

สอวน. คอมพิวเตอร์ รอบที่ 1

เรื่องที่จะออกข้อสอบ

1. คณิตศาสตร์สำหรับคอมพิวเตอร์
 - 1.0. คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน (หน้า 4)
 - 1.1. เซต (หน้า 5)
 - 1.2. ฟังก์ชันพื้นฐาน (หน้า 10)
 - 1.3. ตรรกศาสตร์พื้นฐาน (หน้า 11)
 - 1.4. เลขฐาน (หน้า 16)
 - 1.5. แบบรูปและความสัมพันธ์ (หน้า 18)
 - 1.6. ตรรกณมิติพื้นฐาน (หน้า 19)
 - 1.7. เมตริกซ์ (หน้า 21)
 - 1.8. ความน่าจะเป็นโดยใช้ทฤษฎีการนับเบื้องต้น (หน้า 25)
 - 1.9. การใช้ตรรกะในรูปแบบอื่นๆ (หน้า 28)
2. ลำดับการโปรแกรม (หน้า 35)

เกริ่นนำ

Q : สอบ สอน. แล้วได้อะไร

A :

1. ความรู้แบบมากมายกายกองดองในถังข้าวสาร

ในแต่ละสาขานับว่ายากสุดๆ ในเฉพาะทางนั้นๆ เพราะฉะนั้นอย่าทำเท เก่งวิชาหนึ่ง ไปสอบอีกวิชาหนึ่ง น้องๆ จะเสียเวลาไป 1 ปี (เพราะสอบไม่ติด หรือถ้าติดก็จะไปต่อไม่ไหว) ดังนั้นถ้าใครคิดว่าตัวเองเก่งวิชาไหน ก็สมัครวิชานั้น

2. โควตามหาวิทยาลัย (อ่านแบบครูปาน โค-ตาม-หา-วิด-ทะ-ยา-ไล)

อันนี้เป็นสิ่งที่เด็ก ม.6 หลายคน want มาก โดยเฉพาะสถานการณ์บ้านเมืองแบบนี้ จุดมุ่งหมายของแต่ละคนคือมีที่เรียนดีไปอวดกัน (เพื่ออัลไลวะ) ซึ่งน้องๆ ก็ไม่ต้องไปซีเรียสว่า “จะสอบติดมั๊วะ จะมีที่เรียนมั๊วะ” เพราะชีวิตไม่ได้อยู่แค่คำว่า

“มีที่เรียน” เออ กลับมาๆ ถ้าน้องๆ สอบ สอน. จนได้เป็นตัวแทนไปแข่งระดับประเทศ หรือระดับโลกเนี่ย บางมหาลัย เค้าแทบจะจ้าง “มาเรียนเหอะ มีทุนให้ ไม่ต้องคืน”

3. อื่นๆ อีกหลายๆ อย่าง เช่นประสบการณ์เพื่อที่จะอัฟเลเวล (หุ้ย!) เพื่อนๆ ขาดอะไร จ้ะ พอดีกว่า

Q : ไ้คนเขียนเป็นใคร

A : พี่ชื่อ กริน ไวทยวงศ์สกุล ครับ โปรไฟล์ก็ 2 เหรียญทองแดง TOI เรียนคณะ วิทยาศาสตร์ สาขา วิทยาการคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยครับ คะแนน O-NET จำไม่ได้ละครับ ส่วน GAT PAT ก็ลืมพาสเวิร์ดคะแนน 555+

Q : TOI นี่คืออะไร

A : ก่อนอื่น ต้องบอกว่า สอน. ไม่ได้สอบแค่ครั้งเดียวนะครับ

ในครั้งแรก น้องๆ จะต้องสมัครในช่วงประมาณเดือนกรกฎาคม โดยศูนย์เราจะเป็น ศูนย์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่ นะครับ (เอาเป็นว่าเรียก ม.อ. หาดใหญ่ ละกัน) ส่วนรายละเอียดการสมัครก็ติดตามประกาศนะครับ

ทีนี้ ปลายๆ สิงหาคม หลากๆ จังหวัดในภาคใต้ก็จะทำข้อสอบเดียวกันครับ (กรณีที่ วิชาเดียวกันนะ) จากนั้นทาง ศูนย์ ม.อ. หาดใหญ่ก็จะคัด 35 คนที่คะแนนสูงสุดไป ค่าย 1 คนที่เหลือก็ปีหน้านะ อี้

ค่าย 1 - จะเริ่มช่วงปิดเทอม 1 และจะจบช่วงใกล้ๆ ปิดเทอม 2 ซึ่งถ้าหากน้องมี ปัญหาเรื่องเคมี 100 หน้า (ไม่รู้ยังมีอยู่มั๊ย ม.4) ก็ทิ้งไม่ต้องทำ *ท่องคำพิไว้ “อย่าให้ เคมีร่อยหน้ามาทำลายชีวิตเรา” เข้าเรื่องๆ ในค่าย 1 นี้ น้องๆ จะเรียนสิ่งที่สอบเข้า แบบ Advance กว่าเดิม และนอกจากนั้น คือการเขียนโปรแกรมที่สนุกมากสำหรับพี

(เพราะพี่เขียนโปรแกรมเสร็จก่อน พี่เลยได้ติดอท 555) โดยน้องๆ จะต้องทบทวนสิ่งที่เรียนมาทุกวัน (เดี๋ยวหาว่าพี่ไม่เตือน) และวันสุดท้ายของค่าย 1 คือการสอบจบค่าย ซึ่งข้อสอบจะมาจากสิ่งที่เรียนมาในค่ายทั้งหมด (Math 50% + Programming 50%) ประยุคนิดหน่อย ประยุคดีไป ประยุคมามาก**หาย และจะมีเพียง 20 คนที่จะได้ไปค่าย 2

ค่าย 2 - ช่วงปิดเทอม 2 รอบนี้จะเป็นการเขียนโปรแกรมเพียวๆ เพราะฉะนั้นใครที่เกลียดการเขียนโปรแกรม คุณควรทบทวนก่อน โดยน้องๆ ต้องฝึกเขียนโปรแกรมทุกวัน เพื่อความชำนาญ และวันสุดท้ายของค่าย 2 ก็จะมีการสอบจบค่ายซึ่งจะเอามาจากเนื้อหาต่างๆ ในค่าย เป็นการเขียนโปรแกรม 5 ข้อ 5 ชั่วโมง และจะมีเพียง 6 คนที่จะได้เป็นผู้แทนศูนย์

ช่วงติว - จะมาตอนแถวพฤษภาคม โดย 6 คนที่ถูกคัดมาจะต้องไปติว อาจารย์ก็จะมีโจทย์ระดับยากยาก บางข้อพี่ก็ทำไม่ได้จนถึงทุกวันนี้ แต่จะไม่มีการสอบใดๆ

TOI - มาถึงคำถามสักที เหม่ TOI ไม่ได้หมายถึง น้าต๋อย เขมเบ้ แต่อย่างใด แต่หมายถึง การแข่งขันคอมพิวเตอร์โอลิมปิกระดับชาติ ซึ่งจะจัดในช่วง มิถุนายน ของทุกปี ส่วนจัดที่ไหนก็ขึ้นอยู่กับเจ้าภาพ โดยน้องๆ ที่ถึงระดับนี้จะต้องทำข้อสอบ 3 ข้อ 3 ชั่วโมงเป็นเวลา 2 วัน และถ้าน้องๆ ได้คะแนนสูงๆ ก็จะได้รับเหรียญทองแดง เหรียญเงิน หรือไมก็ เหรียญทอง (สูงกว่าทองแดง เอามาให้พี่ดูด้วย) โดยคนที่ได้เหรียญเงิน เหรียญทองก็จะได้ไปต่อ (เปลี่ยนมาสอนพี่แทนเลยก็ได้)

ค่าย สสวท. - จะมีค่าย 1 ค่าย 2 เช่นกัน แต่เนื่องจากพี่ไม่เคยไปถึง พี่เลยจับรวมกันเลย คือ (จากที่พี่เคยฟังนะ) เค้าจะให้ทำข้อสอบกันทุกวัน คัดจนเหลือ 4 คนไปแข่งระดับโลก

IOI - อันนี้จะจัดช่วงสิงหาคม เป็นการแข่งระดับโลก โดยจะแข่งคล้ายๆ กับ TOI แต่แข่งกับประเทศอื่นๆ แทน ข้อสอบเละๆ พี่ไปดูมาแล้ว แต่ละข้อ พี่ใช้เวลา 10 นาทีปิดคอมแล้วไปนอน

โอเค จบการเกริ่นนำ

1.0. คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ก่อนอื่นเลย ถ้าน้องแก้สมการง่ายๆ ไม่เป็น ให้น้องตัดความคิดที่จะไปเป็นตัวแทนประเทศไปแข่งเลย

