

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Рязанский государственный радиотехнический университет
Имени В. Ф. Уткина»

Факультет вычислительной техники
Кафедра вычислительной и прикладной математики

Отчёт по практической работе №2

по дисциплине:
«Моделирование»

по теме:
«Проверка качества генераторов псевдослучайных чисел»

Выполнил: ст. гр. 242

Дубовицкий Н. А.

Проверил: Анастасьев А. А.

Цель работы:

Используя результаты, полученные при выполнении практического занятия №1, проверить качество последовательности псевдослучайных чисел. Для этого применяются три статистических критерия:

- критерий Пирсона (хи-квадрат),
- критерий Колмогорова,
- Покер-тест при $k=2$.

Практическая часть:

Разработанная программа автоматически выполняет статистический анализ сгенерированной последовательности. В ходе работы вычисляются:

- коэффициент χ^2 для критерия Пирсона,
- статистика λ для критерия Колмогорова,
- показатели для Покер-теста (число совпадений цифр в парах, число различных пар, ожидаемые значения и значение критерия χ^2).

Полученные величины сравниваются с критическими значениями. По результатам проверки делается вывод о соответствии последовательности равномерному распределению.

ГИСТОГРАММА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ			
Интервал	Количество	Норм.частота	Меньше или равно
[0.00 - 0.04)	204	0.0408	204
[0.04 - 0.08)	205	0.0410	409
[0.08 - 0.12)	195	0.0390	604
[0.12 - 0.16)	196	0.0392	800
[0.16 - 0.20)	199	0.0398	999
[0.20 - 0.24)	200	0.0400	1199
[0.24 - 0.28)	203	0.0406	1402
[0.28 - 0.32)	203	0.0406	1605
[0.32 - 0.36)	216	0.0432	1821
[0.36 - 0.40)	198	0.0396	2019
[0.40 - 0.44)	209	0.0418	2228
[0.44 - 0.48)	195	0.0390	2423
[0.48 - 0.52)	188	0.0376	2611
[0.52 - 0.56)	197	0.0394	2808
[0.56 - 0.60)	190	0.0380	2998
[0.60 - 0.64)	208	0.0416	3206
[0.64 - 0.68)	192	0.0384	3398
[0.68 - 0.72)	201	0.0402	3599
[0.72 - 0.76)	198	0.0396	3797
[0.76 - 0.80)	195	0.0390	3992
[0.80 - 0.84)	206	0.0412	4198
[0.84 - 0.88)	194	0.0388	4392
[0.88 - 0.92)	200	0.0400	4592
[0.92 - 0.96)	203	0.0406	4795
[0.96 - 1.00)	205	0.0410	5000

СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ

=====

1. Критерий Пирсона (хи-квадрат):

Статистика хи-квадрат: 4.9200

Степени свободы: 24

Критическое значение ($\alpha=0.05$): 36.415

Результат: Распределение равномерное (не отвергаем H_0)

2. Критерий Колмогорова:

Статистика Колмогорова: 0.00616 ($D+=0.00616$, $D-=0.00252$)

Критическое значение ($\alpha=0.05$): 0.01923

Результат: Распределение равномерное (не отвергаем H_0)

3. Покер-тест ($k = 2$):

Наблюдения: пара=503, разные=4497 (из 5000)

Ожидания: пара=500.0, разные=4500.0

$\chi^2 = 0.0200$, $df=1$

Критические значения: 0.05→3.841, 0.01→6.635

Результат: не отвергаем H_0 (соответствует равномерности по $k=2$)

При числе степеней свободы $r = k-1 = 25-1 = 24$ и вычисленном коэффициенте «Хи-квадрат» ($\chi^2=4.9200$) можно утверждать, что генератор формирует последовательность случайных чисел, распределение которых соответствует теоретическому равномерному закону с достоверностью около **95% по критерию Пирсона**.

