

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ДГТУ)**

Факультет Информатика и вычислительная техника

(наименование факультета)

Кафедра Кибербезопасность информационных систем

(наименование кафедры)

**ОТЧЕТ**

по лабораторным работам по предмету:

Вычислительные методы в алгебре и теории чисел

Выполнил:

ст.гр. ВКБ32 Ковалев Д.П.

Принял:

ст.пр. Типаева Э.Р.

Ростов-на-Дону

2024

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1**

**Решение уравнения c одной переменной**

**Задание 1.** Сделать отделение корней: графически и по программе (точность ).

Я 7 в списке, поэтому мое уравнение имеет вот такой вид: *.* По заданию изначально просится найти корень графически вручную. Для этого мы зададим функцию и через вставку выберем “функция”.

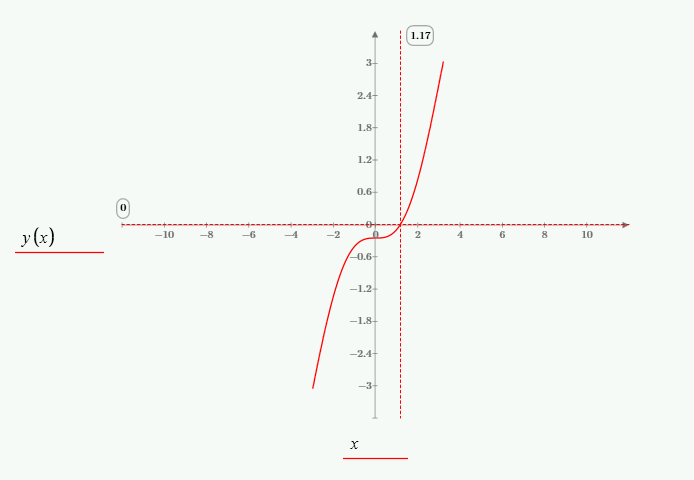
График можно увидеть на рисунке 1. 

Рисунок 1 – График функции

Как следует из рисунка 1, график функции один пересекает линию . Приближенное значение корня составляют x1 = 1.17

Решим теперь это уравнение с использованием встроенной функции root. Результат представлен на рисунке 2.

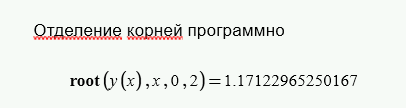


Рисунок 2 – Программное решение

**Задание 2.** Провести уточнение корней методом половинного деления.

Для нахождения корня задаем в соответствии с рисунком 1 интервал, который содержит корень . Далее выполняем последовательность операций, определенных заданием 1. Получаем последовательность значений, которые представлены на рисунке 3.

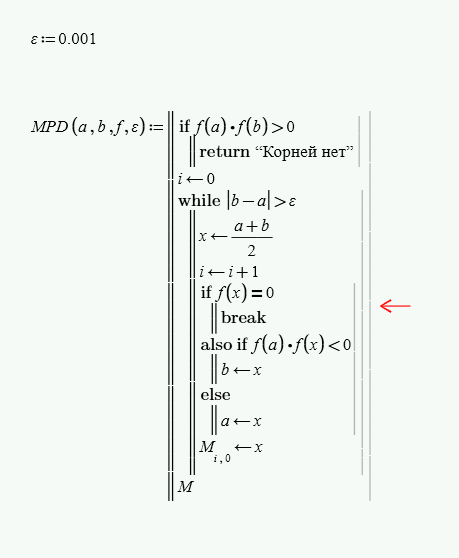


Рисунок 3 – Уточнение корней методом половинного деления

Теперь попробуем реализовать поиск корней с помощью операторов Given, Find. В блоке после Given и перед Find нужно вписать нашу функцию. Действия и результат представлены на рисунке 4.

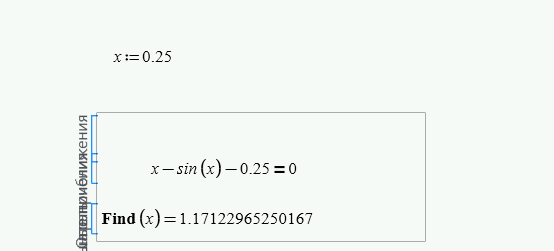


Рисунок 4 – использование операторов Given и Find

Теперь следуя дальше по методичке нас просят реализовать символьное решение. Тут в целом описывать нечего, результат представлен на рисунке 5.

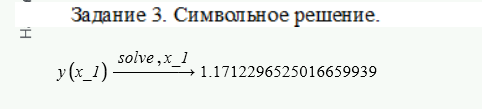


Рисунок 5 – символьное решение

**Задание 3**. Решите уравнение методом итераций, методом хорд, методом касательных.

Реализация метода итераций представлена на рисунке 6. Здесь я написал программную функцию, но преждевременно нужно было продифференцировать функцию, которая дана по варианту.

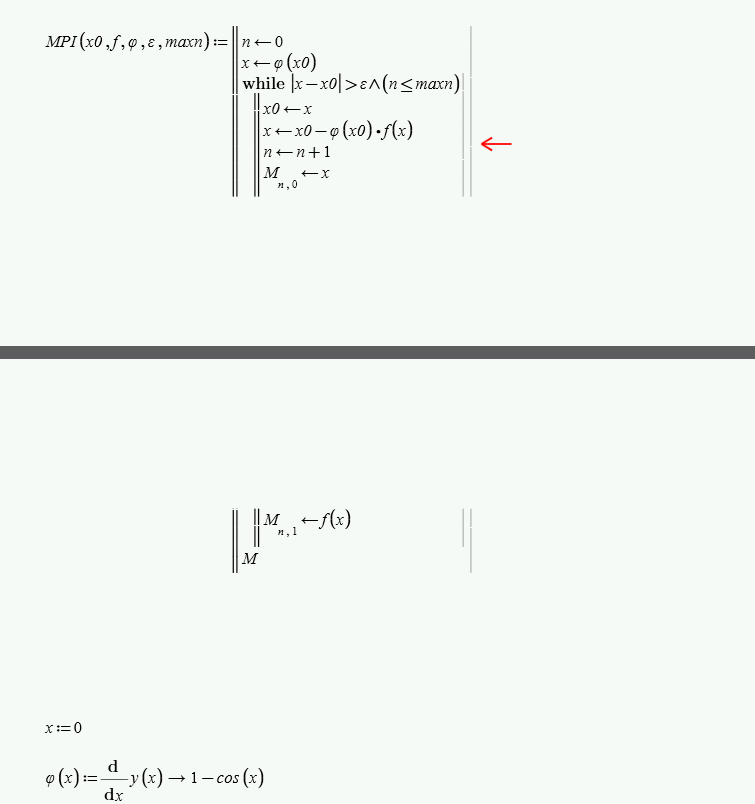


Рисунок 5 – Метод итераций

Теперь снизу на рисунке 6 показана реализация метода хорд для решения уравнения.

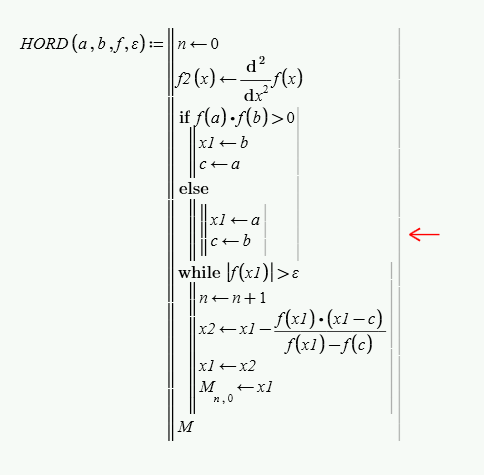


Рисунок 6 – Метод Хорд

Теперь остается реализовать только метод касательных, программный код представлен на рисунке 7.