โจทย์ข้อ 1

$$x + y = 11$$

$$y + z = 8$$

$$x + z = 13$$

ถามว่า $x + y + z$ เท่ากับเท่าไร

คงไม่ต้องพิมพ์เฉลยให้เนอะ

เอาง่ายๆ บทนี้ก็ไม่มีอะไรมาก

แค่ให้น้องบวกลบคูณหาร แก้สมการให้เป็นก็พอละ

คงไม่ต้องคิดแบบฝึกหัดให้เนะ บทนี้

1.1. เซต

เซตจะมี 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. เซตอนันต์ คือ เซตที่มีข้อมูลมากมายมหาศาลมโหฬารบานตะไท คือ เราไม่สามารถบอกจำนวนข้อมูลได้อย่างแน่นอน

เช่น $\{5, 4, 3, 2, 1\}$

2. เซตจำกัด คือ เซตที่ไม่ใช่เซตอนันต์ (เออ! รู้) คือเราสามารถไปนั่งนับได้ว่ามันมีกี่ตัว

เช่น $\{1, 2, 4, 8, \dots\}$

วิธีการเขียนเซต จะใช้ $\{\text{ข้อมูล}\}$ โดยแต่ละข้อมูลในเซตจะถือว่าซ้ำหรือไม่ซ้ำก็ได้ไม่ต่างกัน และเรียงอย่างไรก็ได้

เช่น $\{1, 2, 3, 5, 4\}$ เหมือนกับ $\{1, 4, 3, 5, 2\}$ เหมือนกับ $\{1, 2, 2, 5, 4, 4, 3, 4\}$

หรือ ถ้าขี้เกียจเขียนจะใช้ ... แทนได้เช่น

$\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ ก็คือ เซตของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 1000

$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$ ก็คือ เซตของจำนวนเต็มคี่

หรืออีกวิธีหนึ่ง ซึ่งวิธีนี้มักจะพบบ่อยในเซตอนันต์คือ บอกเงื่อนไข เช่น

$\{x \mid x < 5\}$ หมายถึงเซตของ x โดยที่ x เป็นจำนวนที่น้อยกว่า 5

โดยจะมีเซตพิเศษ (ไม่ใส่ไข) ดังนี้

\mathbb{P} คือเซตของจำนวนเฉพาะ

\mathbb{N} คือเซตของจำนวนนับ

\mathbb{Z} คือเซตของจำนวนเต็ม

\mathbb{Q} คือเซตของจำนวนตรรกยะ

\mathbb{R} คือเซตของจำนวนจริง

\emptyset หรือ $\{\}$ คือเซตว่าง

ทีนี้เราจะพูดถึงการเป็นสมาชิกกัน (สำหรับสมาชิก ลด 50% ทัย!)

เราจะใช้ \in แทนคำว่า “เป็นสมาชิกของ” เช่น

$A = \{x \mid x > 5\}$ // A คือเซตของจำนวนที่มากกว่า 5

$15 \in A$ // 15 เป็นสมาชิกของ A

ส่วน \notin หมายถึง “ไม่เป็นสมาชิกของ” เช่น

$1 \notin A$ // 1 ไม่เป็นสมาชิกของ A

$A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq B$ และ $B \subseteq A$

$$P(S) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

4.1. 1 สมาชิกของเซตนี้ พร้อมแสดงเครื่องหมายการเป็นสมาชิก

4.2. 1 สับเซตของเซตนี้ พร้อมแสดงเครื่องหมายการเป็นสับเซต

4.3. $P(S)$

จำนวนสมาชิกของเซต

มักใช้แทนด้วย $n(\text{เซต})$ เช่นถ้า $S = \{1, 1, 2, 3, 4, 5\}$ แล้ว $n(S)$ จะมีค่าเท่ากับ 5 เพราะถือว่าไม่นับ 1 ซ้ำ

การดำเนินการของเซต

Union (\cup)

คือการรวมเซต 2 เซต เช่น

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

สมบัติบางประการของการ Union

เมื่อ A และ B เป็นเซตใดๆ

1. $A \cup B = B \cup A$

2. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

3. $A \subseteq (A \cup B)$

4. $A \cup A = A$

5. $A \cup \emptyset = A$

6. $A \subseteq B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cup B = B$

Intersection (\cap)

คือการเลือกส่วนที่เหมือนกันระหว่าง 2 เซต เช่น

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

สมบัติบางประการของการ Intersection

เมื่อ A และ B เป็นเซตใดๆ

1. $A \cap B = B \cap A$

2. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

3. $A \cap B \subseteq A$

4. $A \cap A = A$

5. $A \cap \emptyset = \emptyset$

6. $A \subseteq B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$

Complement (')

คือ ส่วนทั้งหมดที่ไม่ใช่เซตนั้น เช่น

$$A = \{-3, -2, -1, \dots, 1, 2, 3\}$$

$U = \mathbb{Z}$ (U คือ Universe หมายถึงขอบเขตของข้อมูลทั้งหมด ในที่นี้เป็นจำนวนเต็ม)

$$A' = \{\dots, -6, -5, -4\} \cup \{4, 5, 6, \dots\}$$

การลบ (-)

คือการนำเซตแรกตั้ง ลบสมาชิก ที่เหมือนกับเซตที่สอง เช่น

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$A - B = \{1, 3\}$$

$$B - A = \{4, 6\}$$

สมบัติบางประการเกี่ยวกับ Complement และการลบ

เมื่อ A และ B เป็นเซตใดๆ

1. $A \cap B' = A - B$

2. $A - B \neq B - A$ เมื่อ $A \neq B$

3. $A \cup A' = U$

4. $A \cap A' = \emptyset$

5. $(A')' = A$

6. $U' = \emptyset$ และ $\emptyset' = U$

กฎของ De Morgan

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

ผลคูณคาร์ทีเซียน (*ออกปชั่นเสริม)

คือเซตที่ประกอบด้วยคู่ลำดับของสมาชิกในเซต 2 เซต เช่น

$$A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}$$

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

สมบัติบางประการของผลคูณคาร์ทีเซียน

$$A \times \emptyset = \emptyset$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

รูปแบบโจทย์ที่มักจะออกบ่อย ในเรื่องนี้

ห้องหนึ่งมีเด็ก 25 คน มีเด็ก 10 คนชอบวิชาคอมพิวเตอร์ มีเด็ก 12 คนชอบวิชา

คณิตศาสตร์ มีเด็ก 5 คนชอบทั้งสองวิชา มีเด็กกี่คนที่ไม่ชอบทั้งสองวิชา

ใบ้ : $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

การประยุกต์ใช้ในวิชาคอมพิวเตอร์ (เดี่ยวถามอีก เกี่ยว*ยกะคอมฯ ะ)

เซตมีความคล้ายกับ Array คือเป็นกลุ่มข้อมูลที่มีข้อมูลหลายๆ ตัว

แบบฝึกหัด : คนเขียนคิดไม่ออก ให้คนสอนคิดละกันเนอะ

*ฝากคนสอนวาดแผนภาพเวนน-ออยเลอร์ให้ดูทุกแบบด้วยนะ

1.2. ฟังก์ชันพื้นฐาน

ฟังก์ชัน หรือ ฟังก์ชัน คือการที่ให้หามาสนใจผู้พูด

โดยเราจะสอนแบบพื้นฐานสุดๆ เพราะข้อสอบมันไม่โหดมาก

ฟังก์ชันก็คือตัวไหนอยู่ในวงเล็บก็เอามาแทนไร้ เช่น

$$f(x) = x + 100$$

$$f(5) = 5 + 100 = 105$$

สิ่งที่น่ารู้

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

$$(f/g)(x) = f(x) / g(x)$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

แค่นี้แหละ

แบบฝึกหัด

1. กำหนดให้ $f(x) = x^2 + 5$ และ $g(x) = 3x - 1$

1.1. จงหา $f(10) + g(3)$

1.2. จงหา $f(5) - g(2)$

1.3. จงหา $(f \circ g)(1)$

1.4. จงหา $f(a + 5) - f(a)$

ให้คนสอนคิดโจทย์ต่อละกัน

1.3. ตรรกศาสตร์พื้นฐาน

เริ่มจากประพจน์คือสิ่งที่เราบอกได้ว่าจริงหรือเท็จ เช่น
แมวหัวไปมี 4 ขา อันนี้เป็นประพจน์ เพราะเราบอกได้ว่าจริง
วันที่ 1 มกราคม 2560 เบ้มกินข้าว 10 จาน อันนี้เป็นประพจน์ เพราะเราบอกได้ว่าไม่
จริงเนื่องจากวันนั้น เบ้มจะกินข้าวมากกว่า 20 จาน
เหินยวไก่ป่าอิมอรอยจัง อันนี้ไม่เป็นประพจน์เพราะแต่ละคนชอบรสชาติไม่เหมือนกัน
บางคนก็ไต่ของแถม (ปล. ไม่ได้คำโฆษณา)

ที่นี่เราจะสามารถเชื่อมประพจน์หลายประพจน์ด้วยการใช้
ตัวดำเนินการทางตรรกศาสตร์

และ (\wedge)

