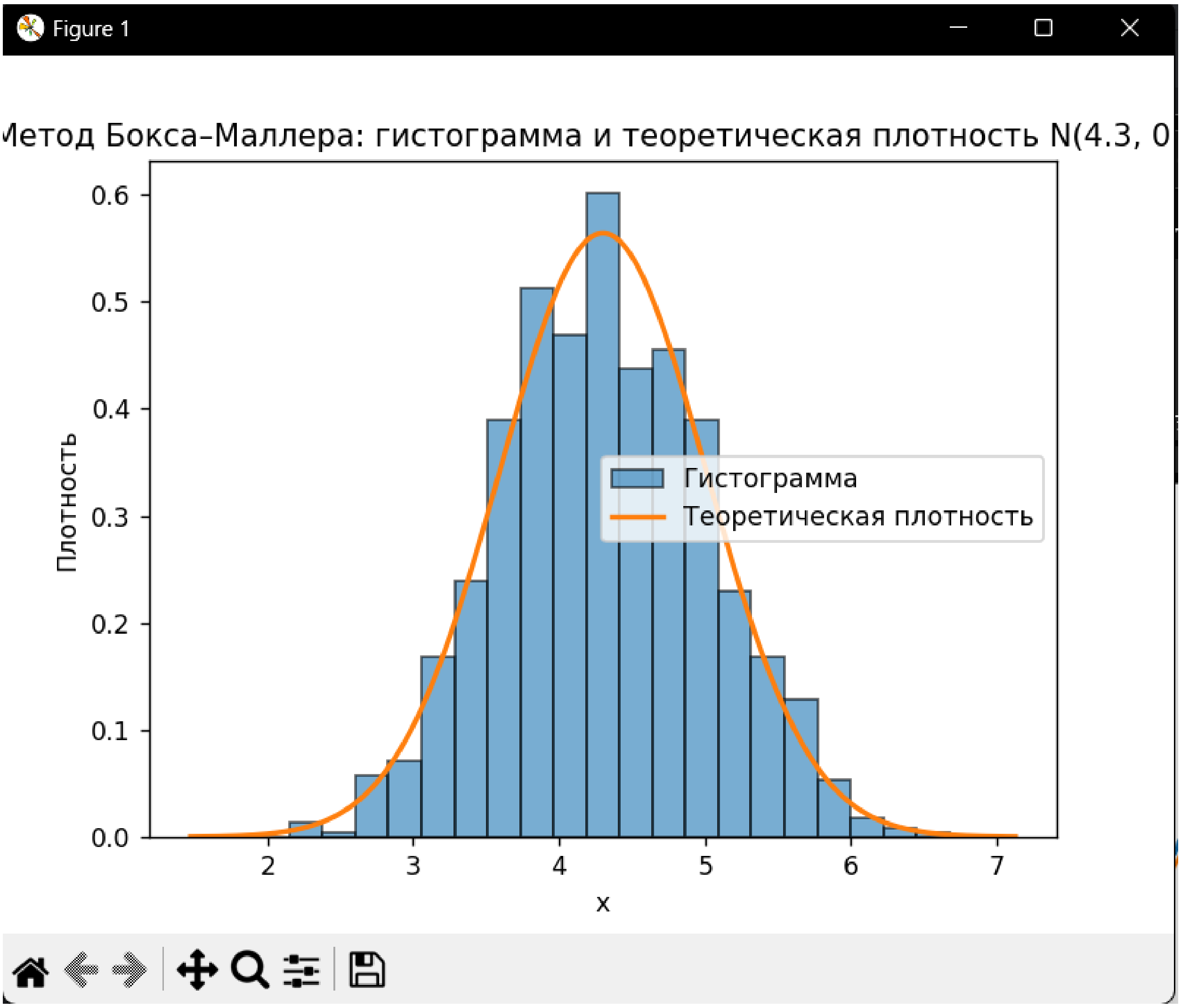
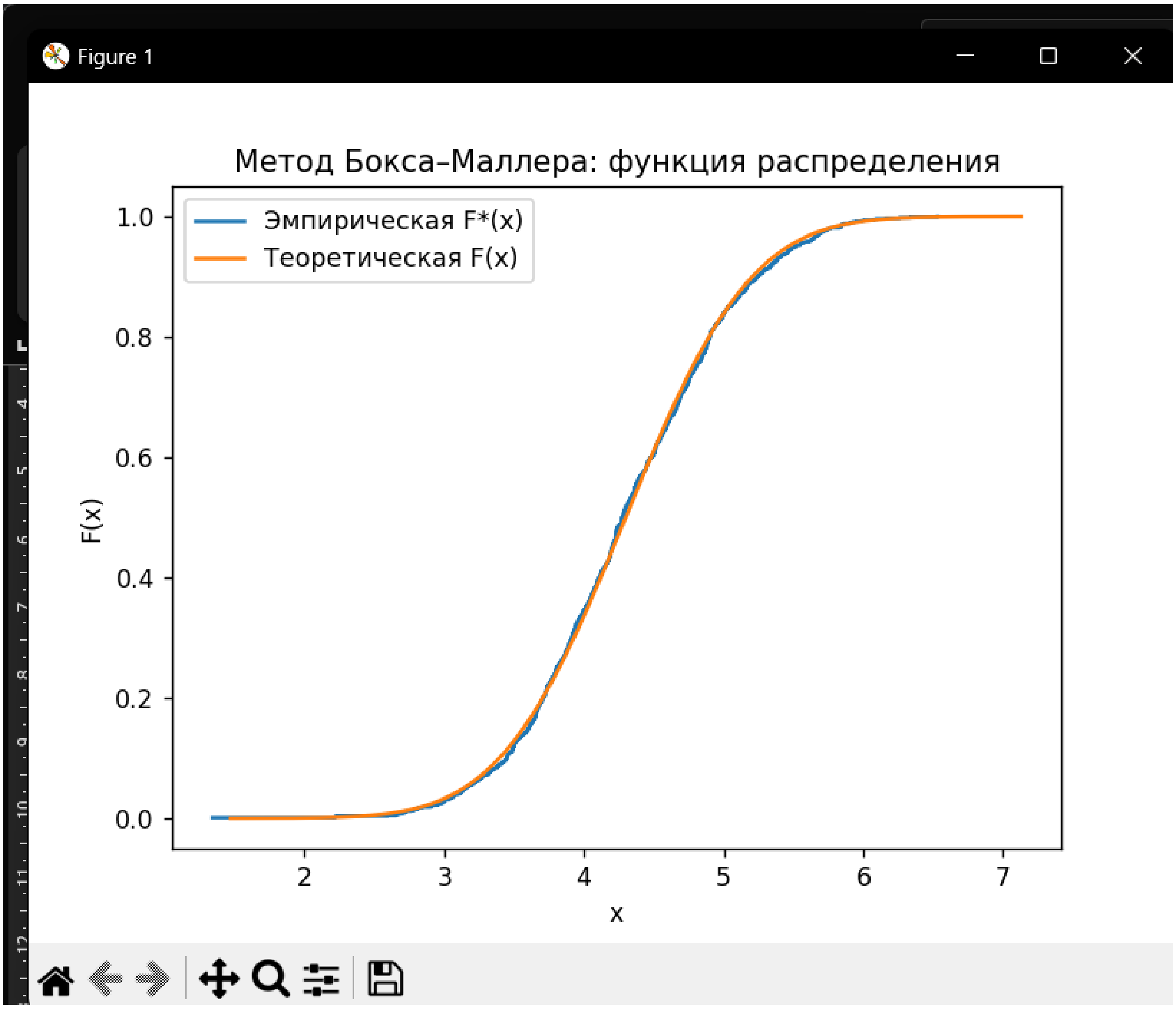