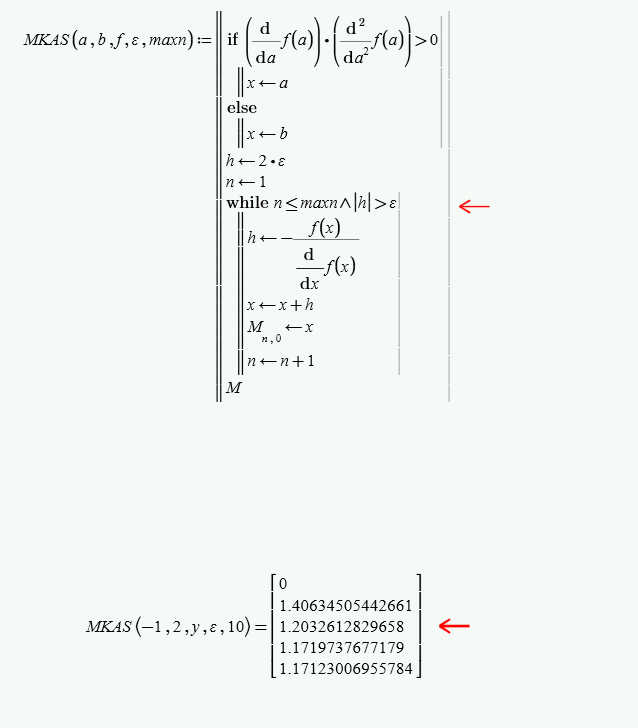


Рисунок 7 – Метод касательных

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2**

**Решение систем линейных уравнений**

**Задание 1.** Сделайте символьное решение систем уравнений. Варианты заданий приведены в таблице 2.



Рисунок 1 – Мой вариант

Для начала проверим существования решения для матрицы моего варианта. Для начала мы должны узнать ранг обычной и расширенной матрицы, а потом узнать определитель матрицы. На рисунке 2 представлена проверка существования.

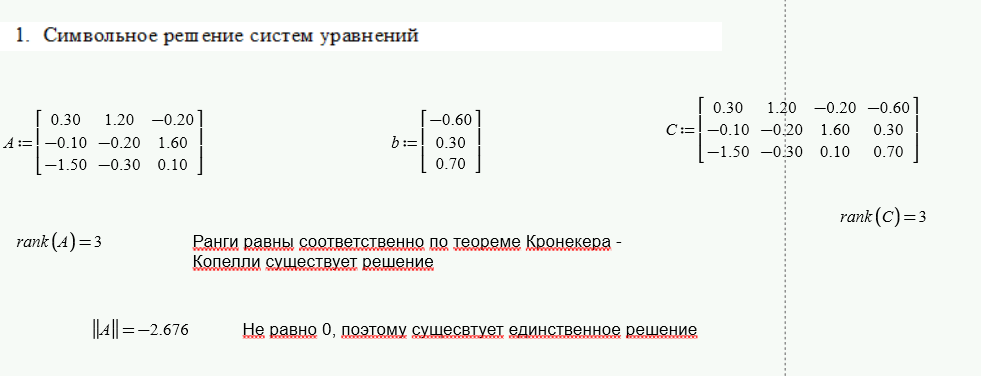


Рисунок 2 – проверка существования решения и единственности

Для начала найдем решение уравнения с помощью операторов Given Find. В Given нужно передать только 3 уравнения, добавив символы x, y, z. Передав аргументы x, y, z в Find мы найдем решение. На рисунке 3 представлены все действия.

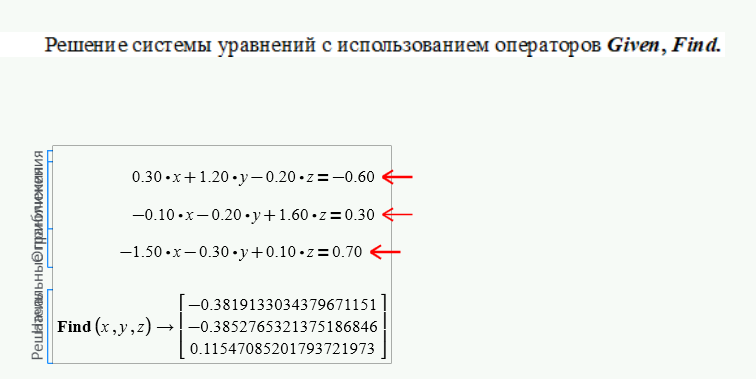


Рисунок 3 – решение системы с помощью Given, Find

**Задание 2.** Решите систему алгебраических уравнений как матричное уравнение A \* X = B

Здесь возможно осуществить 2 реализации. 1 вариант – вручную, посчитав A^-1 \* b. 2 вариант - использовать функцию lsolve. Реализации представлены на рисунке 4.

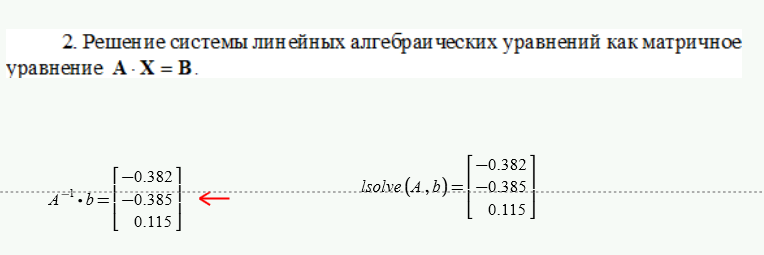


Рисунок 4 – матричный метод решения системы уравнений

**Задание 3.** Решение линейной системы методом Гаусса.

Здесь есть реализация с использованием встроенных методов, а также мною написанный код. На рисунке 5 представлен поиск с использованием встроенных функций.

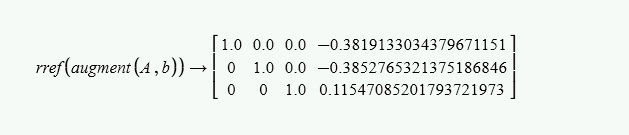


Рисунок 5 – решение системы с использованием встроенных функций

Теперь реализуем метод Гаусса вручную. Программный код представлен на рисунке 6.

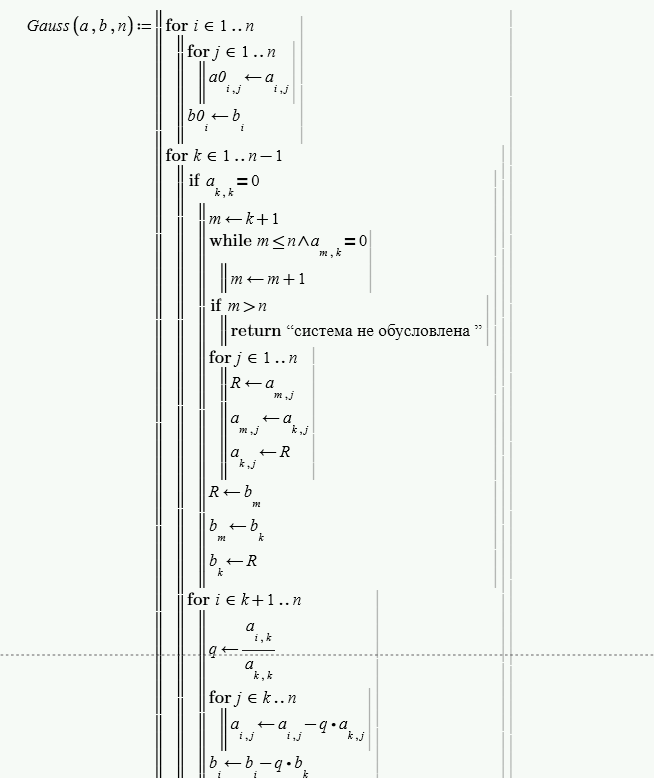


Рисунок 6 – программный код для метода Гаусса

**Задание 4.** Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

Здесь надо в начале вписать 3 матрицы, подставив матрицу B в нужные колонки. У нас образовывается 3 матрицы, у которых мы можем найти определитель. Алгоритм представлен на рисунке 7.