อันนี้คือเมื่อประพจน์ 2 ประพจน์เชื่อมด้วย “และ” ให้ตรวจสอบว่า ทั้งสองประพจน์เป็น
ความจริงมั๊ย ถ้าเป็นก็ให้ถือว่าผลลัพธ์เป็นจริง แต่ถ้ามีเท็จแม้แต่ 1 ประพจน์ ถือว่าเป็น
เท็จทันทีเช่น

$$1 + 1 = 2 \text{ และ } 2 + 2 = 4$$

ข้อความนี้จริง เพราะ จริงทั้งคู่

เบ้มเรียนหมอ และ เบ้มช่วยชีวิตคนไข้

อันนี้เท็จ เพราะแม้ว่าเบ้มเรียนหมอจริง แต่ เบ้มไม่สามารถช่วยชีวิตคนไข้ได้

เดือนเมษายนมี 31 วัน และ 1 สัปดาห์มี 5 วัน

อันนี้เท็จ เพราะ เท็จทั้ง 2 ประพจน์

หรือ (\vee)

เมื่อประพจน์ 2 ประพจน์เชื่อมด้วย “หรือ” ให้ตรวจสอบว่ามีประพจน์ที่เป็นจริงอยู่หรือไม่
หากมีก็ถือว่าผลลัพธ์เป็นจริง หากไม่มีเลยก็เป็นเท็จ เช่น

$$5 + 5 = 10 \text{ หรือ } 555 = 500 + 55$$

ข้อความนี้จริง เพราะจริงทั้งคู่ (ปล. ไม่ควรใช้ตรรกะนี้ในชีวิตจริง เช่น แม่สั่งให้ไปซื้อ
ราดหน้า หรือ ไก่ทอด มา เราซื้อทั้งสองอย่าง อาจจะเปลืองงบประมาณ)

เบ้มเรียนหมอ หรือ เบ้มช่วยชีวิตคนไข้

อันนี้จริง เพราะอย่างน้อย เบ้มเรียนหมอก็เป็นจริง

เบงค์ซีเขียวมีมูลค่ามากกว่าเบงค์แดง หรือ น้ำร้อนเย็นกว่าน้ำเย็น

อันนี้เท็จ เพราะไม่มีอะไรจริงเลย (ยกเว้นเบงค์เขียว 6 ใบ)

ถ้า ... แล้ว ... (\rightarrow)

เมื่อประพจน์ 2 ประพจน์ เชื่อมกันด้วย “ถ้า ... แล้ว ...” ให้ลองนึกสถานการณ์แบบนี้
ถ้าเขียนเคมีร้อยหน้า แล้วจะได้ 10 คะแนน

กรณีที่ 1 : เขียนเคมีร้อยหน้า ได้ 10 คะแนน ($T \rightarrow T$)

อันนี้ได้ผลลัพธ์เป็น จริง เพราะถือว่าทำตามสัญญา

กรณีที่ 2 : ไม่เขียนเคมีร้อยหน้า ไม่ได้ 10 คะแนน ($F \rightarrow F$)

อันนี้ได้ผลลัพธ์เป็น จริง เพราะไม่ทำก็ไม่ได้คะแนน

กรณีที่ 3 : ไม่เขียนเคมีร้อยหน้า ได้ 10 คะแนน ($F \rightarrow T$)

อันนี้ได้ผลลัพธ์เป็น จริง เพราะเราอาจจะได้คะแนนจากส่วนอื่น เช่นสอบ

กรณีที่ 4 : เขียนเคมีร้อยหน้า ไม่ได้ 10 คะแนน ($T \rightarrow F$)

อันนี้ได้ผลลัพธ์ ไม่จริง และเตรียมประท้วงที่ห้องพักครูเคมี และห้อง 522

เหตุผลเพราะ น. โกหก

... ก็ต่อเมื่อ ... (\leftrightarrow)

เมื่อประพจน์ 2 ประพจน์ เชื่อมกันด้วย “... ก็ต่อเมื่อ ...” ให้ดูไว้ว่าค่าความจริงหน้ากับ
หลัง มันเหมือนกันมั๊ย ถ้าเหมือนกันก็จริง ไม่เหมือนกันก็เท็จ เช่น

นักเรียนจะตกวิชาชีววิทยา ก็ต่อเมื่อ นักเรียนไม่โตะ

ข้อความนี้ไม่เป็นจริง เพราะ ผ่านชีววิทยา (ด้วยเกรด 1 + แกช่วย) ด้านหน้าเป็น F

ส่วนไม่โตะนั้นเป็นความจริง (ไม่โตะแล้วยังไม่รู้เรื่องด้วย) ด้านหลังเป็น T

เบ้มเมากัญชา ก็ต่อเมื่อ เบ้มเมากะท่อม

ข้อความนี้เป็นจริง เพราะ เบ้มไม่เมากัญชา แล้วก็ไม่ได้เมากะท่อมด้วย (แต่กาวนี้ไม่แน)

Facebook มีโลโก้สีน้ำเงิน ก็ต่อเมื่อ สีทาบานสีแดงมีสีแดง

อันนี้จริง ใครอยากให้เท็จก็ติดต่อ มาร์ค เอาเองละกัน

นิเสธ (\neg)

อันนี้ ไม่ได้ใช้เชื่อมกันแต่ เมื่อใช้นิเสธนำหน้าประพจน์ใดๆ จะให้ความหมายว่าไม่
เช่น

นิเสธของ “ $1 + 2 = 3$ ” ก็คือ “ $1 + 2 \neq 3$ ” ก็คือ เท็จ นั่นเอง

สรุป ตารางค่าความจริง

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$
T	T	T	T	T	T	F
T	F	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	F	T	T	T

แบบฝึกหัด

- ข้อความเหล่านี้เป็นประพจน์หรือไม่
 - $10 + 5 = 15$
 - $4x + 2y = 18$
 - โชมัยหนุ่ย
 - เต่าอยู่ในอาณาจักร Fungi
 - วันนั้นเป็นวันอาทิตย์
 - Pikachu มี Base Stats น้อยกว่า Cosmog
- จงตอบว่าข้อความเหล่านี้มีค่าความจริงเป็นจริง หรือ เท็จ
 - 3 เป็นจำนวนเฉพาะ หรือ 1.5 เป็นจำนวนเต็ม
 - ถ้า 3 มากกว่า 2 แล้ว 2 มากกว่า 3
 - ถ้า 2 มากกว่า 3 แล้ว 3 มากกว่า 2
 - มดมี 4 ขา และ หมา มี 9 ขา
 - น้ำแข็งเป็นของเหลว ก็ต่อเมื่อ น้ำเป็นของแข็ง
- ให้ p เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง และ q เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริง
 - $p \rightarrow (p \wedge q)$
 - $q \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow \sim p)$
 - $q \leftrightarrow (p \vee q)$

การสมมูลกัน

หมายถึงการที่ข้อความสองข้อความมีค่าความจริงตรงกันทุกกรณี เช่น
ให้ p และ q เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงใดๆ

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

กล่าวได้ว่า $p \rightarrow q$ สมมูลกับ $\sim q \rightarrow \sim p$ หรือ เขียนแทนได้ว่า $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
นอกจากนี้ ยังมีการสมมูลกันที่น่าสนใจอื่นๆ อีกด้วย

- $p \wedge T \equiv p$
 $p \vee F \equiv p$ // Identity laws
- $p \wedge F \equiv F$
 $p \vee T \equiv T$ // Domination laws
- $p \wedge p \equiv p$
 $p \vee p \equiv p$ // Idempotent laws
- $\sim(\sim p) \equiv p$ // Double negation law
- $p \wedge q \equiv q \wedge p$
 $p \vee q \equiv q \vee p$ // Commutative laws
- $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
 $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ // Associative laws
- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
 $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ // Distributive laws
- $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
 $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ // De Morgan's laws
- $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
 $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ // Absorption laws
- $p \wedge \sim p \equiv F$
 $p \vee \sim p \equiv T$ // Negation laws

$$11. p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$$

$$12. p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

สัจนิรันดร์

คือข้อความนั้นมีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี เช่น $p \rightarrow p$ โดยเราอาจจะพิสูจน์ด้วยตารางค่าความจริง

p	$p \rightarrow p$
T	T
F	T

จะเห็นได้ว่า $p \rightarrow p$ เป็นสัจนิรันดร์

แต่เนื่องจากบางครั้งในข้อสอบจะมีประพจน์มากมายก่ายกอง เราจะใช้อีกวิธีหนึ่ง ซึ่งเรียกวิธีนี้ว่า วิธีการตัดเยียดความเท็จ (มันขี้ขโมว)

โดยมีหลักการว่า ถ้าเราสามารถทำให้มันเป็นเท็จสำเร็จ จะถือว่าไม่เป็นสัจนิรันดร์ แต่ถ้าทำไม่สำเร็จ จะถือว่ายากฟ้อง และเป็นสัจนิรันดร์ทันที