Figure 1
Иетод Бокса–Маллера: гистограмма и теоретическая плотность N(4.3, 0
Плотность
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
2
3
4
5
6
7
x
Гистограмма
Теоретическая плотность



1. Методы, основанные на Центральной предельной теореме (ЦПТ)

Согласно ЦПТ, сумма большого числа независимых равномерных случайных величин стремится к нормальному распределению.
Практически это выражается в формуле:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} U_i - \frac{n}{2} \approx N(0,1)$$

где $U_i \sim U(0,1)$.
Для генерации нормальной величины с параметрами $N(\mu, \sigma^2)$используют преобразование:

$$X = \mu + \sigma Z$$

Метод прост в реализации и достаточно точен при $n \geq 12$, однако не обеспечивает строго нормальной формы и даёт лишь приближение.

---

2. Методы функционального преобразования

Эти методы используют аналитические преобразования равномерных случайных чисел в нормальные.

• Метод Бокса–Маллера

Пары равномерных чисел U_1, U_2преобразуются в независимые нормальные величины по формулам:

$$Z_1 = \sqrt{-2\ln U_1}\cos(2\pi U_2), Z_2 = \sqrt{-2\ln U_1}\sin(2\pi U_2)$$

Затем $X = \mu + \sigma Z$.
Метод обеспечивает высокую точность и теоретически строгое соответствие нормальному закону.

• Полярная модификация Бокса–Маллера (Метод Марсальи)

Избегает вычисления тригонометрических функций, что ускоряет генерацию:

$$Z = V_1\sqrt{\frac{-2\ln S}{S}}, \text{где } S = V_1^2 + V_2^2 < 1$$

---

3. Методы обратного преобразования (инверсии функции распределения)

Используют обратную функцию стандартной нормальной CDF:

$$Z = \Phi^{-1}(U)$$

где Φ^{-1}— обратная функция к интегральной функции нормального распределения.
Этот метод точен, но требует вычислений, связанных с интегралом ошибок (erf), что может быть ресурсоёмким. На практике реализуется через численные аппроксимации (например, алгоритмы Бевингтона, Морриса, или реализация в библиотеке SciPy norm.ppf).

---

4. Таблично-аппроксимационные и рекуррентные методы

Используют заранее вычисленные или аппроксимированные функции плотности и распределения:

- **Методы зонов (Ziggurat algorithm)** — делят плотность на прямоугольные участки для ускорения выборки;
- **Методы отбрасывания (rejection sampling)** — генерируют точки под кривой плотности и принимают те, что попадают в зону под графиком функции $f(x)$.

---

5. Методы моделирования коррелированных нормальных векторов

Для многомерных случаев используют линейные преобразования стандартных нормальных векторов с заданной ковариационной матрицей, например:

$$X = \mu + LZ$$

где L— матрица Холецкого. Этот подход применяется в задачах многомерного моделирования и Монте-Карло.