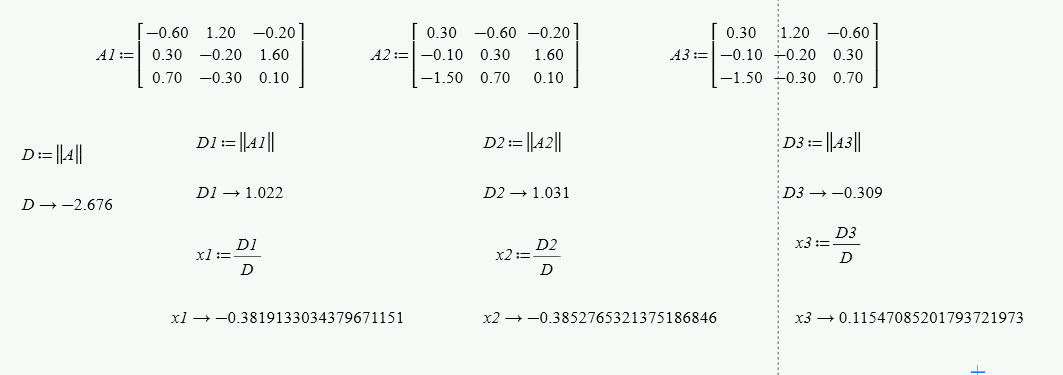


Рисунок 7 – метод Крамера

**Задание 5.** Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простых итераций.

Программная часть задания представлена на рисунке 8. В самом начале нам нужно было переделать матрицу так, чтобы выполнялось условие |a[0,0]| > |a[0,1]| + |a[0,2]|; |a[1,1]| > |a[1, 0]| + |a[1, 2]|; |a[2,2]| > |a[2,0]| + |a[2,1]|. После этого уже можно применять функцию, которую я написал.