วิธีนี้มักใช้กับเวลาที่เชื่อมด้วย “ถ้า ... แล้ว ...” , “หรือ”

ตัวอย่าง

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

เราจะสมมติว่า ประโยคนั้นมันขี้โมกก่อนละกัน ก็คือเป็นเท็จ (F)

จากที่เราเรียนไปนั้น กรณีเดียวที่ ถ้า...แล้ว... จะเป็นเท็จคือ $(T \rightarrow F)$

ทีนี้ เราจะได้ว่า $(p \rightarrow r)$ เป็น F นั่นก็หมายความว่า p เป็น T , r เป็น F

ส่วนข้างในวงเล็บหนา $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ ก็จะเป็น T

ทำให้เราทราบว่า $(p \rightarrow q)$ เป็น T , $(q \rightarrow r)$ เป็น T

เรารู้ว่า p เป็น T ส่งผลให้ q ต้องเป็น T เพื่อที่จะให้ $(p \rightarrow q)$ เป็น T

แต่เราพบว่า เมื่อให้ q เป็น T จะทำให้ $(q \rightarrow r)$ เป็น F ทันที

ซึ่งการสมมติของเราเกิดข้อขัดแย้ง ทำให้เป็นสัจนิรันดร์

ลองทำดู : พิสูจน์ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$((p \vee q) \wedge (q \vee r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

แบบฝึกหัดที่เหลือ ให้คนสอนคิดเลยครับ อ้อ

1.4. เลขฐาน

เมื่อตอน ม.ต้น (น่าจะ ม.1) น้องๆ น่าจะได้เรียนเลขฐานกันหมดแล้ว อันนี้ก็คิดซะว่า ทบทวน

อย่างที่เราทราบกันดีว่า มนุษย์เราใช้เลขฐาน 10 เป็นหลัก จึงไม่ต้องกังวลอะไรมาก ที่นี้ในคอมพิวเตอร์ ที่ใช้กันหลักๆ ก็จะมี ฐาน 2, ฐาน 8 และ ฐาน 16 เพิ่มเติม เราจะให้เลขฐานทั้ง 4 แบบมาแนะนำตัวกัน

1. เลขฐาน 2 (Binary, Bin) จะประกอบไปด้วยเลข 0 - 1
2. เลขฐาน 8 (Octal, Oct) จะประกอบไปด้วยเลข 0 - 7
3. เลขฐาน 10 (Decimal, Dec) จะประกอบไปด้วยเลข 0 - 9
4. เลขฐาน 16 (Hexadecimal, Hex) จะประกอบไปด้วย 0 - 9 และ A - F

หลักการแปลงเลขฐานอื่นเป็นเลขฐาน 10

ก่อนอื่นเลย ให้กด Windows + R พิมพ์ calc ไม่ใช่ละ ให้เอาค่าคุณกับตำแหน่งมัน ตัวอย่าง เราจะแปลง 1234_8 เป็นเลขฐาน 10

เราก็จะได้ $(1 \times 8^3) + (2 \times 8^2) + (3 \times 8^1) + (4 \times 8^0) = 668$

หรือ $F16_{16}$ เป็นเลขฐาน 10 (แหม มาเป็นยานเขียว)

เราก็จะได้ $(15 \times 16^2) + (1 \times 16^1) + (2 \times 16^0) = 3,862$

หลักการแปลงเลขฐาน 10 เป็นเลขฐาน 2

อันนี้มีหลายวิธี ขึ้นอยู่กับว่าใครจะถนัดแบบไหน สำหรับพี (คนเขียน) พีจะใช้วิธีหา Power of 2 ที่ใหญ่ที่สุดที่ไม่เกินค่านั้น แล้วลบออกเรื่อยๆ เช่น

$$2017 = 1024 + 993 = (2^{10}) + 993$$

$$993 = 512 + 481 = (2^9) + 481$$

$$481 = 256 + 225 = (2^8) + 225$$

$$225 = 128 + 97 = (2^7) + 97$$

$$97 = 64 + 33 = (2^6) + 33$$

$$33 = 32 + 1 = (2^5) + (2^0)$$

จากนั้นก็จะเป็น

1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

หรือ 1111100001_2

หลักการแปลงเลขฐาน 2 เป็นเลขฐาน 8 หรือ 16 และการแปลงกลับ

ถ้าน้องๆ ใช้วิธีแปลงโดยผ่านพอดัคนกลางฐาน 10 น้องๆ จะเสียเวลามาก เนื่องจากเราสังเกตว่า $8 = 2^3$ และ $16 = 2^4$ ทำให้เราสามารถวิธีจับเป็นกลุ่มได้ เช่น

110101111010010110101_2 (อันนี้ พี่พิมพ์มั่วๆ 555) แปลงเป็นเลขฐาน 8

ให้จับกลุ่ม กลุ่มละ 3 ตัว จากขวาไปซ้ายจะได้

00110101111010010110101 (ด้านซ้ายสุดจะได้ 1 ตัวเดียว จึงเติม 0 ไปข้างหน้า)

ทีนี้ก็ให้แปลงทีละกลุ่มเป็นแบบ ฐาน 10 จะได้ 15372265₈

[000 = 0, 001 = 1, 010 = 2, 011 = 3, 100 = 4, 101 = 5, 110 = 6, 111 = 7]

ส่วนการแปลงกลับ ก็ใช้หลักการคล้ายกัน เช่น

10375₈ จะได้ 00100001111101_2

ทีนี้ พอเป็นฐาน 16 ก็จับกลุ่มกลุ่มละ 4 ตัว และหลักการก็คล้ายกัน เพียงแต่อย่าลืมว่า 10 - 15 ต้องเป็น A - F มิฉะนั้นจะผิดเอา เช่น

$11111001011010100100110101010010011_2$ แปลงเป็นเลขฐาน 16

จับกลุ่ม กลุ่มละ 4 ตัว จากขวาไปซ้าย จะได้

$01111001011010100100110101010010011$

จะได้ 7CB526A93₁₆

[0000 = 0, 0001 = 1, 0010 = 2, 0011 = 3, 0100 = 4, 0101 = 5, 0110 = 6, 0111 = 7, 1000 = 8, 1001 = 9, 1010 = A, 1011 = B, 1100 = C, 1101 = D, 1110 = E, 1111 = F]

ตอนแปลงกลับก็คล้ายๆ กัน เช่น

A4₁₆ = 10100100_2

แบบฝึกหัด

จงแปลงเลขฐาน โดยเติมช่องว่างให้ถูกต้อง สมบูรณ์

	Bin	Oct	Dec	Hex
1)	11000100_2			
2)		2560 ₈		
3)			999	
4)				3D ₁₆

1.5. แบบรูปและความสัมพันธ์

เอาเป็นว่าเราจะไม่สอนแบบ ลำดับ ของครุคณิตฯ คนหนึ่งที่ซื้อขึ้นต้นด้วย ๓ (ไม่ได้ อ้างอิงถึงใคร จริงจริง) ที่นี้เรื่องนี้มันควรจะไปอยู่ในคณิตศาสตร์พื้นฐานด้วยซ้ำ แต่ถ้าใครมีเพื่อนอยากเรียนหมอ แล้วแอบไปดูที่มันนั่งทำ ก็จะมีข้อสอบแนวๆ นี้แหละ โจทย์แบบนี้ใช้ตรรกะและความชำนาญล้วนๆ คงไม่ต้องสอนอะไรมาก

ตัวอย่าง

2, 4, 6, 8, ..., ..., ...

ข้อนี้ก็ตอบ 10, 12, 14 ไป อะไรพรรค์นี้

แบบฝึกหัด

1. 2, 5, 10, 17, 26, ..., ..., ...

2. 1, 1, 2, 3, 5, ..., ..., ...

3. 0, 1, 3, 7, 15, ..., ..., ...

4. 2, 3, 5, 7, 11, ..., ..., ...

5. 101, 97, 93, 89, 85, ..., ..., ...

6. -100, -99, -96, -87, -71 หาค่าที่ 10

7. A1, C2, E3, G4, I5, ..., ..., ...

8. 1, 0.5, 0.333, 0.25, 0.166, ..., ..., ...

9. 1, 10, 5, 50, 500, ..., ..., ...