При вычисленном коэффициенте «Лямбда» ($\lambda=0.00616$) последовательность не выходит за пределы допустимых отклонений, и полученные значения принадлежат теоретическому равномерному закону распределения согласно **критерию Колмогорова** с вероятностью порядка **95%**.

По результатам **Покер-теста при $k=2$** ($\chi^2=0.0200$, $df = 1$) наблюдаемые и ожидаемые частоты (503 и 500; 4497 и 4500 соответственно) практически совпадают. Это означает, что гипотеза о равномерности распределения **не отвергается**, и сгенерированная последовательность соответствует равномерному распределению по данному критерию.

Вывод: В ходе практической работы, используя результаты, полученные при выполнении практического занятия №1, было проведено исследование качества последовательности псевдослучайных чисел с применением

критерия Пирсона, критерия Колмогорова и Покер-теста при $k=2$. Все три критерия показали, что распределение последовательности соответствует теоретическому равномерному закону, а гипотеза H_0 не отвергается.

Ответы на контрольные вопросы

1. Что позволяет проверять тест распределения на плоскости? В чем он заключается?

Тест распределения на плоскости позволяет проверять:

- Независимость последовательных пар чисел
- Отсутствие корреляций между соседними значениями
- Равномерность распределения в двумерном пространстве

Суть теста: Последовательные пары чисел $(x_1, x_2), (x_3, x_4), \dots$ интерпретируются как координаты точек на плоскости $[0,1) \times [0,1)$. Проверяется равномерность распределения этих точек.

2. Для чего нужны критерии проверки датчиков псевдослучайных чисел?

Критерии нужны для:

- Проверки статистических свойств генератора
- Оценки соответствия теоретическому распределению
- Обнаружения закономерностей и корреляций
- Гарантии качества случайности для приложений
- Сертификации криптографических генераторов

3. В чем сущность критерия χ^2 Пирсона?

Сущность критерия χ^2 :

- Сравнение наблюдаемых частот с теоретически ожидаемыми
- Разбиение диапазона на интервалы (бины)
- Вычисление суммы квадратов отклонений относительных частот
- Оценка значимости отклонений от теоретического распределения

4. При выполнении каких условий возможно применение критерия χ^2 Пирсона?

Условия применения:

- Объем выборки достаточно большой ($n \geq 50$)

- Ожидаемые частоты в каждом бине ≥ 5
- Наблюдения независимы
- Теоретическое распределение известно
- Данные измерены в шкале наименований или порядка

5. Каким образом определяется число степеней свободы для критерия χ^2 ?

Число степеней свободы:

$$v = k - 1 - r$$

где:

- k - число интервалов (бинов)
- r - число оцененных параметров распределения

Для равномерного распределения (параметры известны): $v = k - 1$

6. В чем заключается критерий Колмогорова?

Сущность критерия Колмогорова:

- Сравнение эмпирической функции распределения с теоретической
- Вычисление максимального отклонения $D = \max |F_n(x) - F(x)|$
- Использование статистики $D\sqrt{n}$ для проверки гипотез
- Более мощный чем χ^2 для непрерывных распределений

7. С помощью какого критерия можно проверить независимость псевдослучайных величин?

Для проверки независимости используются:

- **Критерий серий** - проверка чередования знаков
- **Автокорреляционный тест** - проверка корреляций с лагами
- **Тест на монотонность** - проверка возрастаний/убываний
- **Двумерные тесты** - распределение пар последовательных чисел

8. С помощью каких критериев можно проверить случайность цифр в генерируемой последовательности?

Критерии проверки случайности цифр:

- **Частотный тест** - равномерность распределения цифр
- **Тест серий** - проверка пар и троек цифр
- **Покер-тест** - комбинации цифр как в покере

- **Тест на монотонность** - длины возрастающих последовательностей
- **Критерий монотонности** - проверка паттернов
- **Тест на сжатие** - невозможность сжатия случайной последовательности