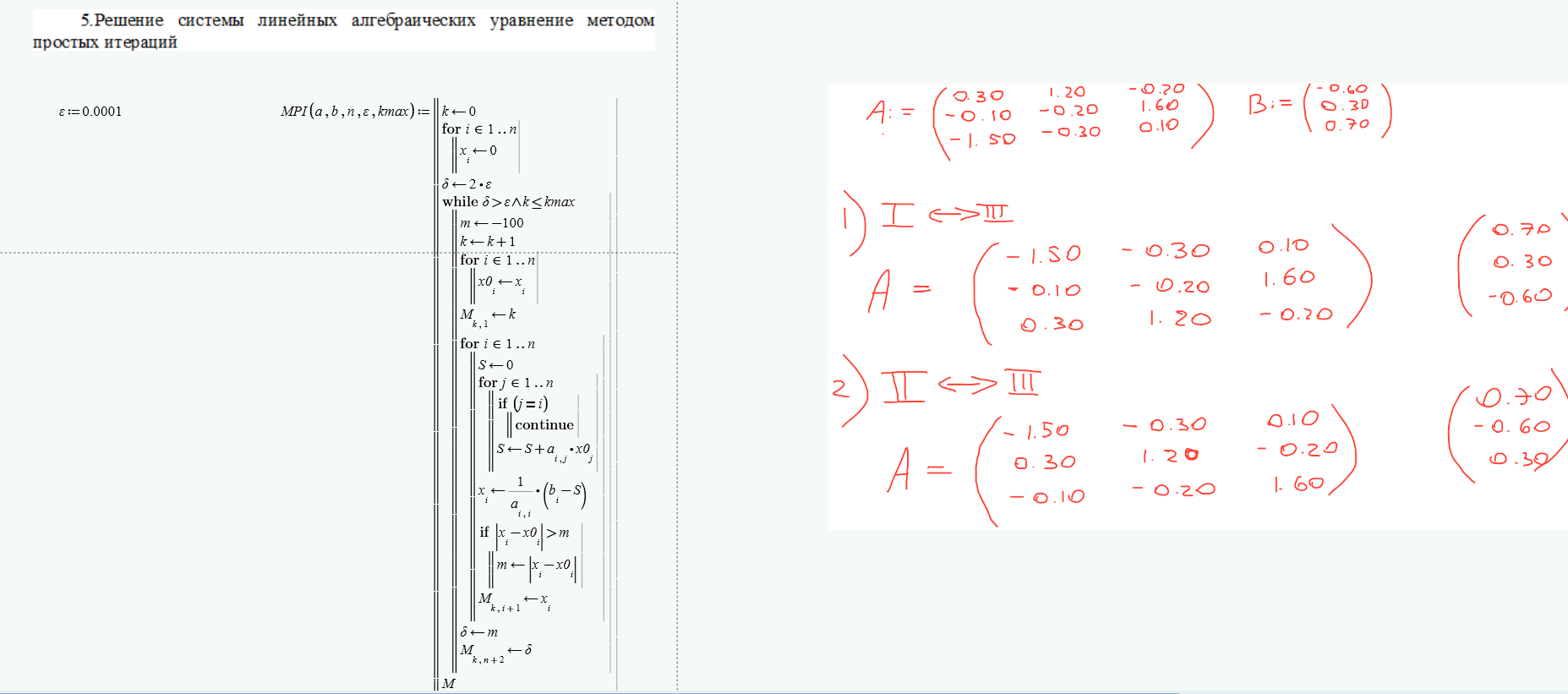


Рисунок 8 – метод простых итераций

**Задание 6.** Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Зейделя.

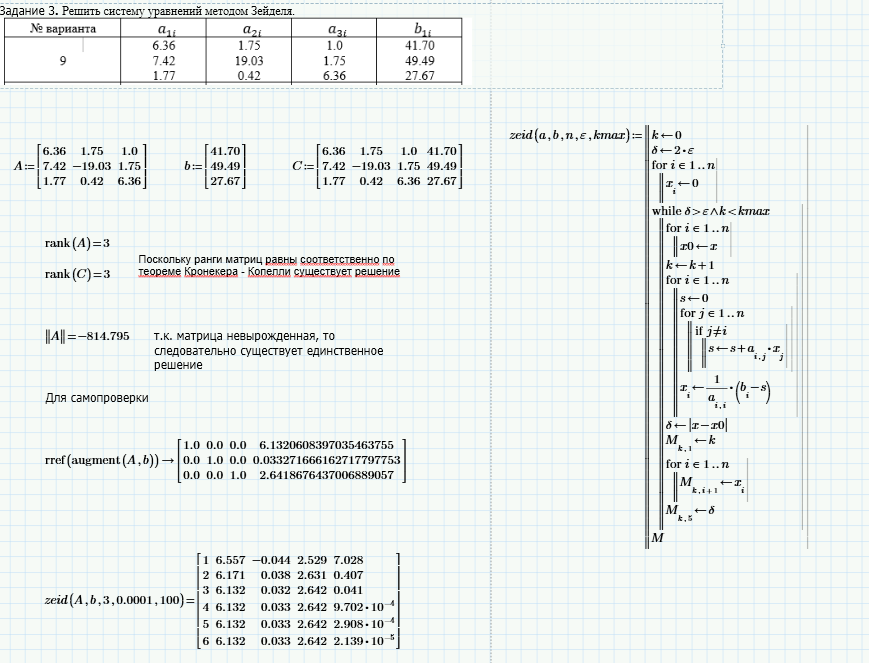


Рисунок 2.4 – Решение методом Зейделя

**Задание 4.** Символьное решение систем уравнений

Решение представлено на рисунке 2.5

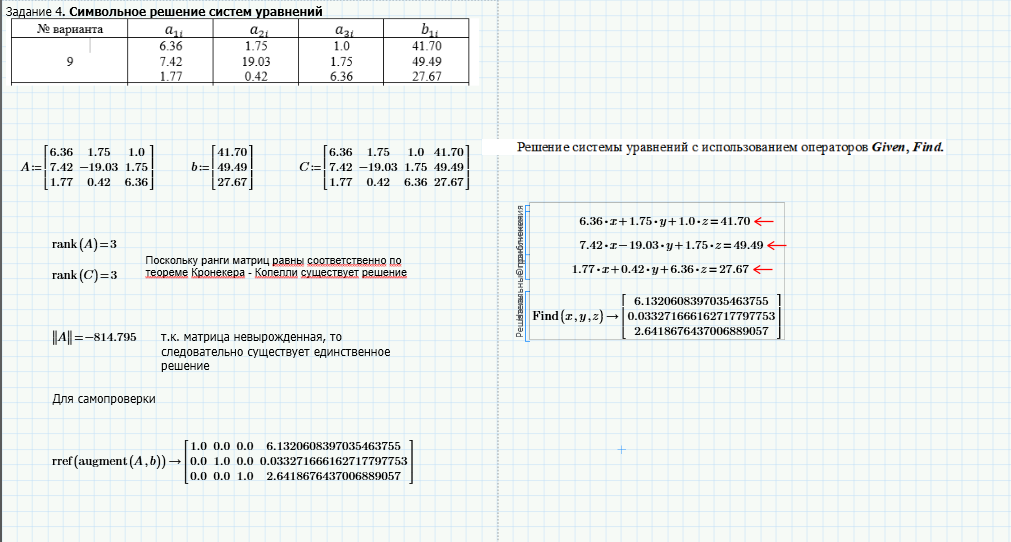


Рисунок 2.5 – Символьное решение системы уравнений

**Задание 5.** Решение системы линейных алгебраических уравнений как матричное уравнение .

Решение на рисунке 2.6

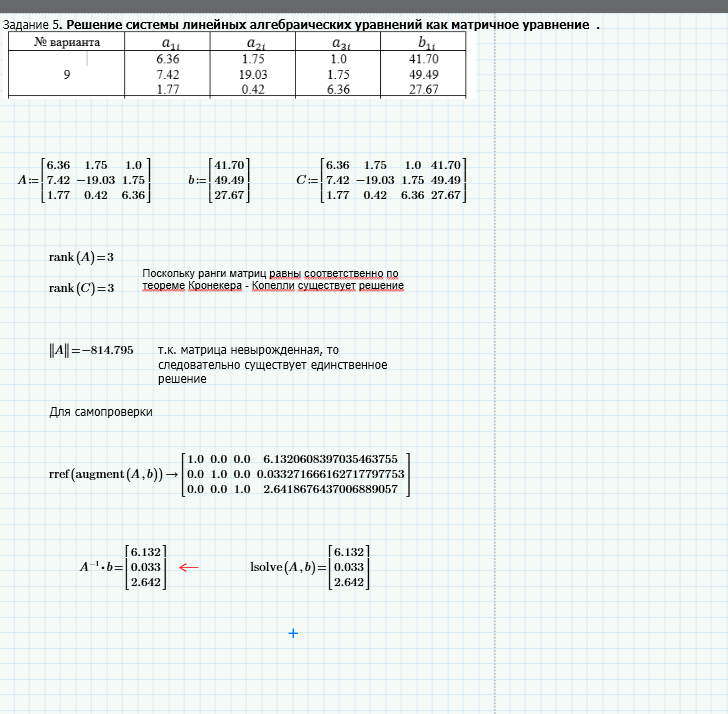


Рисунок 2.6

**Задание 6.** Решение линейной системы методом Гаусса

Программно он представлен в первой задании лабораторной, если использовать готовую функцию, то она везде используется для самопроверки

**Задание 7.** Решение системы методом Крамера.

Решение представлено на рисунке 2.7

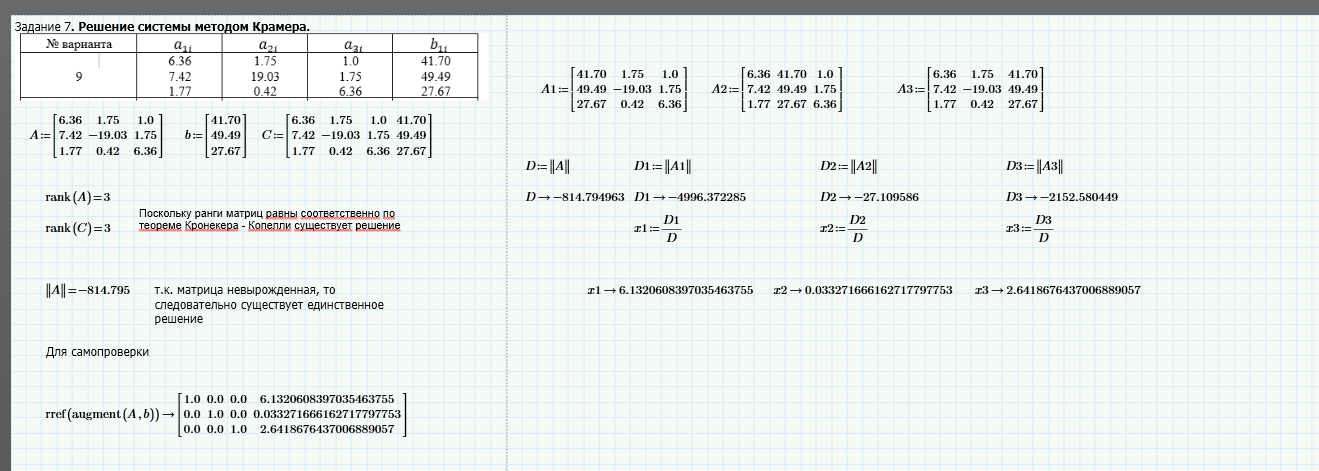


Рисунок 2.7 – Метод Крамера

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3**

# Интерполирование функций

**Задание 1.** По заданной таблице значений функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа (3.2) и построить график L\_2 (x) Исходные данные берутся из таблицы 3.1. (рисунок 3.1)

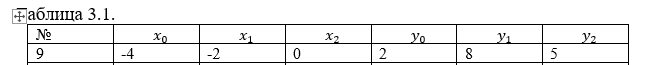


Рисунок 3.1 – Исходные данные

Решение на рисунке 3.2

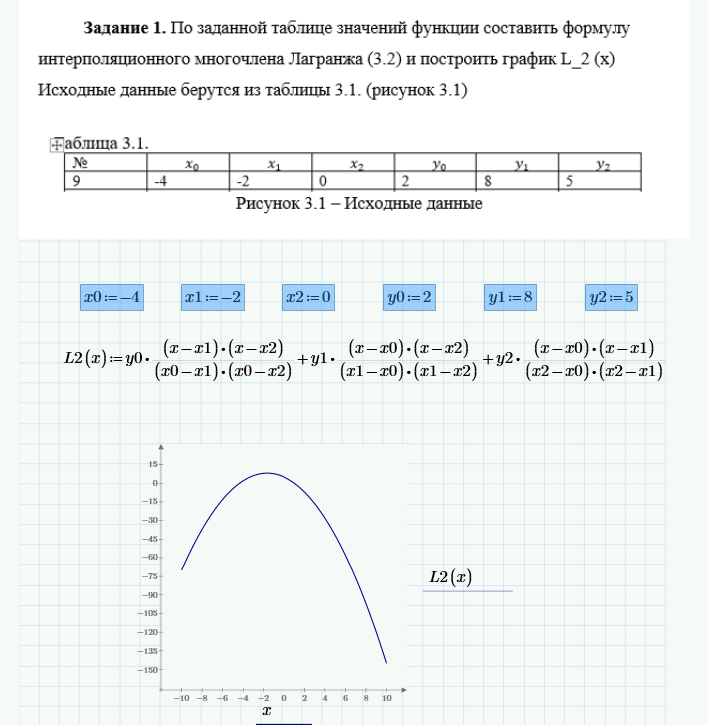


Рисунок 3.2 – Решение 1 задания

**Задание 2.**

Интерполяционным многочленом Лагранжа порядка  называется многочлен, определяемый следующим выражением

|  |  |
| --- | --- |
| . | (3.3) |

Для погрешности  приближения функции  с использованием данного многочлена Лагранжа выполняется неравенство

|  |  |
| --- | --- |
| , , | (3.4) |

где .