10. 1331, 1728, 2197, 2744, 3375 หาค่าที่ 10

1.6. ตรีโกณมิติ พื้นฐาน

กำหนดให้ สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มี

มุม x คือมุมหนึ่งมุมที่ไม่ใช่มุมฉาก

ด้าน a คือด้านที่ตรงข้ามกับมุม x

ด้าน b คือด้านที่ชิดกับมุม x โดยที่ไม่ใช่ด้านตรงข้ามกับมุมฉาก

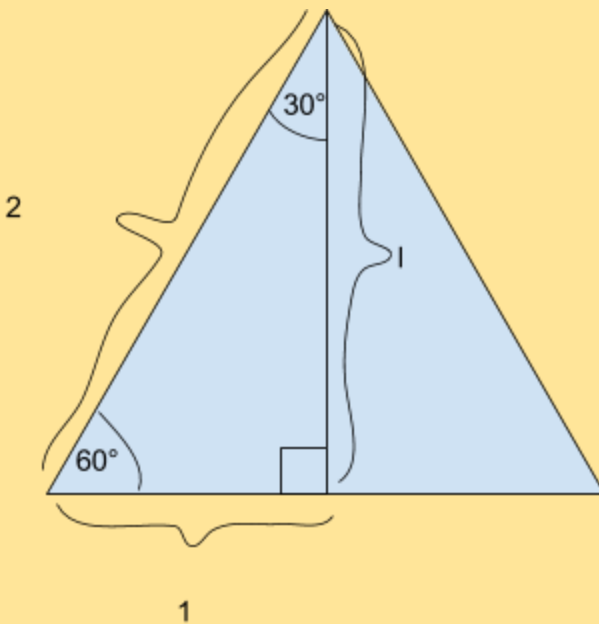
ด้าน c คือด้านที่ตรงข้ามกับมุมฉาก

$$\sin x = a / c$$

$$\cos x = b / c$$

$$\tan x = a / b$$

เมื่อ $x = 30^\circ, 60^\circ$



จากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (ความยาวด้าน = 2) แบ่งครึ่ง เราจะหาค่า $|$ ได้จาก

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (พิทาโกรัส)

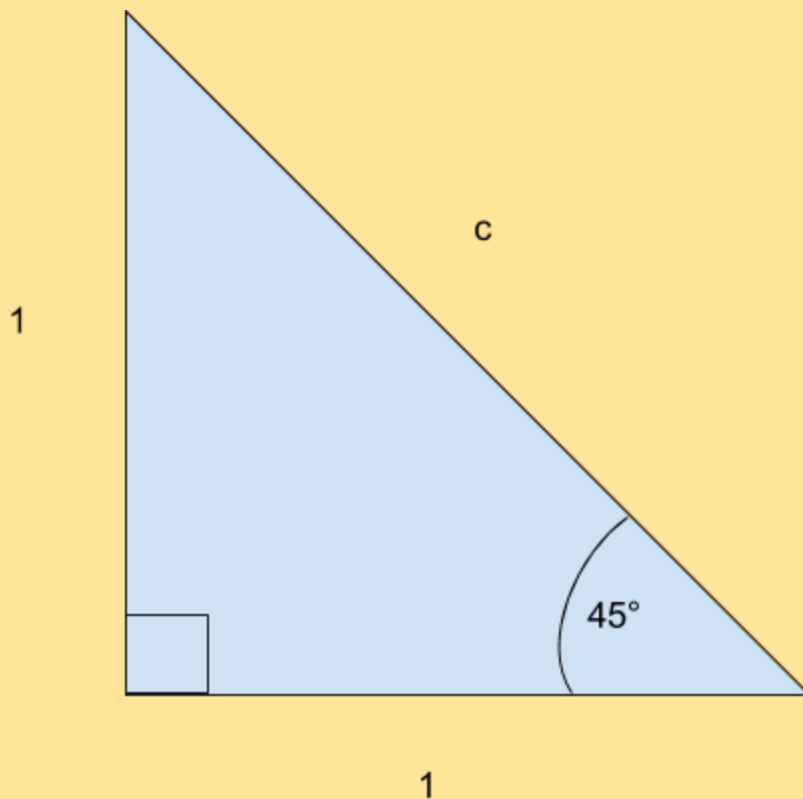
ผลรวมของ กำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก = ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

จะได้ $1^2 + |^2 = 2^2$; จะได้ $| = \sqrt{3}$ (เป็น $-\sqrt{3}$ ไม่ได้ เนื่องจากเป็นความยาว)

จะสรุปได้ว่า

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
30°	$1 / 2$	$\sqrt{3} / 2$	$1 / \sqrt{3}$
60°	$\sqrt{3} / 2$	$1 / 2$	$\sqrt{3}$

เมื่อ $x = 45^\circ$



จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (ความยาวด้านประกอบมุมฉาก : 1) และสูตรพีทาโกรัสจะได้ $1^2 + 1^2 = c^2$ หรือก็คือ $c = \sqrt{2}$

จะได้ว่า $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 1 / \sqrt{2}$ ส่วน $\tan 45^\circ$ จะมีค่าเท่ากับ 1

สมบัติที่น่าสนใจ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

เรียนรู้เพิ่มเติม

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
0°	0	1	0
90°	1	0	*ไม่นิยาม*

แบบฝึกหัด : ให้คนสอนคิดไปเนอะ (คนเขียน ขก)

1.7. เมตริกซ์

ก่อนอื่นเลย เราไม่ได้กล่าวถึงภาพยนตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง

เมตริกซ์ คืออะไร?

ขอตอบแบบบ้านๆ ว่า สี่เหลี่ยมที่มีข้อมูลเป็นบล็อกๆ (ไม่ใช่หมานะ บล็อกๆ) \

ซึ่งเนื่องจากใน Google Docs พิมพ์ยากมาก เราจะทำแบบนี้แทน

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 0 \\ 4 & -2 & 7 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

ขนาดของเมตริกซ์ คือ m คูณ n โดย

m คือจำนวนข้อมูลในแนวดิ่ง

n คือจำนวนข้อมูลในแนวนอน

(เอจี้ ละกัน เพราะพีลัสสนระหว่าง Row ละ Column)

ทีนี้ การบวกลบเมตริกซ์

มีข้อกำหนดเลยว่า เมตริกซ์ที่จะมาบวกลบกันต้องมีขนาดเท่ากัน แบบเดียวกันเป๊ะๆ

ให้ใช้วิธีบวกลบแบบบ้านๆ เลยคือ ช่องเดียวกันจับมาบวกกันเช่น

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -3 & 0 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

การคูณเชิงสเกลาร์

อันนี้ก็ง่ายๆ จับตัวเลขไปคูณเลย เช่น

$$3 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$$

ทีนี้ การคูณเมตริกซ์ เป็นสิ่งที่ยาก

ข้อกำหนด การคูณเมตริกซ์ Matrix A มีขนาด $m \times n$ และ Matrix B มีขนาด $n \times r$

Matrix A จึงจะคูณ Matrix B ได้ จะได้ผลลัพธ์ขนาด $m \times r$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + 2c + 3e & b + 2d + 3f \\ 4a + 5c + 6e & 4b + 5d + 6f \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง เมตริกซ์ขนาด 2×3 คูณกับ เมตริกซ์ขนาด 3×2 จะได้เมตริกซ์ขนาด 2×2
โดยมีวิธีการคูณคือ

แทรก ฟิชขอเรียก ช่องที่อยู่ในบรรทัดที่ i ตัวที่ j ว่าช่อง i, j ละกัน (เช่น 1, 1)

ให้ Matrix C ช่อง i, j มีค่าเท่ากับ ผลรวมของ

(Matrix A ช่อง $i, 1$) \times (Matrix B ช่อง 1, j)

(Matrix A ช่อง $i, 2$) \times (Matrix B ช่อง 2, j)

(Matrix A ช่อง $i, 3$) \times (Matrix B ช่อง 3, j)

.

(Matrix A ช่อง i, n) \times (Matrix B ช่อง m, j)

Determinant

ใช้ตัวย่อว่า \det สมัยเรียนฟิชขอเรียก เด็ท ครูก็บอกใครเรียก เด็ท หักคะแนน แล้วก็เหมือนยิงห้ามยิงยุอะ เด็ท เต็มห้อง

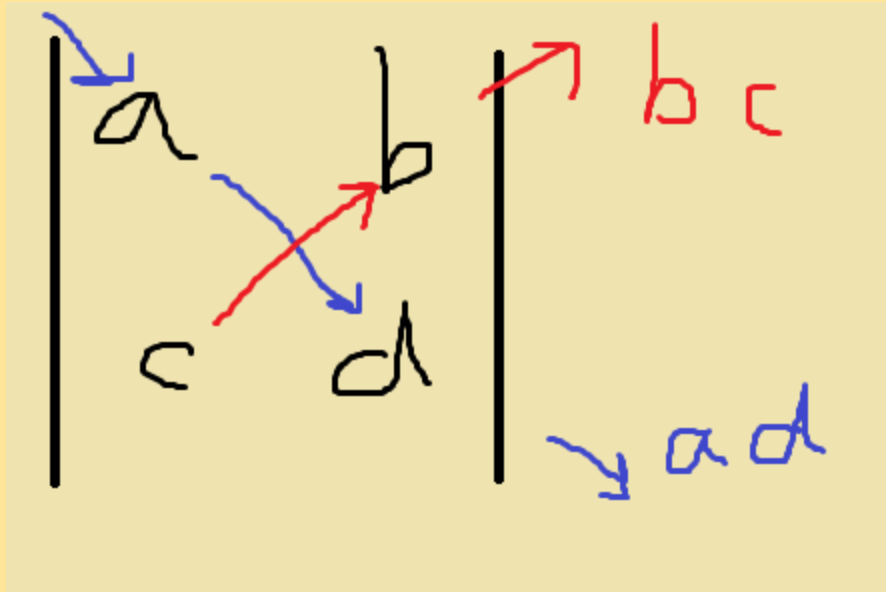
ไอ้เจ้า \det เนี่ย มันจะหาได้ก็ต่อเมื่อเมตริกซ์รูปแบบขนาดเป็น Square (พิมพ์ไทยไม่ถูก โทษครับ) เช่น 2×2 , 3×3

วิธีหา \det ของขนาด 2×2 คือ

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\det(M) = ad - bc$$

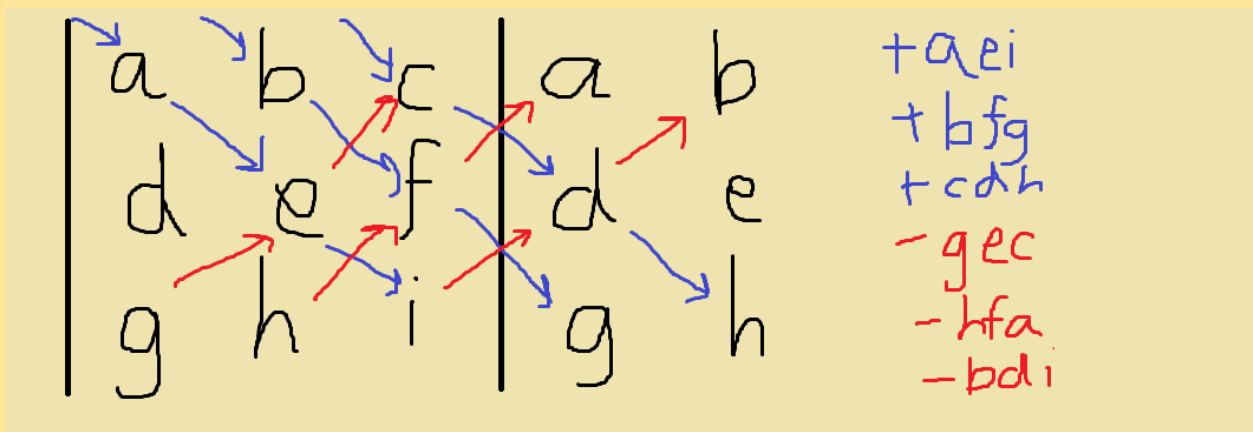
แต่น้องๆ อาจจะสับสน ฟิชวิธีคือ เจียงลง ลบ เจียงขึ้น



เป็นไงละ Microsoft Paint เลยนะเนีย (BG ก็สีไม่ตรง กากจริง)
 น้องๆ ควรภูมิใจ เพราะว่าเพื่อนพี่หลายๆ คนไม่สามารถอ่านลายมือพี่ออก

เอาเป็นว่า ขนาด 3×3 จะมีความ Advance นิดนึง

$$M = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$



ให้เอา 2 ตัวแรกมาต่อข้างหลังนะ

แบบฝึกหัด

1.
$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -7 \\ 5 & 5 \\ -13 & 2 \end{bmatrix} = ?$$

2.
$$\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -2 & 5 & 10 \end{bmatrix} = ?$$

3.
$$7 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 6 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} = ?$$

4.
$$M = \begin{bmatrix} a & a-2 & 1 \\ a+1 & a & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

จงหาค่า $\det(M)$

*ลืมนอก การคูณในเมตริกซ์สลับที่ไม่ได้

*ถ้าเจอตัว T หมายถึง Transpose ให้หมุนเมตริกซ์ สลับ แนวตั้ง แนวนอน

1.8. ความน่าจะเป็นโดยใช้ทฤษฎีการนับเบื้องต้น

เริ่มจาก กฎการบวก (หลายคน อาจจะคิดว่า เช่ ต้องมีกฎการบวกด้วยอะ)

อธิบายแบบง่ายๆ เลย

สมมติว่า ม.6/20 มีนักเรียน 800 คน ม.6/21 มีนักเรียน 79 คน ถ้าเราเลือกตัวแทนมาเพียง 1 คนจาก 2 ห้องนี้ จะเลือกได้กี่วิธี

เลือกจาก ม.6/20 ได้ 800 วิธี

เลือกจาก ม.6/21 ได้อีก 79 วิธี

รวมกันเป็น 879

ง่ายดีมะ

ต่อมาเป็น กฎการคูณ

สมมติว่า เบิ้มมีลูกขึ้น 10 ลูก มีจาน 3 ใบ เบิ้มจะเอาลูกขึ้น 1 ลูกใส่จาน 1 ใบได้กี่วิธี ก็เอา 10 คูณ 3 ได้ 30 จบ

ทีนี้ เรามาลองดูเรื่อง Combinatorics กัน (นี่คำภาษาไทยไม่ออก)

ก่อนอื่นเลย น้องๆ บางคนอาจจะไม่รู้จัก $n!$

เราจึงบอกว่า $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$

เริ่มจากแบบ Factorial ง่ายๆ ก่อน

เอาเป็น ให้เรียง A B C D E ให้เป็นค่าอะไรก็ได้ (ไม่มีความหมายก็ได้) จะได้กี่วิธี

ถ้าเรา ننับ ABCDE, ABCED, ABDCE, ABDEC ... พี่กลับไปตีนึงละ จึงใช้กฎการคูณ

อักษรตัวแรก เลือกได้ 5 วิธี

อักษรตัวที่ 2 เลือกได้ 4 วิธี (เพราะตัวแรกไปแล้ว)

อักษรตัวที่ 3 เลือกได้ 3 วิธี

อักษรตัวที่ 4 เลือกได้ 2 วิธี

อักษรตัวที่ 5 เลือกได้ 1 วิธี (เพราะเหลือตัวสุดท้าย)

จะได้ $5! = 120$ วิธี

ทีนี้ ถ้าเราต่อไป Permutation กับ Combination อาจจะทำให้โคม่าได้ (รีเปล่าวะ)

เพราะฉะนั้นเราจะไม่บอกหลักการ แต่เราจะให้ใช้กฎการคูณไปช่วย

ความน่าจะเป็น

จะเท่ากับ จำนวนความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ที่เราต้องการหารด้วย จำนวนความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ทั้งหมด เช่น

ทอยลูกเต๋า 3 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 12 ขึ้นไป (ไม่มีอะไร แค่หาความน่าจะเป็นเฉยเฉย)

อันนี้ พี่ขอคิดแบบ 3D นะ

เริ่มจากลูกเต๋า 2 ลูกแรก

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

มาเป็นสี่รุ้งเลยทีเดียวนะ

ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 3 เป็น 1 จะต้องรวมกับช่อง 11 - 12 คือ 3 วิธี

ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 3 เป็น 2 จะต้องรวมกับช่อง 10 - 12 คือ 6 วิธี

ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 3 เป็น 3 จะต้องรวมกับช่อง 9 - 12 คือ 10 วิธี

ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 3 เป็น 4 จะต้องรวมกับช่อง 8 - 12 คือ 15 วิธี

ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 3 เป็น 5 จะต้องรวมกับช่อง 7 - 12 คือ 21 วิธี

ถ้าลูกเต๋าลูกที่ 3 เป็น 6 จะต้องรวมกับช่อง 6 - 12 คือ 26 วิธี

รวมแล้ว 81 วิธี

จาก $6 \times 6 \times 6$ วิธี = 216 วิธี

ความน่าจะเป็นคือ $81 / 216 = 0.375 = 37.5\%$ ที่จะออกไฮ อีปส์ (ข้าๆ น้า)

แบบฝึกหัด

1. จงหาความน่าจะเป็นที่ทอยลูกเต๋า 1 ลูก แล้วได้เลข 6
2. ดอทเอมีฮีโร่ 113 ตัว ถ้าผู้เล่น 5 คนเลือกโดยห้ามเลือกตัวซ้ำกัน จะได้กี่วิธี (ตอบในรูปตัวเลขคูณกัน)
3. ไฟ 52 ใบ จะมีกี่วิธีที่หยิบได้ไฟโพธิ์แดงหรือไฟเลข 3
4. ในเกม Resident Evil 7 - DLC มีเกม 21 กติกาคือในสำหรับจะมีไฟ 11 ใบ ตั้งแต่เลข 1 - 11 ไม่ซ้ำกัน ใครได้แต้มรวมกันมากกว่าก็ชนะ แต่ถ้าใครได้เกิน 21 ก็ถือว่าแพ้ (ถ้าเกิน 21 ทั้งคู่ ใครได้แต็มน้อยกว่าก็ชนะ) เราเล่นเป็น Clancy Jarvis กำลังสู้กับ Hoffman โดยฝ่าย Hoffman จะคว้าไฟไว้ 1 ใบ ถามว่าถ้าอยู่ในสถานการณ์ต่อไปนี้ เราควรจั่วไฟเพิ่มหรือหยุดเพราะอะไร
 - 4.1. เรามี 9 และ 11 ส่วน Hoffman มี 10 กับ ไฟที่คว้าไว้ 1 ใบ
 - 4.2. เรามี 5 และ 6 ส่วน Hoffman มี 11 กับ ไฟที่คว้าไว้ 1 ใบ
 - 4.3. เรามี 1, 2, 6 และ 7 ส่วน Hoffman มี 9, 10 และไฟที่คว้าไว้ 1 ใบ
5. โยนเหรียญ 10 ครั้ง จะมีวิธีที่ออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง กี่วิธี