Вычислить одно значение заданной функции для промежуточного значения аргумента  с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа порядка  и оценить погрешность интерполяции. Для выполнения задания исходные данные и вид функции берутся из таблицы 3.2, 3.3 или 3.4. (рисунок 3.3)

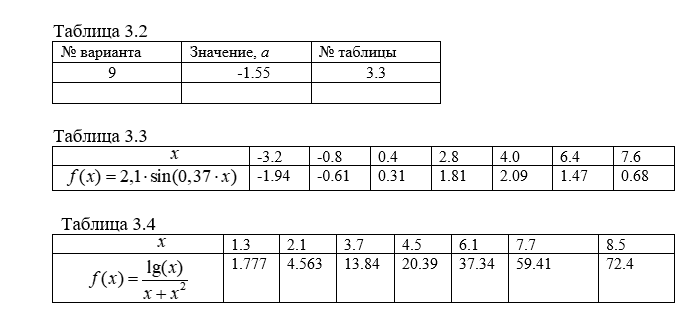


Рисунок 3.3 – Исходные данные

Решение на рисунке 3.4

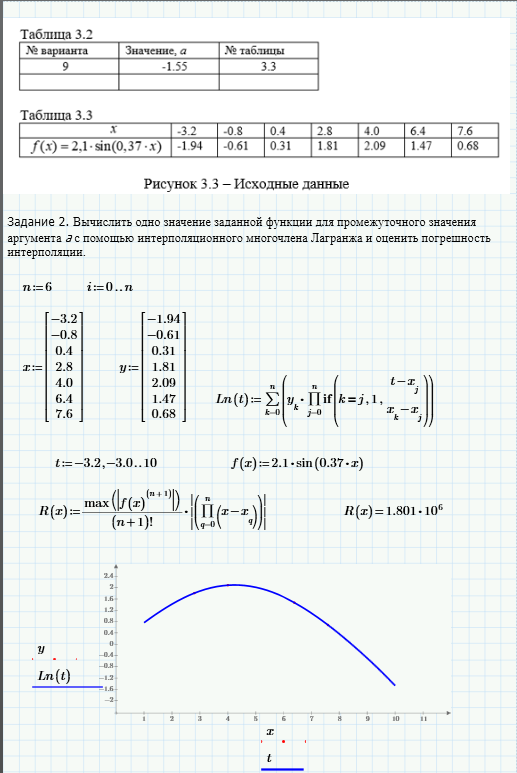


Рисунок 3.4 – Решение второго задания

**Задание 3.**

Первой интерполяционной формулой Ньютона называется многочлен вида

|  |  |
| --- | --- |
| , | (3.5) |

где .

Ошибка интерполяции функции на интервале  определяется следующим выражением

|  |  |
| --- | --- |
| , | (3.6) |

где  ‑ некоторая внутренняя точка наименьшего промежутка, содержащего все узлы , () и .

Уплотнить часть таблицы, содержащей заданные на отрезке  значения функции с использованием интерполяционного многочлена Ньютона (3.5) и оценить погрешность интерполяции  на основе формулы (3.6). Таблицу 3.7, содержащую конечные разности просчитать вручную на отрезке  с шагом . Для выполнения задания исходные данные берутся из таблиц 3.5, 3.6 и 3.8. (рисунок 3.5)

Соотношение (3.5) используется, если вычисляемое значение функции связано с переменной, лежащей ближе к началу отрезка . В том случае, когда вычисляемое значение функции связано с переменной, лежащей ближе к концу отрезка , применяют вторую формулу Ньютона – интерполирование назад на основе формулы (3.6).



где  и .

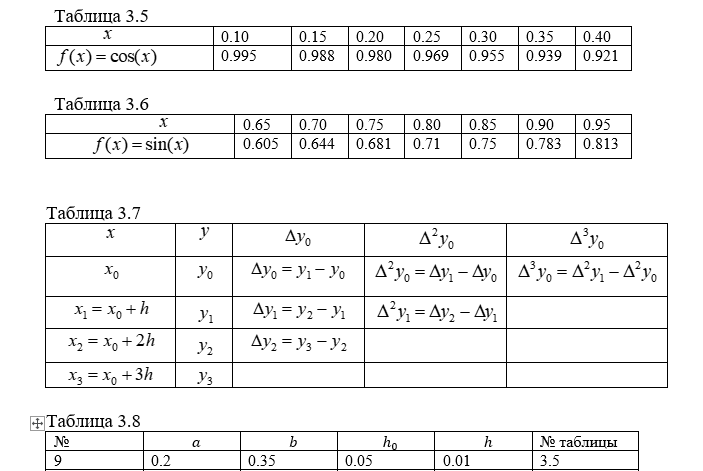


Рисунок 3.5 – Исходные данные

Решение задания представлено на рисунке 3.6

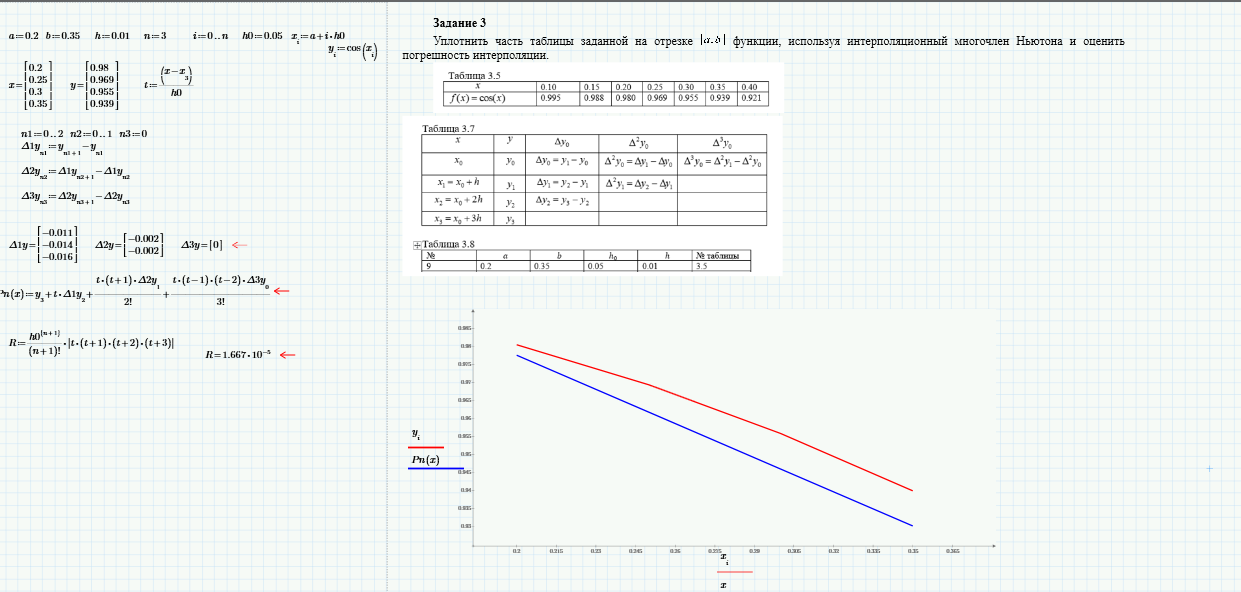


Рисунок 3.6 – Решение 3 задания

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4**

# Численное интегрирование

**Задание 1.** Составить программу вычисления интеграла от заданной функции на отрезке по формуле трапеций с шагом h = 0.1 и h=0.05. Сравнить результаты. Оценить точность. Сравнить результаты.