1.9. การใช้ตรรกะในรูปแบบอื่นๆ

โจทย์ประเภทนี้ไม่มีวิธีการแก้ปัญหาที่ตายตัว

ตัวอย่าง

มีนักเรียน 4 คน 1 ในนี้ แอบกินขนมในห้องเรียน ครูจะทำโทษ (โทษฐาน ไม่แบ่ง)

จึงถามว่า ใครแอบกิน

คนที่ 1 พูดว่า คนที่ 3 ไม่ได้แอบกิน

คนที่ 2 พูดว่า คนที่ 1 โกหก

คนที่ 3 พูดว่า คนที่ 4 แอบกิน

คนที่ 4 พูดว่า คนที่ 2 โกหก

มี 1 คนที่ โกหก ถามว่า ใครแอบกิน และ ใครโกหก

วิธีทำ

สำหรับพี พีจะใช้วิธีแทนมั่วๆ ไปเรื่อยๆ เช่น

สมมติว่า คนที่ 1 โกหก จะกลายเป็นว่า คนที่ 3 แอบกิน และ คนอื่นๆ จะพูดความจริง ซึ่งเมื่อพิจารณาคำพูดของคนที่ 2 ก็จะถูกต้อน แต่ คำพูดของคนที่ 3 จะกลายเป็นว่า คนที่ 4 แอบกิน ทำให้ขัดแย้งกัน

เราจึงทดลองสมมติให้ คนที่ 4 โกหก (จริงๆ เรียง 1-4 ไปเลยก็ได้ แต่พีรู้เฉลยอยู่แล้ว จึงเรียงแบบนี้) ทำให้ คนที่ 2 พูดความจริง ซึ่งจะทำให้คนที่ 1 โกหก และขัดแย้งกับ โจทย์

ต่อมาสมมติให้คนที่ 3 โกหก จะหมายความว่า คนที่ 4 ไม่ได้แอบกินนั่นเอง แต่จะส่ง ผลให้ คนที่ 2 พูดความจริงว่า “คนที่ 1 โกหก” ทำให้ขัดแย้งกับโจทย์

เราจึงรู้ว่าคนที่ 2 โกหก ทำให้รู้ว่า “คนที่ 4 แอบกิน” และไม่มีการขัดแย้งใดๆ ในโจทย์

โจทย์สโตนี่ ถ้าเจอเป็นข้อแรกๆ พีแนะนำว่าให้ข้ามไปก่อน (เพราะต้องใช้เวลาคิด นาน แต่จริงๆ ข้อไหนไม่ได้ก็ข้ามไปก่อนแหละ) เหมือนถ้าใครเคยเจอพวก

Einstein's Riddle จะพอเข้าใจ ทีนี้โจทย์เหล่านี้ ต้องฝึกทำ เพื่อให้เกิดความคุ้นเคย เพราะมันใช้ตรรกะมาก (ไม่ใช่ตะกละนะ) เราจะลองให้ดูอีกข้อนี้เป็น Einstein's Riddle

กำหนดให้ มีสีแดง น้ำเงิน เขียว เหลือง ขาว

สัญชาติมี สวีเดน เยอรมัน อังกฤษ เดนมาร์ก นอร์เวย์

เครื่องดื่มมี ชา นม เบียร์ กาแฟ น้ำเปล่า

ซิการ์มี Blends, Dunhill, Pall Mall, Prince, Blue Master

สัตว์เลี้ยงมี หมา แมว ปลา ม้า นก

สถานการณ์

1. มีบ้าน 5 หลัง แต่ละหลังมีสีต่างกัน
 2. บ้านแต่ละหลัง มีเจ้าของสัญชาติต่างกัน
 3. แต่ละคนชอบเครื่องดื่ม สุนัขการ์ และเลี้ยงสัตว์ต่างกัน
- โดยมีคำใบ้ดังนี้

1. คนอังกฤษอยู่บ้านหลังสีแดง
2. คนสวีเดนเลี้ยงหมา
3. คนเดนมาร์กชอบดื่มชา
4. บ้านสีเขียวอยู่ซ้ายมือติดกับบ้านสีขาว
5. เจ้าของบ้านสีเขียวชอบดื่มกาแฟ
6. คนที่สูบ Pall Mall เลี้ยงนก
7. เจ้าของบ้านสีเหลืองสูบ Dunhill
8. เจ้าของบ้านที่อยู่ตรงกลางชอบดื่มนม
9. คนนอร์เวย์อาศัยอยู่บ้านหลังแรก
10. คนที่สูบ Blends อาศัยอยู่ติดกับคนที่เลี้ยงแมว
11. คนที่เลี้ยงม้า อาศัยอยู่ติดกับคนที่สูบ Dunhill
12. คนที่สูบ Blue Master ชอบดื่มเบียร์
13. คนเยอรมันสูบ Prince
14. คนนอร์เวย์อยู่บ้านที่ติดกับบ้านหลังสีน้ำเงิน
15. คนที่สูบ Blends อาศัยอยู่ติดกับคนที่ชอบดื่มน้ำเปล่า

ถามว่าใครเลี้ยงปลา

ให้ตารางมานั่งคิด

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี					
สัญชาติ					
สัตว์เลี้ยง					
เครื่องดื่ม					
ซิการ์					

เฉลย!

ข้อ 9 นั้น ทำให้รู้ว่าคนนอร์เวย์อยู่บ้านหลังแรก

ข้อ 8 นั้น ทำให้รู้ว่าคนที่อยู่ตรงกลางชอบดื่มนม จะได้

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี					
สัญชาติ	นอร์เวย์				
สัตว์เลี้ยง					
เครื่องดื่ม			นม		
วิธีการ					

จากข้อ 14 คนนอร์เวย์อยู่ติดกับบ้านหลังสีน้ำเงิน จะได้ว่า

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี		น้ำเงิน			
สัญชาติ	นอร์เวย์				
สัตว์เลี้ยง					
เครื่องดื่ม			นม		
วิธีการ					

จากข้อ 4 บ้านสีเขียวอยู่ซ้ายมือติดกับบ้านสีขาว
 และข้อ 5 เจ้าของบ้านสีเขียวชอบดื่มกาแฟ
 ทำให้เราทราบว่าบ้านสีเขียวอยู่หลังที่ 4 และบ้านสีขาวอยู่หลังที่ 5
 (เหตุผลเพราะ ข้อ 4 ทำให้เราเล็งบ้านสีเขียวไว้หลังที่ 3, 4 และ ข้อ 5 ทำให้ตัดหลัง
 ที่ 3 เพราะเจ้าของชอบดื่มนม) จะได้

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี		น้ำเงิน		เขียว	ขาว
สัญชาติ	นอร์เวย์				
สัตว์เลี้ยง					
เครื่องดื่ม			นม	กาแฟ	
บริการ					

ที่นี่ จากข้อ 1 คนอังกฤษอยู่บ้านสีแดง เนื่องจากเราพบว่า หลังที่ 2, 4, 5 ไม่ใช่สีแดง
 ทำให้เหลือแค่หลังที่ 1 และ 3 แต่ หลังที่ 1 เป็นของชาวนอร์เวย์ ทำให้เหลือเพียง
 หลังที่ 3 (หลังที่ 1 ก็จะเป็นสีเหลือง เพราะเหลืออยู่สีเดียว)

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี	เหลือง	น้ำเงิน	แดง	เขียว	ขาว
สัญชาติ	นอร์เวย์		อังกฤษ		
สัตว์เลี้ยง					
เครื่องดื่ม			นม	กาแฟ	
บริการ					

ข้อ 7 เจ้าของบ้านสีเหลืองสูบ Dunhill
 ข้อ 11 คนที่เลี้ยงม้า อาศัยอยู่ติดกับคนที่สูบ Dunhill

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี	เหลือง	น้ำเงิน	แดง	เขียว	ขาว
สัญชาติ	นอร์เวย์		อังกฤษ		
สัตว์เลี้ยง		ม้า			
เครื่องดื่ม			นม	กาแฟ	
ซิการ์	Dunhill				

จากข้อ 3 คนเดนมาร์ก ชอบดื่มชา (ที่เป็นไปได้ก็ 2 กับ 5)