На рисунке 4.1 представлен мой вариант



Рисунок 4.1 – Мой вариант

Решение представлено на рисунке 4.2

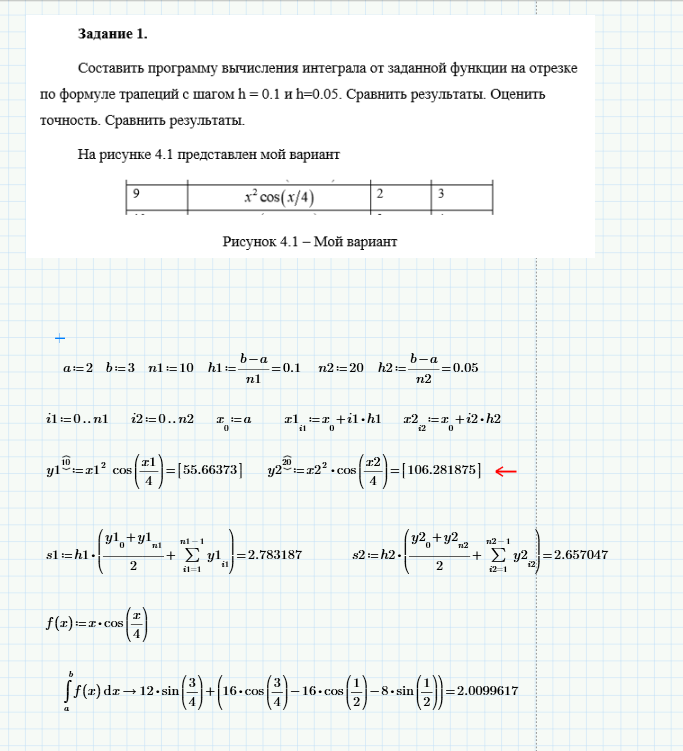
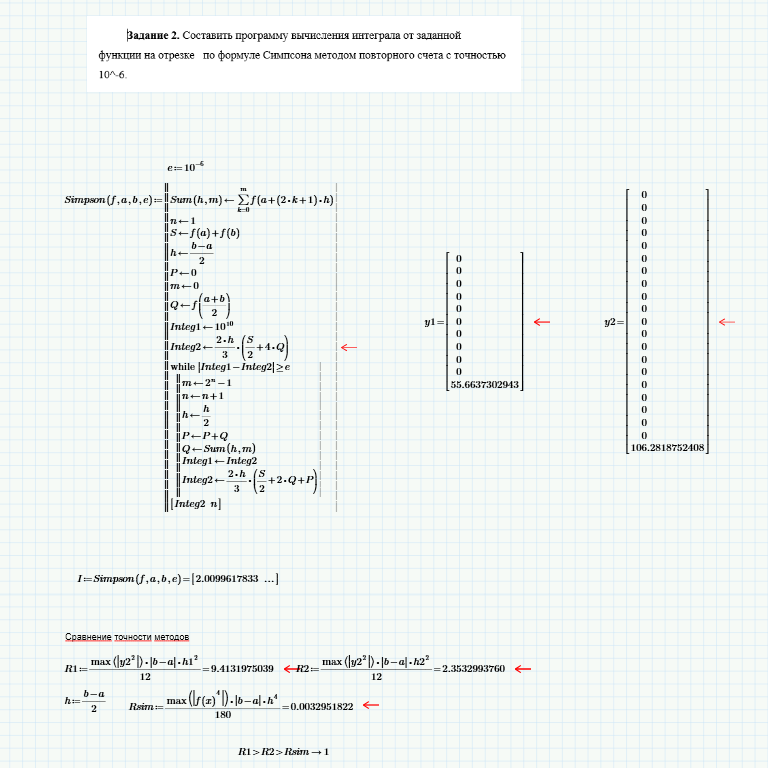


Рисунок 4.2 – Решение 1 задания

**Задание 2.** Составить программу вычисления интеграла от заданной функции на отрезке по формуле Симпсона методом повторного счета с точностью 10^-6.

Решение на рисунке 4.3



Решение 4.3 – Решение второго задания

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5**

# Численное решение дифференциальных уравнений

**Задание 1**. Написать программу решения дифференциального уравнения методом Эйлера на отрезке с шагом h и 2h и начальным условием y(a)=y0. Сравнить результаты.

На рисунке 5.1 представлено мой вариант

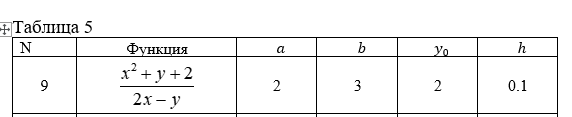


Рисунок 5.1 – Мой вариант

На рисунке 5.2 представлено решение задания

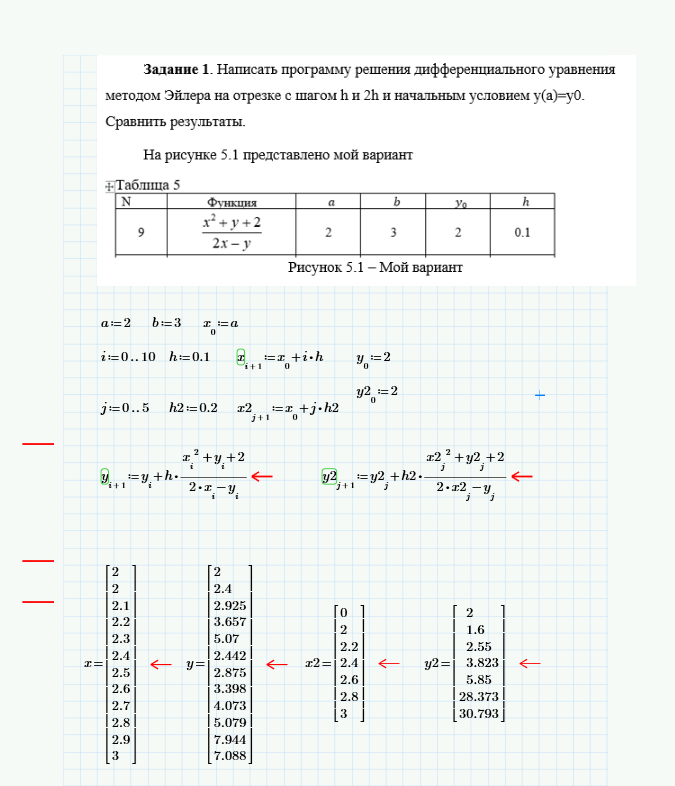


Рисунок 5.2 – Решение первого задания

**Задание 2.** Написать программу решения дифференциального уравнения  методом Рунге-Кутта на отрезке **** с шагом  и *2h* и начальным условием ****. Оценить погрешность по формуле (5.5). Исходные данные для выполнения задания берутся из таблицы 5.

На рисунке 5.3 и 5.4 представлено решение задания

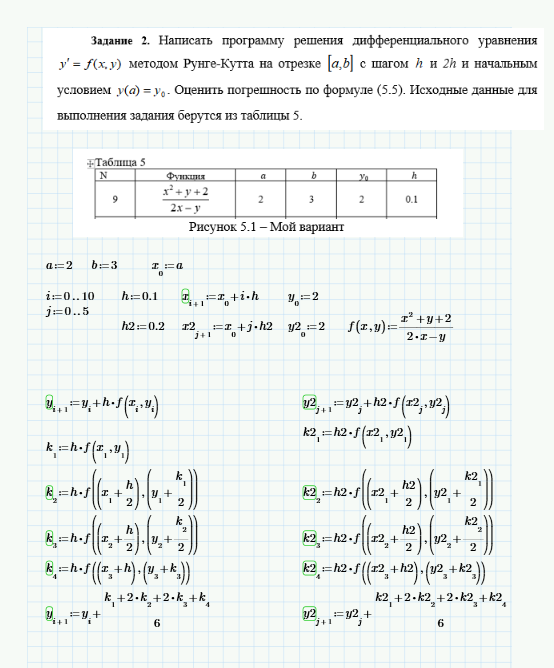


Рисунок 5.3 – Первая половина решения второго задания

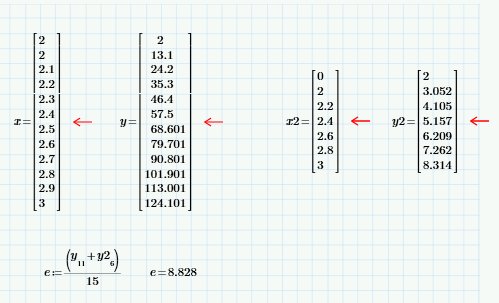
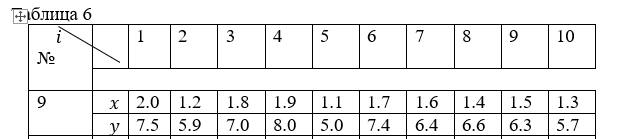


Рисунок 5.4 – Вторая половина решения второго задания

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6**

# Статистическая обработка опытных данных

**Задание 1.** Построить методом наименьших квадратов две эмпирические формулы: линейную и квадратичную.



На рисунках 6.1, 6.2, 6.3 представлено решение

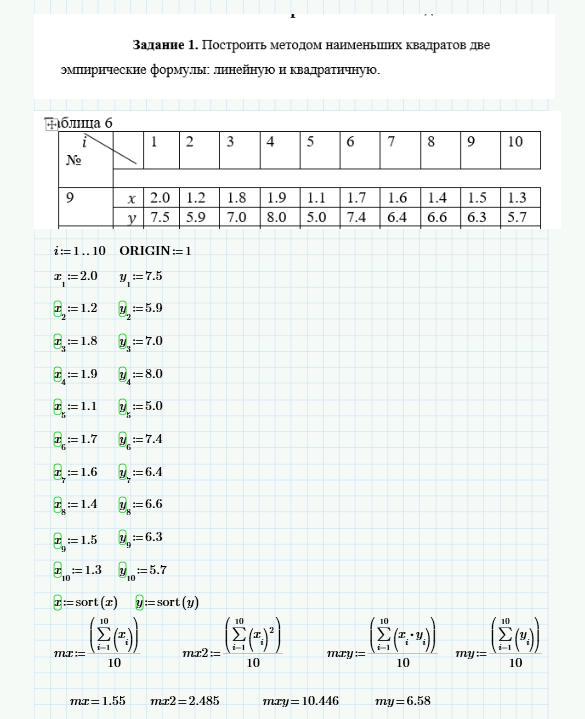


Рисунок 6.1 – Первая треть первого задания

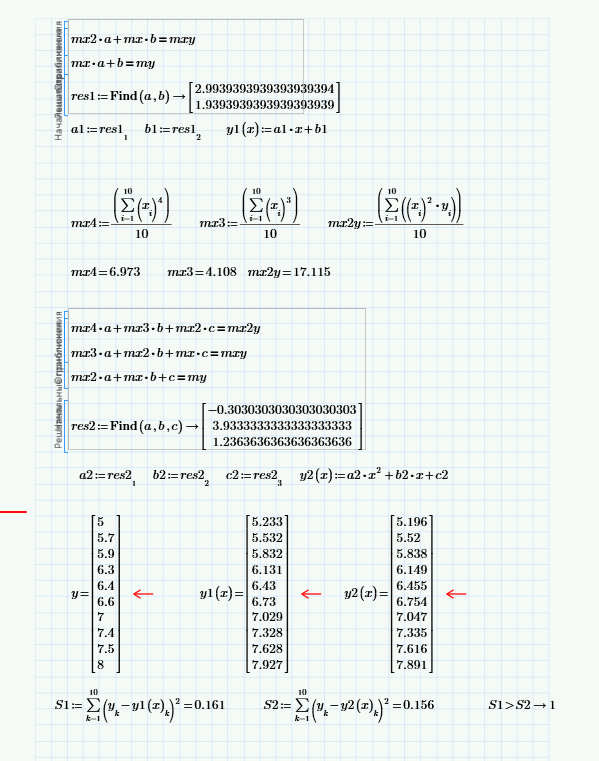


Рисунок 6.2 – Вторая треть первого задания



Рисунок 6.3 –Третья треть первого задания

**Задание 1.** Составить программу для нахождения приближающих функций заданного типа с выводом значений их параметров и соответствующих им сумм квадратов уклонений. Выбрать в качестве приближающих функций следующие: , , . Провести линеаризацию. Определить для какого вида функции сумма квадратов уклонений является наименьшей.

На рисунках 6.4, 6.5 и 6.6 представлено решение второго задания

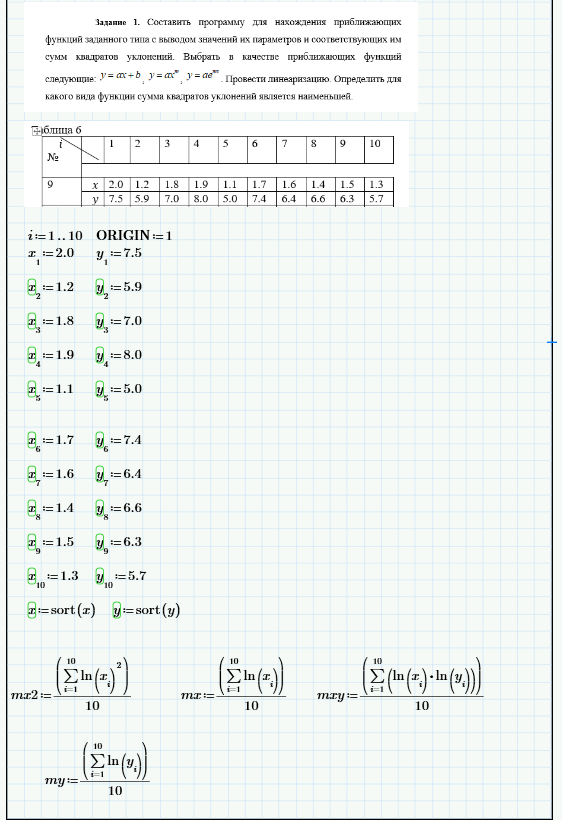


Рисунок 6.4 – Первая треть решения второго задания

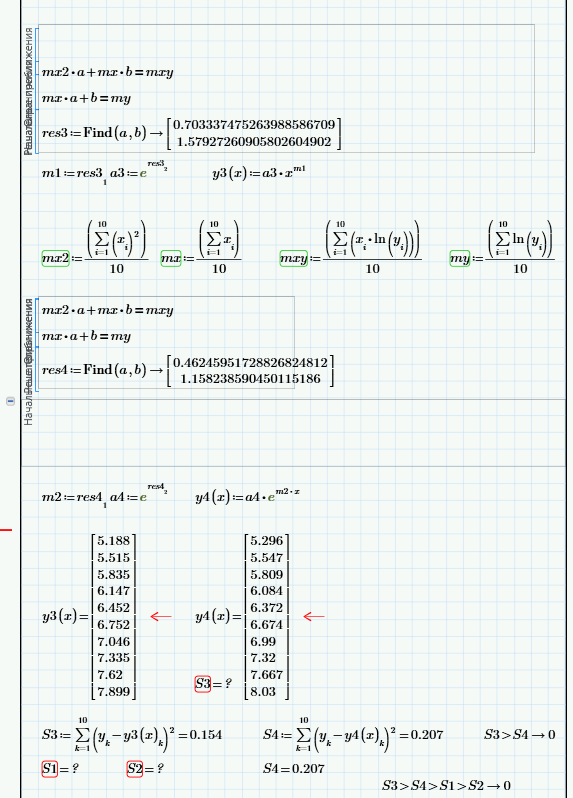


Рисунок 6.5 – Вторая треть решения второго задания

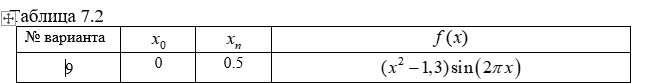


Рисунок 6.6 – Третья треть решения второго задания

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7**

**Численное решение уравнений в частных производных**

**Задание 1.** Используя метод сеток, найти приближенное решение уравнения, удовлетворяющее условиям   , для ,  и *h=0.1, l=0.005*.