จากข้อ 12 คนที่สูบ Blue Master ชอบดื่มเบียร์ (ที่เป็นไปได้ก็ 2 กับ 5 เช่นกัน)

เหลืออยู่เครื่องดื่มชนิดเดียวคือน้ำเปล่าที่สามารถลงในตำแหน่งหลังที่ 1 ได้

และทำให้ข้อ 15 คนที่สูบ Blends อาศัยอยู่ติดกับคนที่ชอบดื่มน้ำเปล่า เหลือเพียงคำตอบเดียวนั้นก็คือหลังที่ 2 นั่นเอง

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี	เหลือง	น้ำเงิน	แดง	เขียว	ขาว
สัญชาติ	นอร์เวย์		อังกฤษ		
สัตว์เลี้ยง		ม้า			
เครื่องดื่ม	น้ำเปล่า		นม	กาแฟ	
ซิการ์	Dunhill	Blends			

ข้อ 12 คนที่สูบ Blue Master ชอบดื่มเบียร์ ซึ่งก็เหลือเพียงช่องเดียวคือหลังที่ 5

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี	เหลือง	น้ำเงิน	แดง	เขียว	ขาว
สัญชาติ	นอร์เวย์		อังกฤษ		
สัตว์เลี้ยง		ม้า			
เครื่องดื่ม	น้ำเปล่า		นม	กาแฟ	เบียร์
ซิการ์	Dunhill	Blends			Blue Master

จากนั้นก็เหลือแค่ ขา ใน หลังที่ 2 รวมกับ
ข้อ 3 คนเดนมาร์กชอบดื่มชา

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี	เหลือง	น้ำเงิน	แดง	เขียว	ขาว
สัญชาติ	นอร์เวย์	เดนมาร์ก	อังกฤษ		
สัตว์เลี้ยง		ม้า			
เครื่องดื่ม	น้ำเปล่า	ชา	นม	กาแฟ	เบียร์
ซิการ์	Dunhill	Blends			Blue Master

ข้อ 13 คนเยอรมันสูบ Prince (เป็นไปได้แค่หลังที่ 4)
เหลือสวีเดนอยู่หลังที่ 5 และ Pall Mall อยู่หลังที่ 3

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี	เหลือง	น้ำเงิน	แดง	เขียว	ขาว
สัญชาติ	นอร์เวย์	เดนมาร์ก	อังกฤษ	เยอรมัน	สวีเดน
สัตว์เลี้ยง		ม้า			
เครื่องดื่ม	น้ำเปล่า	ชา	นม	กาแฟ	เบียร์
ซิการ์	Dunhill	Blends	Pall Mall	Prince	Blue Master

จากข้อ 6 คนที่สูบ Pall Mall เลี้ยงนก (หลังที่ 3)

ข้อ 2 คนสวีเดนเลี้ยงหมา (หลังที่ 5)

ข้อ 10 คนที่สูบ Blends อาศัยอยู่ติดกับคนที่เลี้ยงแมว (หลังที่ 1)

	หลังที่ 1	หลังที่ 2	หลังที่ 3	หลังที่ 4	หลังที่ 5
สี	เหลือง	น้ำเงิน	แดง	เขียว	ขาว
สัญชาติ	นอร์เวย์	เดนมาร์ก	อังกฤษ	เยอรมัน	สวีเดน
สัตว์เลี้ยง	แมว	ม้า	นก	ปลา	หมา
เครื่องดื่ม	น้ำเปล่า	ชา	นม	กาแฟ	เบียร์
ซิการ์	Dunhill	Blends	Pall Mall	Prince	Blue Master

เราก็ได้รู้แล้วว่า ใครเลี้ยงปลา ไม่ยากเลยใช่มั้ยละ (พี่ใช้เวลาคิดประมาณชั่วโมงกว่าๆ โหดมากปู้ไอน์สไตน์)

ทีนี้เราก็ลองฝึกโจทย์แนวๆ นี้กัน โดยพี่จะให้คนสอนเป็นคนคิดโจทย์ (พิมพ์เรื่องไอน์สไตน์ ก็เหนื่อยพอละ)

แต่เดี๋ยวจะหาว่าพี่อู้งาน พี่จะให้โจทย์แนวๆ จับโกหก ไปทำเล่นๆ ชั่วหนึ่ง

คนที่ 1 : คนที่ 2 และ คนที่ 3 โกหก

คนที่ 2 : คนที่ 1 และ คนที่ 4 โกหก

คนที่ 3 : คนที่ 1 และ คนที่ 6 โกหก

คนที่ 4 : คนที่ 3 และ คนที่ 5 พูดความจริง

คนที่ 5 : คนที่ 2 และ คนที่ 6 พูดความจริง

คนที่ 6 : คนที่ 4 โกหก แต่คนที่ 5 พูดความจริง

ถามว่า ใครพูดความจริงบ้าง มี 3 คน

ปล. แต่ = “และ” นี่ทบทวนตรรกศาสตร์ไปในตัวเนอะ

2. ลำดับการโปรแกรม

อันนี้ จริงๆ พี่ก็ไม่มีอะไรจะสอนมากหรอก เพราะมันง่าย แค่อ่านตามลำดับ ถ้าเราเริ่มต้นเป็นภาษาโปรแกรม น้องๆ จะตกใจ ดังนั้น เราจะเริ่มวิธีนี้กัน จากลำดับต่อไปนี้ จะได้ผลลัพธ์ว่าอะไร

Step 1 : เปิดฝามามา 1 ถ้วย (ไม่ได้ค่าโฆษณาอะ)

Step 2 : เสียบปลั๊กกาน้ำร้อน

Step 3 : รอ น้ำเดือด

Step 4 : กดน้ำร้อนในถ้วยมามา

Step 5 : รอ 3 นาที

Step 6 : หยิบส้อม

Step 7 : แกะส้อม

Step 8 : กิน

ถ้าใครตอบว่าได้กินมามาร่อยๆ พี่จะตอบว่าผิด! เพราะน้องๆ สะเพร่า ไม่สังเกตว่า พี่ไม่ได้เขียนว่า หยิบซองเครื่องปรุงออกมาใส่ น้องๆ ก็จะได้กินซองเครื่องปรุงต้มน้ำร้อนกับมามาจืดๆ ไปละกัน ซึ่งถ้าน้องๆ สะเพร่าเนี่ย จะทำให้เสียคะแนนในโจทย์พวกนี้มาก (ข้อนี้ 10 คะแนนมั้ง) โดยส่วนมากโจทย์จะมาแนวๆ จงหาผลลัพธ์จากโปรแกรมต่อไปนี้ เช่น

1. รับค่า x
2. แสดงค่า $x - 3$
3. จบการทำงาน

โจทย์ถามว่าถ้าใส่ 10 ลงไป จะได้ผลลัพธ์ว่าอะไร (7 ใจ)

ที่นี้ โจทย์ส่วนมากจะมีขั้นเชิง จะไม่ถามแบบเมื่อตะกี้หรอก ง่ายไป โดยจะมีลูกเล่น “ถ้า ให้ไปทำข้อ มิฉะนั้น ให้ทำข้อ ...” น้องๆ จะได้วิ่งเวียนศีรษะกันแน่นอน โดยเฉพาะการย้อนกลับไปทำข้อก่อนหน้า

ที่นี้โจทย์ประเภทนี้ ก็เหมือนเคย ฝึกทำบ่อยๆ น้องๆ จะกลายเป็นโปรแกรมเมอร์ที่ดี (มัย พี่ไม่รับประกัน) แต่น้องๆ จะทำโจทย์สวอน. ค่าย 1 ที่มี 20 กว่าหน้าได้ทันเวลา

แบบฝึกหัด

จงหาผลลัพธ์จากโปรแกรมต่อไปนี้

1. รับค่า x
2. กำหนดให้ $i = 1$ และ $c = 0$
3. ถ้า $i > x$ ให้ทำข้อ 7 มิฉะนั้นให้ทำข้อ 4
4. ถ้า x หารด้วย i ได้ลงตัว ให้เพิ่มค่า c ไป 1
5. เพิ่มค่า i ไป 1
6. กลับไปทำข้อ 3
7. แสดงค่า c
8. จบการทำงาน

ครั้งที่ 1 ใส่ค่า 25 ลงไป จะได้ผลลัพธ์ว่าอะไร
ครั้งที่ 2 ใส่ค่า 30 ลงไป จะได้ผลลัพธ์ว่าอะไร
ครั้งที่ 3 ใส่ค่า 0 ลงไป จะได้ผลลัพธ์ว่าอะไร
ครั้งที่ 4 ใส่ค่า 1 ลงไป จะได้ผลลัพธ์ว่าอะไร
ครั้งที่ 5 ใส่ค่า 100 ลงไป จะได้ผลลัพธ์ว่าอะไร
โปรแกรมนี้ทำหน้าที่อะไร