Решение на рисунке 7.1

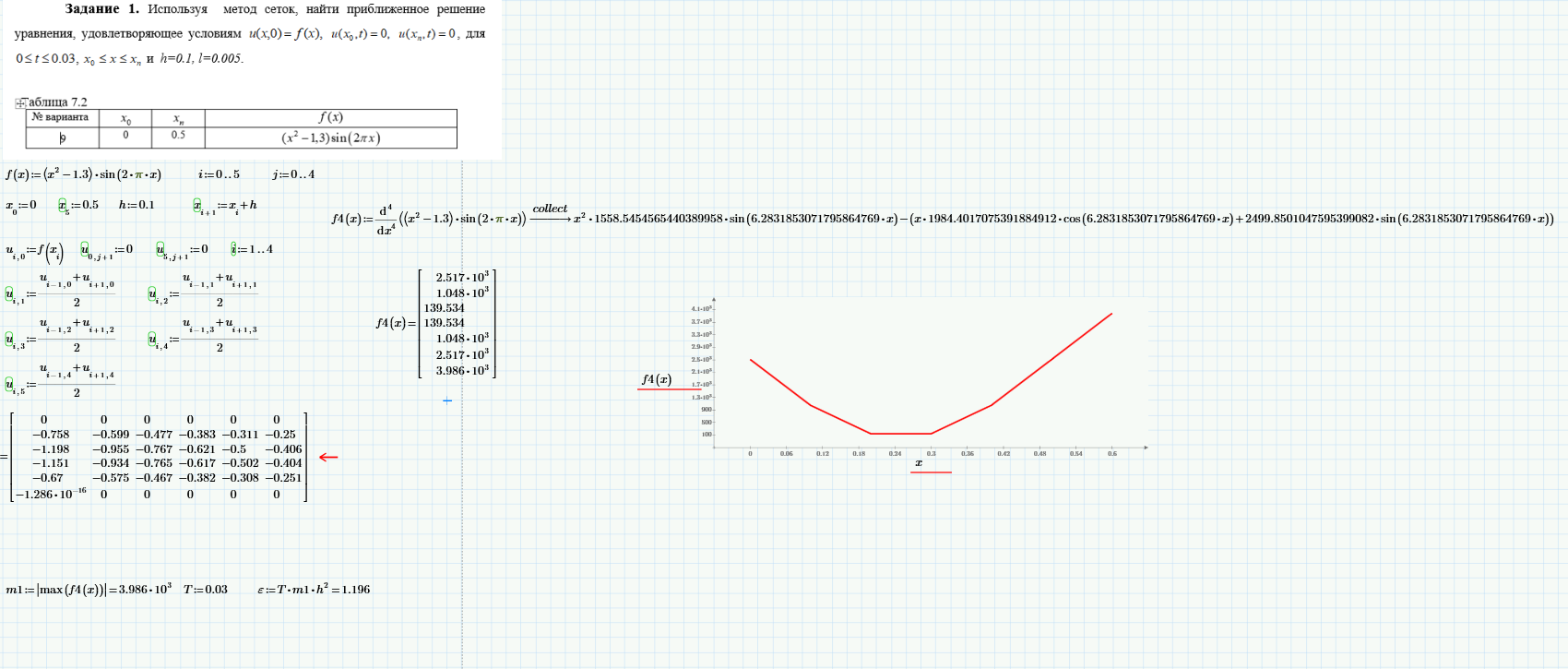


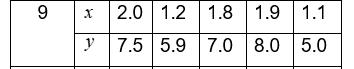
Рисунок 7.1

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8**

**Методом наименьших квадратов**

**Задание 1.** Методом наименьших квадратов, подберите двухпараметрическое семейство функций, наилучшим образом приближающее данную зависимость.

Зависимость между переменными задана с помощью таблицы



Решение представлено на рисунках 8.1, 8.2 и 8.3

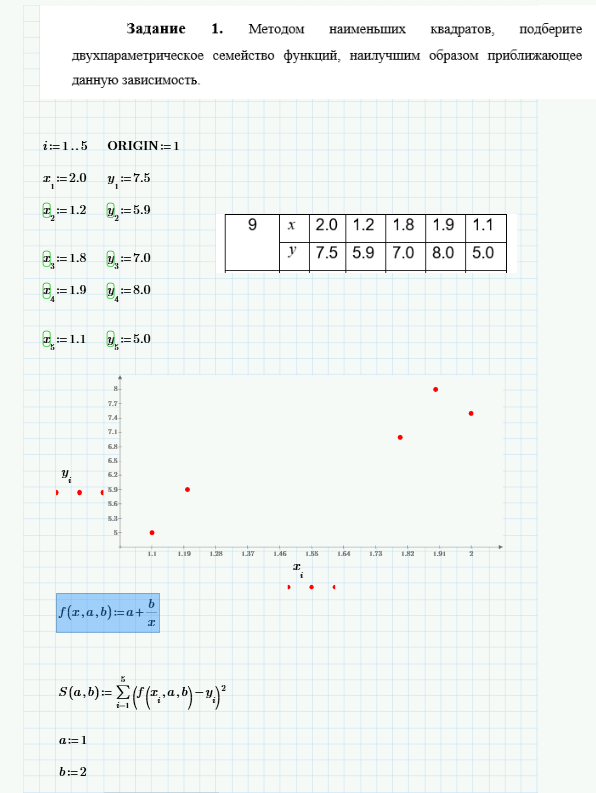


Рисунок 8.1 – Первая треть решения

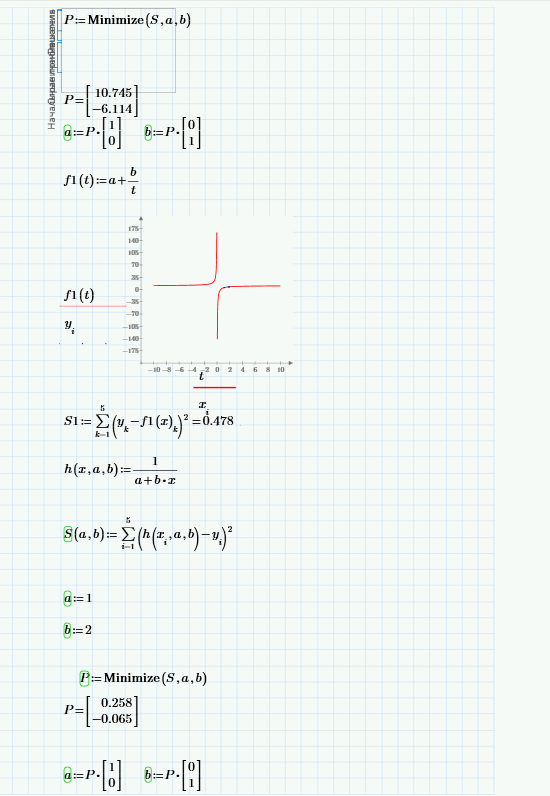


Рисунок 8.2 –Вторая треть решения

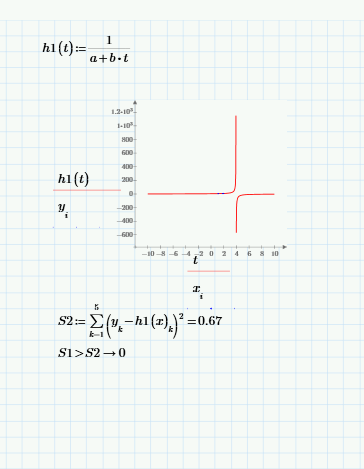


Рисунок 8.3 –Третья треть решения